

Departamento de INGENIERÍA ELÉCTRICA

PROYECTO FIN DE CARRERA



# ESTUDIO POR CIRCUITOS MAGNÉTICOS EQUIVALENTES DE UN MOTOR LINEAL DE FLUJO MIXTO

**Autor:** ÁLVARO ALONSO MACÍAS  
**Tutor Externo:** JAVIER JOSÉ MARÍA RIVAS CONDE  
**Tutor Interno:** JOSÉ LUIS RODRIGUEZ AMENEDO



**Título:** EL ESTUDIO POR CIRCUITOS MAGNÉTICOS EQUIVALENTES DE UN MOTOR LINEAL DE FLUJO MIXTO.

**Autor:** Álvaro Alonso Macías

**Director:** Javier José María Rivas Conde

## EL TRIBUNAL

**Presidente:** \_\_\_\_\_

**Vocal:** \_\_\_\_\_

**Secretario:** \_\_\_\_\_

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día \_\_ de \_\_\_\_\_ de 20\_\_ en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE



# Agradecimientos

Este proyecto se lo quiero dedicar a tantos, que no sé si tendré espacio de hacerlo.

En primer lugar se lo voy a dedicar a mi familia, en especial a mis padres y mi hermano. La verdad es que últimamente ha habido unos días borrascosos en los que apenas dejaban otear el horizonte...sin embargo, ya se cantaba que “días de borrasca, son víspera de resplandores”. Con esta mención especial a mis padres no quiero olvidar con ello a mis tíos. Gracias a todos por haber forjado la persona que soy.

En segundo lugar quiero agradecerlo a mis amigos. Ellos han estado ahí toda mi vida y aún siguen estando. Lo único que deseo es que sigan estando ahí por muchos más años. La vida sin ellos no es la misma...y desde luego no sería igual de buena. Gracias a todos por estar ahí.

En tercer lugar se lo quería agradecer a todos mis compañeros con los que he pasado tiempo en la Universidad Carlos III, tanto de la asociación como de la carrera. A muchos de vosotros hace mucho que no os veo y os hecho de menos, la verdad es que espero que el futuro vuelva a cruzar nuestros caminos. Gracias a todos por haber compartido vuestro tiempo conmigo. Sin vosotros no sería la misma persona que soy. ¡Todavía creo que podemos cambiar el mundo!

En cuarto lugar a una persona especial que casi está en los tres párrafos anteriores y espero que algún día lo esté. Me estoy refiriendo a mi novia Mar. También hemos pasado buenos y malos momentos; lo que tienes que saber es que los buenos momentos son más agradables a tu lado y los malos se hacen más llevaderos a tu lado. Gracias por entenderme tal y como soy.

Esta dedicatoria no estaría completa si no incluyese a mi profesor de proyecto, Javier. A él tengo que agradecer que gracias a su enorme corazón un chico perdido encontrara la luz. Con ello solo no me refiero a la sonrisa con la que ha pasado muchas horas y quebraderos de cabeza para sacar este proyecto. También me refiero a que le haya mostrado la luz más allá del proyecto. Gracias por transmitirme tus conocimientos y tu fe a este chico perdido.

A todos ellos, GRACIAS.



# Resumen.

Este proyecto realiza un programa informático que es capaz de:

- Realizar un estudio del flujo en una máquina eléctrica lineal utilizando el método de circuitos magnéticos equivalentes (MEC).
- Realizar un estudio de las fuerzas obtenidas en la misma máquina mediante la Ley de Lorentz.

El método con el que se ha realizado el programa ha sido tal que en principio, el programa es capaz de resolver cualquier tipo de máquina eléctrica lineal.

**Palabras clave:**

Circuito Magnético Equivalente (MEC).

Flujo Longitudinal.

Flujo Transversal.

# Summary.

An informatic tool is devenveloped in this proyect. This tool can:

- Make a complete study of the flux in a linear electric machine. The study is done using the magnetic equivalent circuit.
- Make a study of the forces. The study is carried out using the Lorentz's Law.

The informatic tool has been devenveloped allowing a study of any linear electric machine.

**Key Words:**

Magnetic Equivalet Circuit (MEC).

Longitudinal Flux.

Transversal Flux.



# Índice General

|   |           |
|---|-----------|
| <b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS .....</b>                           | <b>1</b>  |
| 1.1. Introducción.....  | 1         |
| 1.1.1. Concepto de Máquina Eléctrica. ....                                  | 1         |
| 1.1.2. Máquina Eléctrica Móvil.....   | 2         |
| 1.1.3. Clasificación.....   | 3         |
| 1.2. Objetivos del Proyecto. ....   | 3         |
| 1.3. Medios Empleados. ....   | 4         |
| 1.3.1. Medios materiales .....  | 4         |
| 1.3.2. Referencias científicas utilizadas .....                             | 4         |
| 1.3.2.1. Artículos científicos utilizados.....                              | 4         |
| 1.3.2.2. Tesis Doctoral.....  | 5         |
| 1.4. Estructura de la Memoria. ....   | 5         |
| <b>CAPÍTULO 2. BASE TEÓRICA BÁSICA.....</b>                                 | <b>7</b>  |
| 2.1. Conceptos Utilizados en la Memoria. ....                               | 7         |
| 2.1.1. Leyes de Maxwell. <sup>[1][3]</sup> .....                            | 7         |
| 2.1.1.1. Ley de Gauss.....  | 7         |
| 2.1.1.2. Carácter Solenoidal de la Inducción Magnética .....                | 8         |
| 2.1.1.3. Ley de Ampere-Maxwell. ....  | 8         |
| 2.1.1.4. Ley de Faraday-Lenz.....   | 9         |
| 2.1.2. Ley de Hopkinson. <sup>[7]</sup> .....                               | 9         |
| 2.1.2.1. Tubo de Flujo.....   | 10        |
| 2.1.2.2. Flujo de Dispersión. <sup>[8]</sup> .....                          | 11        |
| 2.1.3. Velocidad de Sincronismo en un Motor Lineal. ....                    | 12        |
| 2.2. Matemáticas. <sup>[4][5]</sup> .....                                   | 13        |
| 2.2.1. Sistema de Ecuaciones Lineales (SEL).....                            | 13        |
| 2.2.2. Número de Condición de una Matriz. ....                              | 14        |
| 2.3. Criterios de Representación.....                                       | 15        |
| 2.3.1. Criterio de Signos.....  | 15        |
| 2.3.2. Criterio Dimensional.....  | 15        |
| 2.4. Definición de Motor Lineal Asíncrono. <sup>[9][10]</sup> .....         | 16        |
| 2.5. Tipos de Motor Lineal Asíncrono .....                                  | 17        |
| 2.5.1. Motor Lineal de Flujo Longitudinal (MLFL). ....                      | 17        |
| 2.5.2. Motor Lineal de Flujo Transversal (MLFT). ....                       | 18        |
| <b>CAPÍTULO 3. CARACTERÍSTICAS DE LA MÁQUINA. ....</b>                      | <b>19</b> |
| 3.1. Dimensiones de la Máquina. ....  | 19        |
| 3.1.1. Definición de la Máquina.....  | 19        |
| 3.1.1.1. Flujo Mixto. ....  | 20        |
| 3.1.1.2. Esquema de Corrientes.....   | 20        |
| 3.1.2. Diente.....  | 21        |
| 3.1.2.1. Vista Frontal.....   | 21        |
| 3.1.2.2. Vista Lateral.....   | 23        |
| 3.1.3. Máquina en su Conjunto. ....   | 24        |
| 3.2. Características Generales de la Máquina.....                           | 26        |
| 3.2.1. Paso Polar.....  | 27        |
| 3.2.2. Velocidad de Sincronismo. ....                                       | 27        |
| 3.3. Propiedades de los Materiales. ....                                    | 28        |
| 3.3.1. Tipos de Materiales.....   | 28        |
| 3.3.2. Propiedades de los Materiales.....                                   | 28        |
| 3.4. Análisis de la Excitación Magnética. ....                              | 32        |
| 3.4.1. Excitación Magnética Longitudinal. ....                              | 32        |
| 3.4.1.1. Onda de Excitación Magnética Longitudinal de la Capa Superior..... | 33        |

|   |  |           |
|---|--|-----------|
| 3.4.1.2.  | Onda de Excitación Magnética Longitudinal de la Capa Inferior. ....            | 34        |
| 3.4.1.3.  | Onda de Excitación Magnética Longitudinal Total. ....                          | 34        |
| 3.4.2.  | Excitación Magnética Transversal. ....   | 35        |
| 3.4.2.1.  | Onda de Excitación Magnética Transversal de la Capa Superior. ....             | 36        |
| 3.4.2.2.  | Onda de Excitación Magnética Transversal de la Capa Inferior. ....             | 37        |
| 3.4.2.3.  | Onda de Excitación Magnética Transversal Total Resultante. ....                | 38        |
| <b>CAPÍTULO 4. RESOLUCIÓN CON CIRCUITOS MAGNÉTICOS EQUIVALENTES. ....</b> |  | <b>39</b> |
| 4.1.  | Introducción. ....   | 40        |
| 4.1.1.  | Hipótesis Iniciales. ....  | 40        |
| 4.1.2.  | Propiedades del Flujo de la Máquina. ....                                      | 40        |
| 4.1.3.  | Diagrama de Composición de Flujos. ....  | 41        |
| 4.1.4.  | Obtención de los Tubos de Flujo para un Diente. ....                           | 42        |
| 4.2.  | Resolución sin Saturación. ....  | 44        |
| 4.2.1.  | Flujo Longitudinal. ....   | 45        |
| 4.2.1.1.  | Planteamiento del Problema. ....   | 45        |
| 4.2.1.2.  | Circuito Magnético Equivalente para un Diente. ....                            | 45        |
| 4.2.1.3.  | Circuito Magnético Equivalente para Toda la Máquina. ....                      | 47        |
| 4.2.1.4.  | Excitación Magnética Longitudinal. ....  | 48        |
| 4.2.1.5.  | Matriz de Reluctancias Longitudinal. ....                                      | 49        |
| 4.2.2.  | Flujo Transversal. ....  | 50        |
| 4.2.2.1.  | Planteamiento del Problema. ....   | 50        |
| 4.2.2.2.  | Circuito Equivalente para Toda la Máquina. ....                                | 52        |
| 4.2.2.3.  | Matriz de Reluctancias Transversal. ....                                       | 53        |
| 4.2.3.  | Resolución del Circuito. ....  | 54        |
| 4.2.3.1.  | Introducción. ....   | 54        |
| 4.2.3.2.  | Longitudinal. ....   | 54        |
| 4.2.3.3.  | Transversal. ....  | 55        |
| 4.2.3.4.  | Representación por Elementos. ....   | 56        |
| 4.2.3.5.  | Ejemplo de Matriz Representación. ....   | 57        |
| 4.3.  | Resultados sin Saturación. ....  | 58        |
| 4.3.1.  | Distribución Espacial de la Inducción en las Cabezas de Diente. ....           | 59        |
| 4.3.1.1.  | Distribución Espacial de la Inducción en las Cabezas de Diente Centrales. .... | 59        |
| 4.3.1.2.  | Distribución espacial de Inducción en las Cabezas de Diente Laterales. ....    | 61        |
| 4.3.2.  | Inducción en el Carril Longitudinal. ....                                      | 61        |
| 4.3.3.  | Inducción en cada uno de los Elementos. ....                                   | 63        |
| 4.4.  | Resolución con Saturación. ....  | 65        |
| 4.4.1.  | Flujo Longitudinal. ....   | 65        |
| 4.4.2.  | Flujo Transversal. ....  | 65        |
| 4.4.3.  | Resolución. ....   | 66        |
| 4.4.3.1.  | Conceptos Básicos. ....  | 66        |
| 4.4.3.2.  | Definición de Conceptos Utilizados en la Resolución. ....                      | 66        |
| 4.4.3.3.  | Resolución de un Paso de la Iteración. ....                                    | 67        |
| 4.4.3.4.  | Problemas de Convergencia. ....  | 68        |
| 4.5.  | Resultados con Saturación. ....  | 69        |
| 4.5.1.  | Distribución espacial de Inducción. ....                                       | 69        |
| 4.5.1.1.  | Distribución espacial de Inducción de los Dientes Centrales. ....              | 70        |
| 4.5.1.2.  | Distribución espacial de Inducción de los Dientes Laterales. ....              | 70        |
| 4.5.2.  | Inducción Longitudinal en el Carril. ....                                      | 71        |
| 4.5.3.  | Inducción en cada uno de los Elementos. ....                                   | 72        |
| 4.5.4.  | Comprobación. ....   | 77        |
| <b>CAPÍTULO 5. ESTUDIO DE LAS FUERZAS. ....</b>                           |  | <b>79</b> |
| 5.1.  | Explicación Teórica. ....  | 80        |
| 5.1.1.  | Introducción. ....   | 80        |
| 5.1.2.  | Definición de los Conceptos Previos al Cálculo. ....                           | 81        |
| 5.1.2.1.  | Hipótesis Realizadas. ....   | 81        |
| 5.1.2.2.  | Mallado o Puntos Campo. ....   | 81        |

|                          |   |              |
|--------------------------|---|--------------|
| 5.1.3.                   | Cálculo del Campo Eléctrico del Secundario.....                               | 81           |
| 5.1.3.1.                 | Puntos Generadores de Flujo o Puntos Fuente.....                              | 81           |
| 5.1.3.2.                 | Cálculo de la <i>f.e.m.</i> en la Máquina.....                                | 82           |
| 5.1.3.3.                 | Cálculo del Campo Eléctrico de Punto Fuente.....                              | 83           |
| 5.1.3.4.                 | Cálculo del Campo Eléctrico Total de un Punto Campo.....                      | 85           |
| 5.1.3.5.                 | Cálculo del Campo Eléctrico de Todos los Puntos Campo.....                    | 86           |
| 5.1.4.                   | Cálculo de las Corrientes Inducidas.....                                      | 87           |
| 5.1.4.1.                 | Método de Cálculo.....  | 87           |
| 5.1.4.2.                 | Condiciones de Contorno.....  | 87           |
| 5.1.5.                   | Cálculo de la Inducción Magnética.....  | 88           |
| 5.1.6.                   | Cálculo de las Fuerzas Inducidas.....   | 88           |
| 5.1.6.1.                 | Cálculo de Fuerzas en cada Punto del Inducido.....                            | 88           |
| 5.1.6.2.                 | Cálculo de Fuerzas Totales en la Máquina.....                                 | 89           |
| 5.2.                     | Resultados Aplicando la Ley de Lorentz.....                                   | 89           |
| 5.2.1.                   | Exposición de Resultados.....   | 90           |
| 5.2.1.1.                 | Inducción Magnética.....  | 90           |
| 5.2.1.2.                 | Campo Eléctrico.....  | 91           |
| 5.2.1.3.                 | Densidad de Corriente.....  | 92           |
| 5.2.1.4.                 | Fuerzas.....  | 93           |
| 5.2.2.                   | Fiabilidad.....   | 94           |
| 5.2.2.1.                 | Comprobación Teórica.....   | 94           |
| 5.2.2.2.                 | Coherencia de Resultados.....   | 95           |
| 5.2.2.3.                 | Tiempo de Cálculo.....  | 98           |
| <b>CAPÍTULO 6.</b>       | <b>ESTUDIO ECONÓMICO.....</b>   | <b>101</b>   |
| 6.1.                     | Recursos Necesarios.....  | 101          |
| 6.1.1.                   | Recursos Materiales.....  | 102          |
| 6.1.2.                   | Recursos Humanos.....   | 103          |
| 6.2.                     | Diagrama de Gantt.....  | 104          |
| 6.3.                     | Costes del Proyecto.....  | 106          |
| <b>CAPÍTULO 7.</b>       | <b>CONCLUSIONES Y FUTUROS ESTUDIOS.....</b>                                   | <b>107</b>   |
| 7.1.                     | Ventajas del MEC.....   | 107          |
| 7.1.1.                   | Obtención Ondas de Inducción Instantánea.....                                 | 107          |
| 7.1.2.                   | Representación de Diferentes Ondas de Excitación.....                         | 107          |
| 7.1.3.                   | Rapidez de Cálculo.....   | 108          |
| 7.1.4.                   | Coste Mínimo de Operación.....  | 108          |
| 7.1.5.                   | Posibilidad de Nuevas Aplicaciones.....                                       | 108          |
| 7.2.                     | Inconvenientes del MEC.....   | 108          |
| 7.2.1.                   | Necesidad de un Mallado.....  | 108          |
| 7.2.2.                   | Ignora Pérdidas en el Hierro.....   | 109          |
| 7.2.3.                   | Precisión en Algunas Variables.....   | 109          |
| 7.2.4.                   | Costes Ocultos.....   | 109          |
| 7.3.                     | Resultados.....   | 110          |
| 7.4.                     | Comentarios.....  | 110          |
| 7.5.                     | Últimas Conclusiones.....   | 110          |
| 7.6.                     | Desarrollo de Nuevas Herramientas.....  | 111          |
| 7.6.1.                   | Corrientes Inducidas.....   | 111          |
| 7.6.2.                   | Movimiento de la Máquina.....   | 111          |
| 7.6.3.                   | Estabilidad de la Máquina.....  | 112          |
| 7.6.4.                   | Contrastar Resultados con Máquinas Construidas.....                           | 112          |
| 7.6.5.                   | Expandir este Método para Todo Tipo de Máquinas.....                          | 112          |
| 7.7.                     | Máquinas Lineales.....  | 113          |
| <b>BIBLIOGRAFÍA.....</b> |   | <b>115</b>   |
| <b>CAPÍTULO 8.</b>       | <b>ANEXOS.....</b>  | <b>- 1 -</b> |
|                          | Anexo 1: Nombre de variables.....   | - 1 -        |
|                          | Anexo 2: Tabla con las variables de entrada significado y valor numérico..... | - 17 -       |

|   |               |
|---|---------------|
| Anexo 3: Teorema de Ferraris. <sup>[7]</sup> .....                        | - 19 -        |
| Anexo 4 Longitud de la Espira Unitaria. ....                              | - 21 -        |
| Anexo 5 Propiedades de los Materiales.....                                | - 23 -        |
| Anexo 6 Obtención de la Fórmula de Saturación del Hierro .....            | - 25 -        |
| Anexo 7: Expresión de los distintos valores de las Reluctancias .....     | - 27 -        |
| Anexo 8: Matrices utilizadas en el MEC.....                               | - 31 -        |
| Anexo 9 Río magnético <sup>[10]</sup> .....                               | - 33 -        |
| Anexo 10: Resultados Adicionales del estudio con MEC sin Saturación ..... | - 37 -        |
| Anexo 11: Resultados Adicionales del estudio con MEC con Saturación ..... | - 41 -        |
| <b>RESULTADOS SIN SATURACIÓN .....</b>                                    | <b>- 51 -</b> |
| <b>RESULTADOS CON SATURACIÓN .....</b>                                    | <b>- 63 -</b> |
| Anexo 12 Resultados adicionales de la ley de Lorentz .....                | - 89 -        |
| Anexo 13: Sentido Físico de Cada Unidad.....                              | - 93 -        |
| Anexo 14: Desglose de costes .....  | - 101 -       |
| Anexo 15 Programas Informáticos .....                                     | - 105 -       |

# Índice de Figuras

|  |    |
|--|----|
| Figura 1-1 Esquema de flujo de la energía en un dispositivo generador. ....  | 1  |
| Figura 1-2 Esquema de flujo de la energía en un dispositivo motor.....   | 2  |
| Figura 1-3 Esquema de flujo de la energía en un dispositivo transformador.....   | 2  |
| Figura 1-4 Partes de una máquina eléctrica rotativa. ....  | 3  |
| Figura 2-1 Tubo de flujo magnético <sup>[13]</sup> .....   | 10 |
| Figura 2-2 Ranura con concatenación total de conductores. <sup>[8]</sup> .....   | 11 |
| Figura 2-3 Reluctancia de un conductor con concatenación progresiva de conductores. Conductor homogéneamente distribuido. <sup>[8]</sup> ..... | 12 |
| Figura 2-4 Tipos de triedros. ....   | 15 |
| Figura 2-5 Desarrollo de un motor lineal para conseguir un motor lineal. ....  | 16 |
| Figura 2-6 Esquema de las líneas flujo en un motor de flujo lineal <sup>[10]</sup> .....   | 17 |
| Figura 2-7 Motor lineal de flujo longitudinal de estator corto. <sup>[9]</sup> .....   | 17 |
| Figura 2-8 Motor lineal de flujo longitudinal de rotor corto. <sup>[9]</sup> .....   | 17 |
| Figura 2-9 Vista de las líneas de flujo en los motores de flujo longitudinal. <sup>[9]</sup> .....   | 18 |
| Figura 2-10 Esquema de las líneas flujo en un motor de flujo transversal. <sup>[10]</sup> .....  | 18 |
| Figura 3-1 Líneas de flujo correspondientes al flujo longitudinal. ....  | 20 |
| Figura 3-2 Líneas de flujo correspondientes al flujo transversal. ....   | 20 |
| Figura 3-3 Esquema directo de fases. ....  | 21 |
| Figura 3-4 Vista lateral esquemática de un grupo de chapas formando un diente. <sup>[17]</sup> .....   | 21 |
| Figura 3-5 Vista frontal de la chapa utilizada en la construcción del diente. <sup>[18]</sup> .....  | 23 |
| Figura 3-6 Vista lateral del diente. <sup>[18]</sup> .....   | 24 |
| Figura 3-7 Vista conjunta de sección transversal y longitudinal de la máquina. <sup>[18]</sup> .....   | 25 |
| Figura 3-8 Primera vista en 3-D de la máquina. ....  | 25 |
| Figura 3-9 Segunda vista en 3-D de la máquina. ....  | 25 |
| Figura 3-10 Vista superior del devanado <sup>[18]</sup> . No se han representado las bornas. ....  | 26 |
| Figura 3-11 Curva B-H del material. ....   | 30 |
| Figura 3-12 Curva $\mu_r$ -H material. ....  | 31 |
| Figura 3-13 Disposición de los conductores longitudinales. ....  | 33 |
| Figura 3-14 Onda de excitación magnética longitudinal acumulada del devanado superior. ....  | 33 |
| Figura 3-15 Onda de excitación magnética longitudinal acumulada del devanado inferior. ....  | 34 |
| Figura 3-16 Onda de excitación magnética longitudinal acumulada del devanado total. ....   | 35 |
| Figura 3-17 Disposición de los conductores transversales. ....   | 36 |
| Figura 3-18 Onda de excitación magnética transversal acumulada del devanado superior [Av]. ....  | 37 |
| Figura 3-19 Onda de excitación magnética transversal acumulada del devanado inferior [Av]. ....  | 37 |
| Figura 3-20 Onda de excitación magnética transversal acumulada total [Av]. ....  | 38 |
| Figura 4-1 Diagrama explicativo sobre los distintos tipos de líneas de flujo de la máquina. ....   | 42 |
| Figura 4-2 Esquema de longitudes y Superficies laterales. <sup>[18]</sup> .....  | 43 |
| Figura 4-3 Líneas de flujo que se han considerado en MEC. ....   | 44 |
| Figura 4-4 Vista Longitudinal de la Máquina. ....  | 45 |
| Figura 4-5 Detalle de la Vista Longitudinal de la Máquina. ....  | 46 |
| Figura 4-6 Circuito Magnético Equivalente para el Flujo Longitudinal para los dientes contiguos. ....  | 46 |
| Figura 4-7 Incorporación de la excitación al esquema de reluctancias longitudinal. ....  | 49 |
| Figura 4-8 Vista Transversal de la Máquina. ....   | 50 |
| Figura 4-9 Simetría de la vista Transversal de la Máquina. ....  | 51 |
| Figura 4-10 Circuito Magnético Equivalente para la simetría del Flujo Transversal en un diente. ....   | 51 |
| Figura 4-11 Incorporación de la excitación al esquema de reluctancias transversal. ....  | 53 |
| Figura 4-12 Representación de la matriz solución. <sup>[18]</sup> .....  | 56 |
| Figura 4-13 Significado de la matriz representación. <sup>[18]</sup> .....   | 56 |
| Figura 4-14 Esquema de reluctancias .....  | 58 |
| Figura 4-15 Matriz de flujos asociada Esquema de reluctancias .....  | 58 |
| Figura 4-16 Inducción Transversal en las cabezas de diente centrales. Resultados sin saturación. ....  | 60 |
| Figura 4-17 Inducción Longitudinal en las cabezas de diente centrales. Resultados sin saturación. ....   | 60 |
| Figura 4-18 Inducción Total en las cabezas de diente centrales. Resultados sin saturación. ....  | 60 |
| Figura 4-19 Inducción Total en las cabezas de diente laterales. Resultados sin saturación. ....  | 61 |
| Figura 4-20 Inducción longitudinal en el carril debido a la excitación total. Resultados sin saturación. ....                                  | 62 |
| Figura 4-21 Inducción transversal en el carril debido a la excitación total. Resultados sin saturación. ....                                   | 62 |
| Figura 4-22 Inducción longitudinal total en las cabezas de diente centrales. Resultados con saturación. ....                                   | 70 |

|   |        |
|---|--------|
| Figura 4-23 Inducción transversal en las cabezas de dientes laterales. Resultados con saturación. ....  | 71     |
| Figura 4-24 Inducción longitudinal debida a la excitación total. Resultados con saturación. ....  | 71     |
| Figura 4-25 Inducción transversal debida a la excitación total. Resultados con saturación. ....   | 72     |
| Figura 4-26 Número de condición de la matriz de reluctancias en función de la iteración. ....   | 77     |
| Figura 5-1 Mallado realizado en un mismo plano de corte. <sup>[18]</sup> .....  | 80     |
| Figura 5-2 Circulación de la intensidad en un conductor aplicando la ley de Lenz. <sup>[18]</sup> .....   | 83     |
| Figura 5-3 Obtención del campo en el caso de coincidencia entre <b>punto campo</b> y <b>punto fuente</b> . Vectores <b>no</b> a escala. <sup>[18]</sup> ..... | 84     |
| Figura 5-4 Ejemplo de obtención del campo eléctrico producido por los 4 dientes. <sup>[18]</sup> .....  | 85     |
| Figura 5-5 Descomposición de las componentes polares en componentes cartesianas. <sup>[18]</sup> .....  | 86     |
| Figura 5-6 Vistas longitudinal y transversal de la unidad de mallado de la placa de Aluminio. <sup>[18]</sup> .....   | 87     |
| Figura 5-7 Inducción magnética en Z en la chapa de aluminio en 3-D. ....  | 90     |
| Figura 5-8 Campo eléctrico en la jaula de ardilla en 3-D. Dirección X. Diagrama Vectorial. ....   | 91     |
| Figura 5-9 Campo eléctrico en la jaula de ardilla en 3-D. Dirección Y. Diagrama Vectorial. ....   | 91     |
| Figura 5-10 Densidad de corriente en la jaula de ardilla en 3-D. Dirección X. Diagrama Vectorial. ....  | 92     |
| Figura 5-11 Densidad de corriente en la jaula de ardilla en 3-D. Dirección Y. Diagrama Vectorial. ....  | 92     |
| Figura 5-12 Fuerza en 3-D. Dirección X. Diagrama Vectorial. ....  | 93     |
| Figura 5-13 Fuerza en 3-D. Dirección Y. Diagrama Vectorial. ....  | 93     |
| Figura 5-14 Distribución teórica de corriente en la placa del rotor para un motor de estator corto. <sup>[9]</sup> .....                                      | 94     |
| Figura 5-15 Distribución teórica de las f.e.m. para un motor de rotor acortado. <sup>[9]</sup> .....  | 94     |
| Figura 5-16 Vista espacial de los valores instantáneos de $E_x$ en la placa. <sup>[10]</sup> .....  | 95     |
| Figura 5-17 Fuerza en X que proporciona el programa como solución para distintos mallados. ....   | 96     |
| Figura 5-18 Fuerza en Y que proporciona el programa como solución para distintos mallados. ....   | 97     |
| Figura 5-19 Fuerza en X que proporciona el programa para distinto número de <b>puntos fuente</b> . ....   | 97     |
| Figura 5-20 Fuerza en Y que proporciona el programa para distinto número de <b>puntos fuente</b> . ....   | 97     |
| Figura 5-21 Tiempo en obtener los resultados para distintos mallados. ....  | 98     |
| Figura 5-22 Tiempo en obtener resultados para distintos numero de <b>puntos fuente</b> . ....   | 98     |
| Figura 8-1 Representación de tres devanados desfasados 120° eléctricos <sup>[7]</sup> .....   | - 19 - |
| Figura 8-2 Variación de la f.m.m. de la máquina con respecto al ángulo de corriente <sup>[7]</sup> .....  | - 20 - |
| Figura 8-3 Longitud de la espira unitaria que compone el devanado de la máquina <sup>[18]</sup> .....   | - 21 - |
| Figura 8-4 Demostración de que la repulsión magnética es posible. <sup>[9]</sup> .....  | - 33 - |
| Figura 8-5 Ranurado normal de una máquina eléctrica <sup>[10]</sup> .....   | - 34 - |
| Figura 8-6 Nuevo ranurado que presentará la máquina <sup>[10]</sup> .....   | - 35 - |
| Figura 8-7 Inducción Longitudinal en las cabezas de diente centrales. Solo excitación superior. Sin saturación. ....  | - 37 - |
| Figura 8-8 Inducción en las cabezas de diente laterales. Solo excitación superior. Sin saturación. ....   | - 37 - |
| Figura 8-9 Inducción Longitudinal en las cabezas de diente centrales. Solo excitación inferior. Sin saturación. ....  | - 38 - |
| Figura 8-10 Inducción en las cabezas de diente laterales. Solo excitación inferior. Sin saturación. ....  | - 38 - |
| Figura 8-11 $B_x$ en el carril debido sólo a la excitación inferior. Resultados sin saturación. ....  | - 38 - |
| Figura 8-12 $B_y$ en el carril debido sólo a la excitación inferior. Resultados sin saturación. ....  | - 39 - |
| Figura 8-13 $B_x$ en el carril debido sólo a la excitación superior. Resultados sin saturación. ....  | - 39 - |
| Figura 8-14 $B_y$ en el carril debido sólo a la excitación superior. Resultados sin saturación. ....  | - 39 - |
| Figura 8-15 $B_x$ con excitación superior. Resultados con saturación. ....  | - 41 - |
| Figura 8-16 $B_x$ con excitación inferior. Resultados con saturación. ....  | - 42 - |
| Figura 8-17 $B_y$ con excitación superior. Resultados con saturación. ....  | - 43 - |
| Figura 8-18 $B_y$ lateral con excitación inferior. Resultados con saturación. ....  | - 43 - |
| Figura 8-19 $B_x$ en el carril debida a la excitación inferior. Resultados con saturación. ....   | - 44 - |
| Figura 8-20 $B_y$ en el carril debida a la excitación inferior. Resultados con saturación. ....   | - 44 - |
| Figura 8-21 $B_x$ en el carril debida a la excitación superior. Resultados con saturación. ....   | - 45 - |
| Figura 8-22 $B_y$ en el carril debida a la excitación superior. Resultados con saturación. ....   | - 45 - |
| Figura 8-23 Diferencia máxima entre las dos matrices longitudinales en función del paso .....   | - 46 - |
| Figura 8-24 Número de iteraciones necesarias para converger de la matriz transversal en cada paso. .  | - 47 - |
| Figura 8-25 Número de iteraciones necesarias para converger de la matriz longitudinal en cada paso. .   | - 47 - |
| Figura 8-26 Error máximo de la matriz de reluctancias transversal en función de la iteración. ....  | - 48 - |
| Figura 8-27 Error máximo de la matriz de reluctancias longitudinal en función de la iteración. ....   | - 48 - |
| Figura 8-28 $B_x$ absoluta en la culata en función de la ranura. Resultados sin saturación. ....  | - 51 - |
| Figura 8-29 $B_x$ absoluta en el carril en función de la ranura. Resultados sin saturación. ....  | - 52 - |
| Figura 8-30 $B_x$ absoluta en la culata en función de la ranura. ....   | - 63 - |
| Figura 8-31 $B_x$ absoluta en el carril en función de la ranura. ....   | - 64 - |

|   |         |
|---|---------|
| Figura 8-32 Valor máximo de la Fuerza en la dirección X en función del mallado. ....        | - 89 -  |
| Figura 8-33 Valor máximo de la Fuerza en la dirección Y en función del mallado. ....        | - 89 -  |
| Figura 8-34 Número de puntos del mallado .....  | - 90 -  |
| Figura 8-35 Coordenadas de los <b>puntos fuente</b> . ....                                  | - 90 -  |
| Figura 8-36 Contribución de cada <b>punto fuente</b> a un <b>punto campo</b> genérico. .... | - 91 -  |
| Figura 8-37 Curva de saturación de un material ferromagnético .....                         | - 98 -  |
| Figura 8-38 Informe coste desglosado por trimestre .....                                    | - 102 - |





# Índice de Tablas

|   |        |
|---|--------|
| Tabla 2-1 Relación entre las variables magnéticas y las eléctricas en la ley de Hopkinson. ....   | 10     |
| Tabla 3-1 Extracto de una hoja de catálogo de chapa de transformador. <sup>[17]</sup> .....   | 22     |
| Tabla 3-2 Propiedades de los materiales. ....   | 28     |
| Tabla 3-3 Permeabilidades relativas. <sup>[7]</sup> .....   | 31     |
| Tabla 4-1 Inducción en valor absoluto de los elementos de cada diente. Resultados sin Saturación. Valores en Teslas.....  | 64     |
| Tabla 4-2 Flujos longitudinales por elementos. Parte Primera (De tres). Flujos en Wb.....   | 73     |
| Tabla 4-3 Flujos longitudinales por elementos. Parte Segunda (De tres). Flujos en Wb.....   | 74     |
| Tabla 4-4 Flujos longitudinales por elementos. Parte Tercera (De tres). Flujos en Wb. ....  | 75     |
| Tabla 4-5 Inducción en los elementos de cada diente. Resultados con Saturación. Valores en Teslas. ....   | 76     |
| Tabla 5-1 Asociación entre mallados resueltos y tamaño del mallado.....   | 95     |
| Tabla 5-2 Asociación entre casos resueltos y número de <b>puntos fuente</b> . ....  | 96     |
| Tabla 6-1 Diagrama de Gantt del proyecto.....   | 104    |
| Tabla 6-2 Costo por Material. Resumen. ....   | 105    |
| Tabla 6-3 Costo por Recurso Humano del Proyecto. ....   | 105    |
| Tabla 6-4 Resumen de costes del proyecto.....   | 106    |
| Tabla 8-1 Significado y valores de las variables para el Flujo Longitudinal.....  | - 17 - |
| Tabla 8-2 Significado y valores de las variables para el Flujo Longitudinal.....  | - 18 - |
| Tabla 8-3 Inducción magnética longitudinal en cada uno de los elementos en los que se divide la culata. Resultados sin saturación. Inducción magnética en Teslas. En valores absolutos.....             | - 51 - |
| Tabla 8-4 Inducción magnética longitudinal en cada uno de los elementos en los que se divide el Carril en función de la ranura. Resultados sin saturación. Valores en Teslas. En valores absolutos..... | - 52 - |
| Tabla 8-5 Flujo longitudinal por elementos. Sin saturación. Parte primera (de tres). Flujo en Wb.....   | - 53 - |
| Tabla 8-6 Flujo longitudinal por elementos. Sin saturación. Parte segunda (de tres). Flujo en Wb.....   | - 54 - |
| Tabla 8-7 Flujo longitudinal por elementos. Sin saturación. Parte tercera (de tres). Flujo en Wb. ....  | - 55 - |
| Tabla 8-8 Flujo transversal por elementos. Sin saturación. Parte primera (De cinco). Flujo en Wb. ....  | - 56 - |
| Tabla 8-9 Flujo transversal por elementos. Sin saturación. Parte segunda (De cinco). Flujo en Wb. ....  | - 57 - |
| Tabla 8-10 Flujo transversal por elementos. Sin saturación. Parte tercera (De cinco). Flujo en Wb. ....   | - 58 - |
| Tabla 8-11 Flujo transversal por elementos. Sin saturación. Parte cuarta (De cinco). Flujo en Wb. ....  | - 59 - |
| Tabla 8-12 Flujo transversal por elementos. Sin saturación. Parte quinta (De cinco). Flujo en Wb. ....  | - 60 - |
| Tabla 8-13 Datos de Inducción transversal en la culata. Valores en Teslas. ....   | - 61 - |
| Tabla 8-14 Datos de Inducción longitudinal en la culata. Valores en Teslas .....  | - 61 - |
| Tabla 8-15 $B_x$ absoluta en cada uno de los elementos en de la culata. Valores en Teslas. ....   | - 63 - |
| Tabla 8-16 $B_x$ absoluta en cada uno de los elementos del carril. Valores en Teslas.....   | - 64 - |
| Tabla 8-17 Permeabilidades relativas de cada elemento longitudinal. ....  | - 65 - |
| Tabla 8-18 Permeabilidades relativas de cada elemento transversal. ....   | - 66 - |
| Tabla 8-19 Flujo transversal por elementos. Parte primera (de cinco). Flujo en Wb. ....   | - 67 - |
| Tabla 8-20 Flujo transversal por elementos. Parte segunda (de cinco). Flujo en Wb.....  | - 68 - |
| Tabla 8-21 Flujo transversal por elementos. Parte tercera (de cinco). Flujo en Wb.....  | - 69 - |
| Tabla 8-22 Flujo transversal por elementos. Parte cuarta (de cinco). Flujo en Wb. ....  | - 70 - |
| Tabla 8-23 Flujo transversal por elementos. Parte quinta (de cinco). Flujo en Wb.....   | - 71 - |
| Tabla 8-24 Reluctancias longitudinales superiores. Valores en $Av/Wb \cdot 10^5$ . Parte primera (de tres)....  | - 72 - |
| Tabla 8-25 Reluctancias longitudinales superiores. Valores en $Av/Wb \cdot 10^5$ . Parte segunda (de tres)....  | - 73 - |
| Tabla 8-26 Reluctancias longitudinales superiores. Valores en $Av/Wb \cdot 10^5$ . Parte tercera (de tres). ....  | - 74 - |
| Tabla 8-27 Reluctancias longitudinales inferiores. Valores en $Av/Wb \cdot 10^5$ . Parte primera (de tres)....  | - 75 - |
| Tabla 8-28 Reluctancias longitudinales inferiores. Valores en $Av/Wb \cdot 10^5$ . Parte segunda (de tres). ....  | - 76 - |
| Tabla 8-29 Reluctancias longitudinales inferiores. Valores en $Av/Wb \cdot 10^5$ . Parte tercera (de tres). ....  | - 77 - |
| Tabla 8-30 Reluctancias transversales superiores. Valores en $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte primera (de cinco)....  | - 78 - |
| Tabla 8-31 Reluctancias transversales superiores. Valores en $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte segunda (de cinco). .   | - 79 - |
| Tabla 8-32 Reluctancias transversales superiores. Valores en $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte tercera (de cinco). ....  | - 80 - |
| Tabla 8-33 Reluctancias transversales superiores. Valores en $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte cuarta (de cinco). ....   | - 81 - |
| Tabla 8-34 Reluctancias transversales superiores. Valores en $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte quinta (de cinco). ....   | - 82 - |
| Tabla 8-35 Reluctancias transversales inferiores. Valores en $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte primera (de cinco)....  | - 83 - |
| Tabla 8-36 Reluctancias transversales inferiores. Valores en $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte segunda (de cinco). ...   | - 84 - |
| Tabla 8-37 Reluctancias transversales inferiores. Valores en $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte tercera (de cinco). ....  | - 85 - |
| Tabla 8-38 Reluctancias transversales inferiores. Valores en $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte cuarta (de cinco). ....   | - 86 - |
| Tabla 8-39 Reluctancias transversales inferiores. Valores en $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte quinta (de cinco). ....   | - 87 - |

|   |         |
|---|---------|
| Tabla 8-40 Valores de la inducción transversal total para el carril. Valores en Teslas. ....  | - 88 -  |
| Tabla 8-41 Valores de la inducción longitudinal total para el carril. Valores en Teslas. .... | - 88 -  |
| Tabla 8-42 Tiempo de trabajo de cada recurso dedicado al proyecto.....                        | - 103 - |

# Capítulo 1. Introducción y Objetivos

---

La finalidad de este capítulo es introducir de manera somera en el tema que se va a tratar este proyecto. Para ello, se expondrá en el apartado 1.1 el concepto de motor eléctrico.

En el apartado 1.2, se explicarán los objetivos que se han propuesto alcanzar en este proyecto.

En el apartado 1.3 se expondrán los medios utilizados para la realización del proyecto.

En el apartado 1.4 se realizará un breve resumen de lo que tratará cada uno de los sucesivos capítulos.

Merece incluir en este preámbulo que en el **Anexo 1 se incluyen los nombres de toda la nomenclatura utilizada en la realización de la memoria.** La nomenclatura se encuentra dividida por capítulos.

## 1.1. Introducción.

### 1.1.1. Concepto de Máquina Eléctrica.

Las máquinas eléctricas son dispositivos que realizan la conversión de una forma de energía a otra; una de las cuales, al menos, es eléctrica.

En base a este punto de vista energético es posible clasificarlas en tres tipos:

- Generador: Transforma energía mecánica en eléctrica. Ver Figura 1-1
- Motor: Transforman energía eléctrica en mecánica Figura 1-2.
- Transformador: Transforma un tipo de energía eléctrica en otro tipo de energía eléctrica. No existe movimiento. Ver Figura 1-3.



*Figura 1-1 Esquema de flujo de la energía en un dispositivo generador.*

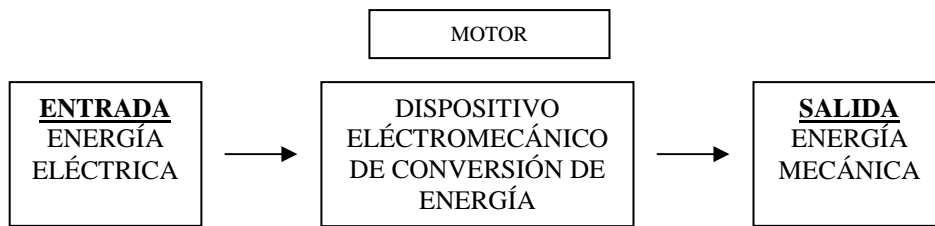


Figura 1-2 Esquema de flujo de la energía en un dispositivo motor.



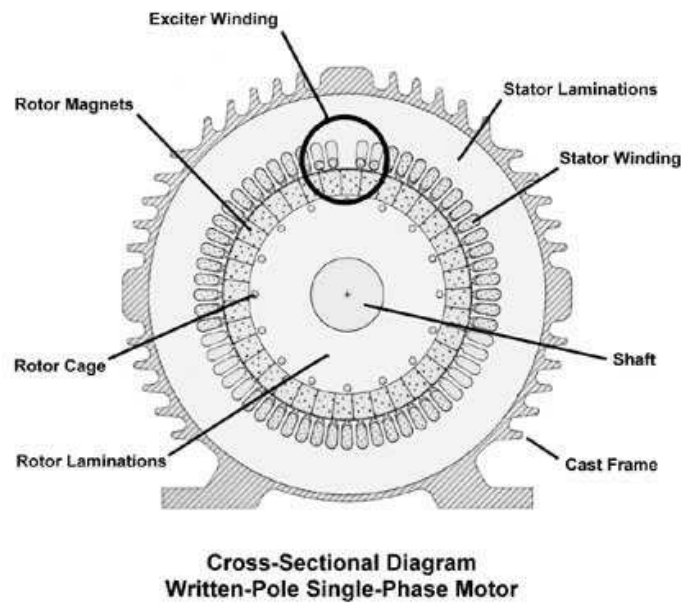
Figura 1-3 Esquema de flujo de la energía en un dispositivo transformador.

### 1.1.2.Máquina Eléctrica Móvil.

Las máquinas eléctricas móviles son dispositivos capaces de transformar la energía eléctrica en energía mecánica o viceversa. De esta forma se corresponden con la Figura 1-1 y la Figura 1-2. En esta memoria se va a estudiar el comportamiento de una máquina eléctrica móvil, concretamente de un motor (Figura 1-2).

En términos generales los motores eléctricos se componen de tres partes:

- Parte fija: denominado estator. Normalmente tiene como objetivo crear el campo magnético que ocasionará el movimiento de la máquina. Suele estar compuesto por chapas magnéticas apiladas o por material ferromagnético macizo. Se aloja bajo una carcasa para darle solidez.
- Parte móvil: conocida como rotor o deslizador. Normalmente tiene como objetivo crear el movimiento deseado con las características requeridas. Va montado sobre un elemento que le permite al menos un grado de libertad de movimiento, impidiéndolo en el resto. En las máquinas rotativas suele ser un cojinete, mientras que en las máquinas lineales existen otros métodos para asegurar la estabilidad del movimiento.
- Entrehierro: es el espacio de aire que se encuentra entre el estator y el rotor. Es necesario tanto para proporcionar la holgura necesaria para que la máquina se mueva, como para ser el lugar en el que se produce la conversión electromecánica de la energía.



*Figura 1-4 Partes de una máquina eléctrica rotativa.*

### 1.1.3. Clasificación.

Las máquinas eléctricas se pueden clasificar de diferentes maneras. Existen clasificaciones atendiendo a su tamaño, nivel de potencias o frecuencia de giro. Sin embargo, la forma de clasificación más utilizada es por naturaleza de la corriente eléctrica generada o utilizada. De esta forma existen:

- Máquinas de corriente continua: La forma de corriente que alimenta o consume la máquina es continua. En el interior esta corriente continua es modificada mediante un colector de delgas para hacerla alterna.
- Máquinas de corriente alterna: Utilizan corriente alterna. Según la velocidad a la que giren se clasifican en:
  - Síncronas: Se mueven a la misma velocidad que impone la red, tanto en régimen motor como generador.
  - Asíncronas: Se mueven a una velocidad que necesariamente tiene que ser diferente que la que impone la red. La velocidad es superior a la de sincronismo en régimen generador e inferior en régimen motor. Este tipo de máquina es el que se ha estudiado en el proyecto.

## 1.2. Objetivos del Proyecto.

El objetivo de este proyecto es profundizar sobre un método de resolución y cálculo de máquinas eléctricas llamado Circuitos Magnéticos Equivalentes (MEC). Este

método es alternativo (y complementario) a los programas de análisis por elementos finitos.

Para poder profundizar con el MEC es necesario construir un programa en un lenguaje de programación que permita obtener el comportamiento real de la máquina a estudiar. Por ello, es objetivo ha desarrollar un programa informático que resuelva la máquina según las variables de entrada<sup>1</sup>. A lo largo del proyecto se hará referencia a este programa como “*el programa*”. *El programa* se ha construido intentando que sea capaz de resolver cualquier máquina lineal.

La resolución del MEC proporciona datos sobre el flujo magnético que fluye por la máquina. Sin embargo, para profundizar en el estudio se ha creído oportuno obtener la distribución de fuerzas de la máquina. De esta forma, también es objetivo obtener la distribución de fuerzas en la máquina. Por último, se pretende comprobar la coherencia de los resultados obtenidos.

## 1.3. Medios Empleados.

### 1.3.1. Medios materiales

Para la realización de este proyecto se han utilizado diversos medios materiales e informáticos.

Para resolver el problema por el método del circuito magnético equivalente se ha utilizado el programa informático Matlab.

Como programas de apoyo se ha utilizado el pack de ofimática de Microsoft. Concretamente se ha empleado el Word y Excel 2003 y el Microsoft Project 2007.

### 1.3.2. Referencias científicas utilizadas

Para construir el programa de MEC se han utilizado diversas referencias científicas de distinta índole. Estas referencias se dividen básicamente en artículos científicos y tesis doctorales.

#### 1.3.2.1. Artículos científicos utilizados

Se ha utilizado los artículos científicos con referencias bibliográficas: [11], [12], [13], [14], [15].

---

<sup>1</sup> Las variables de entrada se corresponden con los grados de libertad que se tienen para construir una máquina lineal de flujo mixto. Para poder ver cuales son todas las variables de diseño que se consideran, se puede consultar el Anexo 2. En este Anexo, se expone una tabla con todas las variables del *programa* y su valor.

La otra variable de entrada que se no se ha expuesto, porque no es de diseño es el tiempo. Al depender la excitación del tiempo, es lógico suponer que los resultados dependan del tiempo.

Los artículos [11], [12] y [13], se han utilizado para discutir acerca de la colocación de las excitaciones magnéticas en las distintas configuraciones. También han ayudado a la hora de realizar la configuración del circuito magnético utilizado en la memoria. Se han utilizado porque son explicativos acerca de cómo acoplar las distintas ecuaciones magnéticas, la forma de construir los modelos y la forma de obtener las fuerza del dispositivo modelizado utilizando el Tensor de Stress de Maxwell<sup>2</sup>.

Los artículos [14], [15] han ayudado en la matemática necesaria para la resolución del sistema de ecuaciones resultante de la construcción del modelo. Han ayudado también acerca de la elección de la forma de resolución de las ecuaciones planteadas para la resolución del modelo. Los artículos en cuestión versan sobre distintos tipos de planteamiento para la un modelo máquina síncrona de polos salientes y como varían las ecuaciones en función de la posición de cada polo saliente.

#### 1.3.2.2. Tesis Doctoral

La tesis doctoral [10] ha sido básica para la realización del proyecto. Ha servido para ayudar a plasmar cada uno de los diferentes circuitos magnéticos y cómo interaccionan entre ellos. También se ha utilizado de manera fundamental para construir el campo eléctrico en la máquina, y cómo éste interacciona en el tiempo para dar como resultado la distribución de fuerzas instantánea de la máquina.

La tesis doctoral trata sobre el estudio de un motor lineal para la tracción ferroviaria.

### 1.4. Estructura de la Memoria.

Para facilitar la lectura del proyecto se va a hacer un breve resumen de cada uno de los distintos capítulos.

En el segundo capítulo se hará una introducción teórica acerca de los distintos aspectos básicos que se necesitan para el desarrollo del proyecto. Consistirá en un repaso de algunos conceptos fundamentales de electromagnetismo así como de algunos aspectos matemáticos relacionados con la resolución de sistemas de ecuaciones. Posteriormente se incluirá un apartado en el que se expondrá el criterio de signos utilizado en el presente ejercicio. El capítulo finalizará con una breve definición de máquina lineal así como de sus distintos tipos.

En el tercer capítulo se expondrán las dimensiones de la máquina que se va a estudiar. Asimismo se explicarán las propiedades electromagnéticas, la finalidad de los materiales utilizados para la construcción de la máquina y el modelo matemático utilizado para definirlos. Por último, se mostrará la distribución espacial de la excitación magnética para ver de manera teórica las características que el devanado imprime.

---

<sup>2</sup> En este proyecto no se ha utilizado el Tensor de Stress para calcular las fuerzas, sino que se ha utilizado la Ley de Lorentz.

En el cuarto capítulo se estudiará la máquina con *el programa* de MEC. Se resolverá de dos maneras. La primera de ellas no tendrá en cuenta la saturación de los materiales ferromagnéticos, la segunda sí tendrá en cuenta la saturación. Antes de obtener los resultados, se expondrá el proceso seguido para la resolución de cada uno de los problemas. Los resultados que se obtengan serán la onda de inducción en el carril, la inducción presente en cada elemento y la inducción en cada cabeza de diente.

En el quinto capítulo, se calcularán las fuerzas obtenidas en las dimensiones X e Y. Para ello se utilizará la Ley de Lorentz. Los datos de partida que se utilizarán en la obtención de las fuerzas serán los obtenidos en el capítulo cuarto.

En el sexto capítulo, se incluirá una breve memoria económica de los costes del proyecto. También se incluirá el esquema de realización de tareas necesario para la realización del proyecto.

En el séptimo capítulo se divide en dos partes. En primer lugar, se expondrán las conclusiones sobre la comparación entre los distintos métodos y su posible implantación al estudio de máquinas similares a la estudiada en esta memoria. En segundo lugar, se incluirán posibles nuevos estudios que podrían discurrir a raíz de los planteados en este proyecto.

Una vez finalizada la memoria, se incluirán distintos anexos que proporcionan información adicional muy valiosa. Cabe destacar que el **Anexo 1 comprende un resumen de toda la nomenclatura utilizada en la realización del proyecto.** El resto de Anexos tienen información que versa tanto sobre una descripción mejorada acerca del comportamiento de la máquina como sobre una mejor comprensión de algunas partes de la memoria.



## Capítulo 2. Base Teórica Básica.

---

El objetivo de este capítulo es ofrecer al lector una base teórica suficiente para que sea capaz de comprender todos los desarrollos del proyecto.

En el apartado 2.1 se recordarán algunos conceptos electromagnéticos utilizados en la memoria. Estos conceptos son básicamente las leyes de Maxwell y de Hokinson. En esta última se explica el concepto de tubo de flujo.

En el apartado 2.2 se ha incluido un breve repaso de la matemática básica que ha sido utilizada en el presente proyecto. El repaso consistirá en recordar lo que es un Sistema de Ecuaciones Lineales (de ahora en adelante SEL) y en explicar lo que es el número de condición de ese SEL.

En el apartado 2.3 se definen los distintos criterios de signos que se ha utilizado en el presente trabajo. Con ello se pretende facilitar al lector la interpretación de resultados.

En el apartado 2.4 se expondrá una definición de motor lineal asíncrono y se comentarán sus características principales.

En el apartado 2.5 se expondrán los tipos más característicos de motores lineales.

Se vuelve a recordar que en el **Anexo 1 se incluye toda la nomenclatura utilizada en la realización del proyecto.**

### 2.1. Conceptos Utilizados en la Memoria.

#### 2.1.1. Leyes de Maxwell.<sup>[1][3]</sup>

Las leyes de Maxwell son el resumen de la interacción entre el campo eléctrico y el magnético.

##### 2.1.1.1. Ley de Gauss.

El flujo total hacia el exterior del campo  $\mathbf{D}$  a través de una superficie cerrada es igual a la carga libre total encerrada en dicha superficie. El significado físico de esta ley es particularmente claro si se utiliza en su forma integral.

$$\text{Forma diferencial: } \nabla \cdot \bar{\mathbf{D}} = \rho_v \quad (2.1)$$

$$\text{Forma integral: } \oint_S \bar{\mathbf{D}} \cdot d\bar{\mathbf{S}} = Q \quad (2.2)$$

### 2.1.1.2. Carácter Solenoidal de la Inducción Magnética.

El significado físico de esta ley es exactamente el del título, es decir, que las líneas de campo son cerradas. Equivalentemente se puede decir que no hay monopolos magnéticos.

$$\text{Forma diferencial: } \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.3)$$

$$\text{Forma integral: } \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (2.4)$$

### 2.1.1.3. Ley de Ampere-Maxwell.

El origen del campo  $\vec{H}$  es el movimiento de cargas eléctricas o corrientes. Esta ley, como la de Gauss, es mucho más clara si se utiliza de forma integral.

$$\text{Forma diferencial: } \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.5)$$

$$\text{Forma integral: } \iint_{\Omega} (\nabla \times \vec{H}) \cdot d\vec{S} = \iint_{\Omega} \left( \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} = \oint_{\gamma} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I + I_d \quad (2.6)$$

En la ecuación 2.6 se puede ver como el origen del campo  $\vec{H}$  es la suma de las corrientes de conducción y de desplazamiento. Normalmente la corriente de conducción es mucho más elevada que la de desplazamiento<sup>3</sup>, lo que justifica que esta última se desprecie.

En general en un circuito magnético suele haber un número relativamente elevado de espiras por lo que la corriente total que atraviesa la superficie es la suma de las corrientes. Por ello y despreciando la corriente de desplazamiento, se obtiene la expresión 2.7.

$$\oint_{\gamma} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = N \cdot i = f.m.m. \quad (2.7)$$

La expresión 2.7 representa que la circulación de la intensidad de campo magnético sobre un camino cerrado es igual a la corriente total que atraviesa cualquier superficie apoyada en la curva. En la ecuación se ha definido una magnitud muy importante en electricidad que es la fuerza magneto motriz ( $f.m.m.$ ) que se mide en amperios vuelta [Av.].

---

<sup>3</sup> Se tiene que tener en cuenta que  $\frac{J}{J_d} = \frac{\sigma \cdot E \cdot \cos \omega t}{\epsilon \cdot \omega E \cdot \sin \omega t}$ , con lo que considerando máximos para el aluminio (conductor) con  $\sigma = 5,8 \cdot 10^7 \text{ S/m}$  a una frecuencia de  $f = 5 \cdot 10^{10} \text{ Hz}$  (muy elevada), se tiene que  $\frac{J}{J_d} = \frac{\sigma}{\epsilon \cdot \omega} = \frac{5,8 \cdot 10^7}{5,9 \cdot 8,842 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^{10}} = 3,57 \cdot 10^6$ , lo que implica que incluso a elevadas frecuencias, en conductores la corriente de desplazamiento es despreciable. Normalmente sólo se considera en condensadores y a elevada frecuencia.

#### 2.1.1.4. Ley de Faraday-Lenz.

Esta ley lo que viene a formular es que una variación de campo magnético en el tiempo es capaz de crear un campo eléctrico. Es el pilar de la electrodinámica pues relaciona las variables eléctricas con las magnéticas.

$$\text{Forma diferencial } \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.8)$$

$$\text{Forma integral } \oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \iint_S -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (2.9)$$

Normalmente se utiliza de forma integral, pero utilizando el concepto de flujo. De esta forma queda la expresión 2.10:

$$\oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = f.e.m. = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (2.10)$$

A partir de este punto la fuerza electromotriz será designada por su acrónimo (*f.e.m.*).

#### 2.1.2. Ley de Hopkinson.<sup>[7]</sup>

A pesar de haber realizado alguna simplificación, la ecuación 2.7 es susceptible de ser simplificada más aún. Si se da el caso de que el diferencial de longitud y las líneas de flujo son paralelos, el producto escalar se puede sustituir por un producto de escalares. La ventaja principal es que se pasa a operar con escalares en lugar de operar con vectores. Para ello se utiliza el concepto de reluctancia.

$$f.m.m. = H \cdot \ell = \frac{B \cdot \ell}{\mu} = \Phi \cdot \frac{\ell}{\mu \cdot S} = \Phi \cdot \frac{\ell}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot S} = \Phi \cdot \mathfrak{R} \quad (2.11)$$

Siendo  $\mathfrak{R}$  la reluctancia del circuito. Que viene definida por 2.12:

$$\mathfrak{R} = \frac{\ell}{\mu \cdot S} \quad (2.12)$$

La reluctancia define la dificultad que tiene el flujo de pasar a través de ciertos medios. La ley de Hopkinson es una forma de simplificar un complejo problema de electromagnetismo, pues permite hacer una analogía entre el comportamiento magnético y el eléctrico. Esta analogía permite representar variables magnéticas como variables puramente eléctricas y utilizar todos los métodos de resolución de circuitos que aporta la Teoría de Circuitos.

La relación análoga que se establece entre las variables eléctricas y las magnéticas es la mostrada en la Tabla 2-1.

| Variable magnética a estudiar | Variable eléctrica asociada |
|-------------------------------|-----------------------------|
| Flujo                         | Intensidad                  |
| Reluctancia                   | Resistencia                 |
| Fuerza Magnetomotriz          | Tensión                     |

Tabla 2-1 Relación entre las variables magnéticas y las eléctricas en la ley de Hopkinson.

El principal inconveniente es que se debe de realizar una simplificación de la máquina para poder aplicar el concepto de que el diferencial de longitud es paralelo a las líneas de flujo. Dicha simplificación recibe el nombre de tubos de flujo.

### 2.1.2.1. Tubo de Flujo.

Para la aplicación de la ley de Hopkinson y consiguiente desarrollo de la teoría de circuitos magnéticos equivalentes se necesita aplicar una suposición importante: asumir que el flujo magnético está concentrado en unos tubos de flujo. La suposición se basa en que fuera de dichos tubos no existe flujo magnético, puesto todo el flujo existente se localiza en el interior de los tubos de flujo. En la Figura 2-1 se puede ver un ejemplo de tubo de flujo.

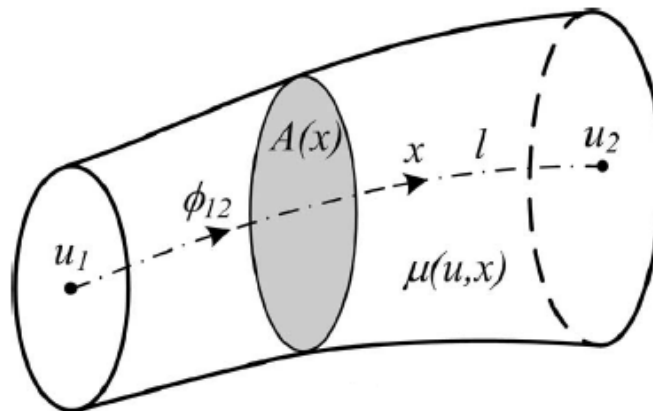


Figura 2-1 Tubo de flujo magnético<sup>[13]</sup>

La resolución utilizando la simplificación de tubos de flujo es un aspecto muy importante del MEC. En principio, si se posee un material ferromagnético (en el que la permeabilidad relativa es muy elevada) es muy acertado pensar que todo el flujo va por el material ferromagnético, pues según lo demostrado en 2.11, una reluctancia baja implica que la dificultad de las líneas de flujo de seguir el camino a través del material ferromagnético es muy pequeña.

Sin embargo, no es tan obvio una vez el flujo tiene que cruzar el entrehierro. Ello se debe a que en el entrehierro ocurre una “expansión”<sup>4</sup> del flujo debido al paso de un medio ferromagnético a un medio no ferromagnético. De esta forma se altera el área. A pesar de este inconveniente, se supone que la mayoría de flujo cruza el entrehierro por el camino más corto, que sigue siendo la línea recta.

Por otro lado, la simplicidad de resolver un circuito considerando que las áreas son siempre iguales es notable. A pesar de que existen distintas fórmulas para considerar esta expansión del área, no se van a aplicar.

Por estos motivos se supondrá en adelante, que todo el flujo que sale de un diente del estator incide perpendicularmente en la superficie del rotor, es decir, que el flujo se encuentra totalmente confinado en esos “cilindros” (en este caso prismas). Estos “cilindros” se corresponden con una proyección ortogonal del diente según el sentido del flujo.

### 2.1.2.2. Flujo de Dispersión.<sup>[8]</sup>

El flujo de dispersión es todo aquel que no concatena íntegramente al primario y al secundario de una máquina eléctrica. Puede deberse a que concatena tan solo al primario o solo al secundario.

El concepto de flujo de dispersión está íntimamente ligado al de reluctancias. La relación entre la reluctancia de dispersión y la reluctancia principal marca la posibilidad que tiene el flujo principal de tomar otro camino y convertirse en flujo de dispersión. A mayor valor de reluctancia<sup>5</sup> dificultad mayor dificultad.

En la realización de la memoria, las únicas reluctancias de dispersión que se han considerado son las reluctancias de ranura con concatenación total (2.13) y las reluctancias con concatenación progresiva de conductores (2.14). Las distintas geometrías a las que están asociadas las distintas ecuaciones expuestas anteriormente se pueden ver respectivamente en la Figura 2-2 y en la Figura 2-3.

$$\mathfrak{R}_{ra} = \frac{a}{\mu_0 \cdot L_m \cdot h} \quad (2.13)$$

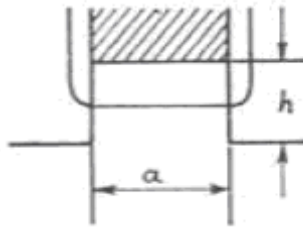


Figura 2-2 Ranura con concatenación total de conductores.<sup>[8]</sup>

<sup>4</sup> El efecto de la expansión del área se denomina “fringing area”.

<sup>5</sup> Considerando que el valor de la reluctancia principal es constante. De esta forma lo que hace es aumentarse el valor del cociente  $C_R = \frac{\mathfrak{R}_{principal}}{\mathfrak{R}_{dispersion}}$ , que es el parámetro que realmente controla la relación entre el flujo principal y el de dispersión.

$$\mathfrak{R}_{cp} = \frac{h^2 \cdot a}{\mu_0 \cdot L_m \cdot \int_0^h y^2 \cdot dy} = \frac{3 \cdot a}{\mu_0 \cdot L_m \cdot h} \quad (2.14)$$

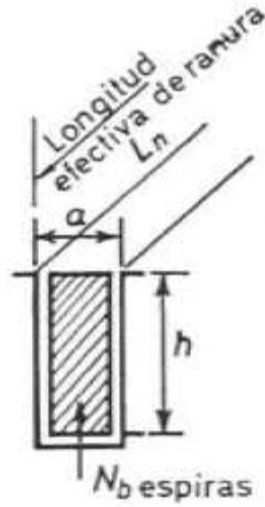


Figura 2-3 Reluctancia de un conductor con concatenación progresiva de conductores. Conductor homogéneamente distribuido.<sup>[8]</sup>

### 2.1.3.Velocidad de Sincronismo en un Motor Lineal.

La fórmula que se utiliza para calcular la velocidad de sincronismo no es exactamente la misma que para los motores rotativos, entre otros motivos porque no existe giro. Sin embargo, la velocidad de sincronismo se basa en los mismos principios y por tanto puede ser obtenida de una generalización de la fórmula para la velocidad de giro. La secuencia seguida se puede ver en 2.15, 2.16, 2.17, 2.18 y 2.19.

$$\begin{aligned} p \cdot n &= 60 \cdot f \\ n &= \frac{60 \cdot f}{p} \\ \frac{n}{60} &= \frac{f}{p} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Se tiene que:

$$\frac{\Omega_m}{2 \cdot \pi} = \frac{n}{60} \quad (2.16)$$

Con lo que sustituyendo en 2.16 se tiene:

$$\begin{aligned}
\frac{\Omega_m}{2 \cdot \pi} &= \frac{f}{p} \\
\Omega_m &= \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{p} \\
\Omega_m \cdot R &= \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot R}{p} = v_s
\end{aligned}
\tag{2.17}$$

Sabiendo que

$$\tau_p = \frac{\pi \cdot R}{p} \tag{2.18}$$

Sustituyendo en la expresión final de 2.17 queda:

$$v_s = 2 \cdot \tau_p \cdot f \tag{2.19}$$

## 2.2. Matemáticas.<sup>[4][5]</sup>

### 2.2.1. Sistema de Ecuaciones Lineales (SEL).

Un Sistema de Ecuaciones Lineales es un conjunto de ecuaciones lineales definidas sobre un mismo cuerpo. Para que tenga una única solución, es condición necesaria y suficiente que tenga el mismo número de ecuaciones linealmente independientes que incógnitas. Por ello, se estudiarán sistemas de ecuaciones que cumplan con esta condición. De ahora en adelante, un Sistema de Ecuaciones Lineales se representará por su acrónimo (SEL).

Normalmente un sistema de ecuaciones se representa por:

$$\begin{aligned}
A_{11} \cdot x_1 + A_{12} \cdot x_2 + \dots + A_{1n} \cdot x_n &= b_1 \\
A_{21} \cdot x_1 + A_{22} \cdot x_2 + \dots + A_{2n} \cdot x_n &= b_2 \\
\dots + \dots + \dots + \dots &= \dots \\
A_{m1} \cdot x_1 + A_{m2} \cdot x_2 + \dots + A_{mn} \cdot x_n &= b_m
\end{aligned}
\tag{2.20}$$

Expresando en forma matricial la expresión 2.20, se obtiene la expresión en 2.21.

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

Si se utiliza notación matricial para desarrollar la expresión 2.21, queda:

$$[A] \cdot \bar{x} = \bar{b} \tag{2.22}$$

La forma descrita en es el modo al que se referirá a un sistema de ecuaciones en adelante.

### 2.2.2. Número de Condición de una Matriz.

Si se tiene que resolver un sistema de ecuaciones lineales  $[A] \cdot \bar{x} = \bar{b}$  (sistema compatible determinado), es posible que tanto  $[A]$  como  $\bar{b}$  no se hayan podido obtener correctamente. Los motivos para ello son numerosos: errores de precisión en la medida, errores en el almacenamiento de los datos, etc.... De esta forma, en lugar de obtenerse los valores reales  $[A]$  y  $\bar{b}$ , se obtienen unos valores muy cercanos:  $[\tilde{A}]$  y  $\tilde{b}$ .

Al solucionar el sistema de ecuaciones  $[\tilde{A}] \cdot \bar{x} = \tilde{b}$  se obtiene la solución exacta  $\tilde{x}_0$ . Esta solución, pese a ser exacta (pero del sistema de ecuaciones  $[\tilde{A}] \cdot \bar{x} = \tilde{b}$ ) no se corresponde con la buscada, que es  $\bar{x}_0$ .

Como ejemplo, se plantea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 10^{-4} & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Con 7 decimales de precisión, tiene la solución:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.00010001 \\ 0.99989998 \end{bmatrix}$$

Sin embargo, con 3 decimales de precisión tiene:

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

La diferencia entre ambos valores depende esencialmente de una característica de la matriz  $[A]$  que se denomina número de condición. Se llama número de condición al escalar positivo  $c(A)$  que controla la transmisión de errores en los sistemas de ecuaciones lineales. La definición matemática se puede ver en 2.23.

$$c(A) = \frac{\max_{\|x\|=1} \|Ax\|}{\min_{\|x\|=1} \|Ax\|} \quad (2.23)$$

La característica más importante del número de condición de una matriz es que proporciona una cota superior al error cometido en la resolución de un sistema de ecuaciones. La expresión se puede ver en 2.24.



$$\frac{\|\Delta x_0\|}{\|x_0 + \Delta x_0\|} \leq c(A) \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|} \quad (2.24)$$

## 2.3. Criterios de Representación.

En este apartado se van a exponer los criterios de representación y de signos que se han seguido a lo largo del presente trabajo. Con ello se pretende simplificar la comprensión de los resultados obtenidos.

### 2.3.1. Criterio de Signos.

Los signos que se han considerado positivos son los siguientes:

- Se ha considerado positivo el triedro directo. Dicho triedro se puede ver en la Figura 2-4.
- Se han considerado positivas las corrientes salientes.
- Todas las magnitudes vectoriales serán positivas si están en la misma dirección de los semiejes positivos.
- El campo de *f.m.m.* sur es positivo.

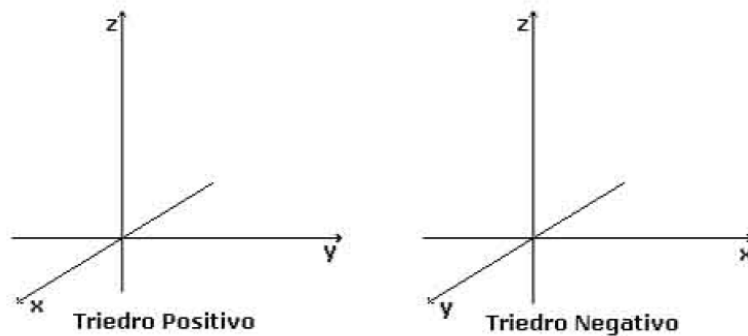


Figura 2-4 Tipos de triedros.

### 2.3.2. Criterio Dimensional.

A cada una de las dimensiones X, Y, Z, se le ha asignado una dirección espacial:

- X: es la dimensión longitudinal. De esta forma comprende el largo de la máquina
- Y: es la dimensión transversal. Comprende el ancho de la máquina.
- Z: es la dimensión vertical: Comprende el alto de la máquina.

## 2.4. Definición de Motor Lineal Asíncrono.<sup>[9][10]</sup>

El motor lineal, en su explicación más sencilla, consiste en un motor rotativo al que se le ha hecho un corte por una generatriz con un posterior desenrollado hasta dejarlo plano. La denominación de lineal procede de la forma de movimiento que dispone. En la Figura 2-5 se puede ver la secuencia de este desarrollo.

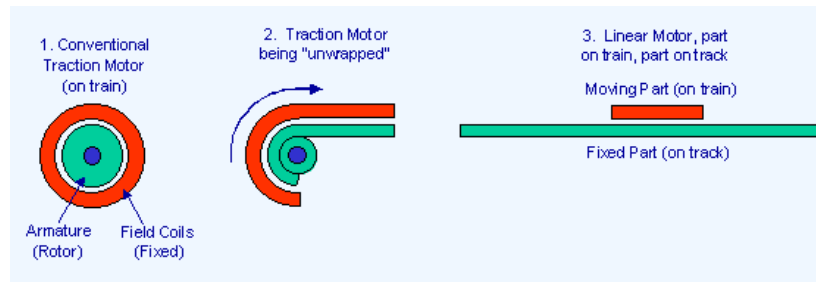


Figura 2-5 Desarrollo de un motor lineal para conseguir un motor lineal.

La definición es todo motor en el que el movimiento del rotor en relación con el estátor se realiza de manera lineal sin la necesidad de ningún aparato mecánico que transforme un movimiento rotativo en un movimiento lineal.

Hacer un desarrollo lineal de una máquina eléctrica, normalmente rotativa, viene determinado porque en algunos casos, es preferible crear una máquina que se adapte directamente al movimiento de la carga acoplada a pesar de perder rendimiento. La utilización de un motor lineal tiene las siguientes ventajas:

- Mayores valores de aceleración, lo que muchas veces es más importante que el valor de la velocidad máxima. Al eliminar partes mecánicas con sus inercias.
- Posibilidad teórica de la obtención de elevadas velocidades máximas
- Al reducir los componentes mecánicos se logra una reducción de los costes de mantenimiento y mayor disponibilidad de componentes
- Reducción de los niveles de ruido.
- Mayor robustez de la máquina con respecto a las condiciones meteorológicas.
- Mejor capacidad de refrigeración de los conductores.

Sin embargo, pese a todas las ventajas expuestas anteriormente y toda la potencialidad que poseen, los motores lineales han sido muy poco investigados<sup>6</sup>.

---

<sup>6</sup> Por otro lado siempre ha sido posible cambiar un movimiento rotativo en un movimiento lineal utilizando distintos instrumentos mecánicos, tales como levas e incluso engranajes y poleas.

## 2.5. Tipos de Motor Lineal Asíncrono

### 2.5.1. Motor Lineal de Flujo Longitudinal (MLFL).

Si no se modifica la topología del campo magnético que se genera en la máquina, se comprueba que con la estructura de la Figura 2-5 el avance de la onda de campo se realiza de forma longitudinal. Debido a esta característica este tipo de motores reciben el nombre de Motor Lineal de Flujo Longitudinal (MLFL). En la Figura 2-6 se pueden ver el esquema de las distintas líneas de flujo que recorrerían la máquina en un instante de tiempo.

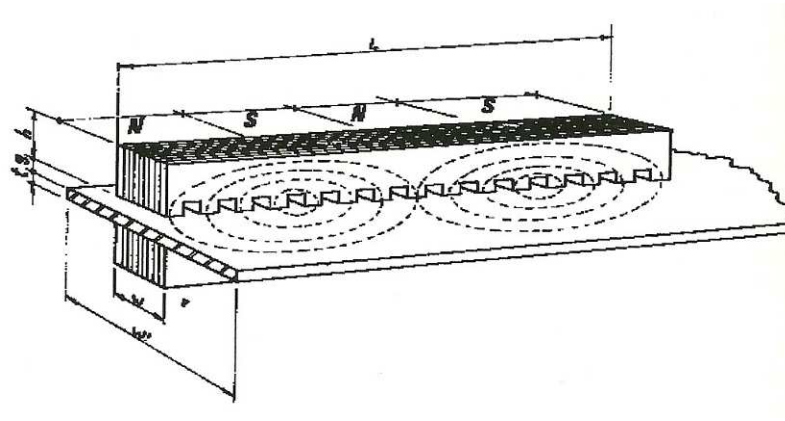


Figura 2-6 Esquema de las líneas flujo en un motor de flujo lineal <sup>[10]</sup>

Según las dimensiones relativas entre el estátor y el rotor, se diferencian dos tipos básicos de motor. Cada configuración presenta características propias debidas a efectos perjudiciales que ejerce el órgano más corto. Los distintos tipos son los siguientes:

- Motor de estátor corto: se pueden ver en la Figura 2-7.
- Motor de rotor corto: se puede ver en la Figura 2-8.

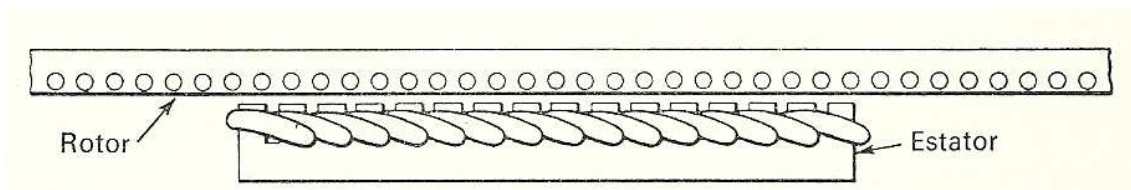


Figura 2-7 Motor lineal de flujo longitudinal de estator corto. <sup>[9]</sup>

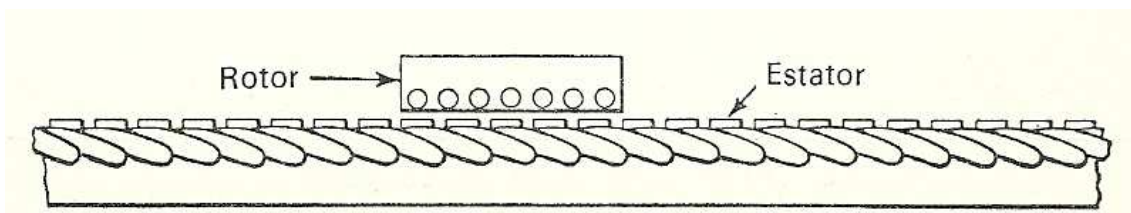


Figura 2-8 Motor lineal de flujo longitudinal de rotor corto. <sup>[9]</sup>

Si en lugar de ver las líneas de flujo en un esquema, las ven desde una perspectiva longitudinal, quedan tal y como se exponen en la Figura 2-9. En esta figura se puede ver dos de las características más importantes que presenta este tipo de máquinas. La primera característica es que las líneas de flujo forman un número impar de polos, en este caso, forman 3 polos<sup>7</sup>.

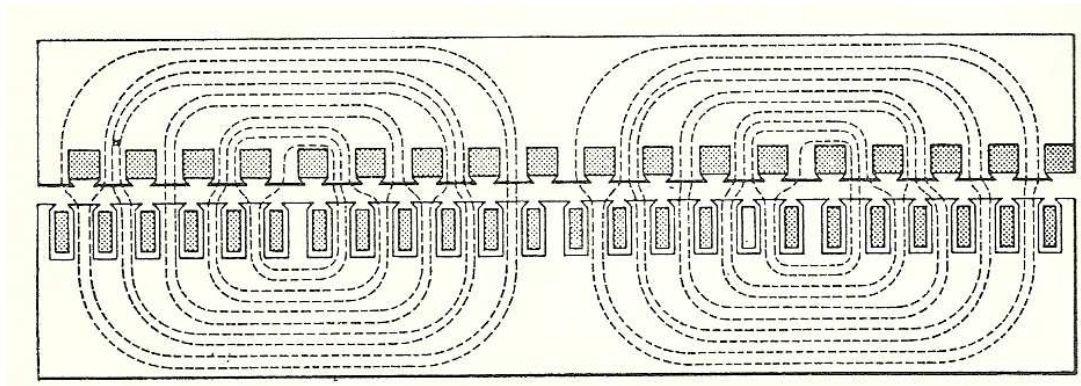


Figura 2-9 Vista de las líneas de flujo en los motores de flujo longitudinal. <sup>[9]</sup>

### 2.5.2. Motor Lineal de Flujo Transversal (MLFT).

Modificando convenientemente la topología del circuito magnético primario, se puede conseguir que las líneas del campo magnético se establezcan en sentido perpendicular a la dirección de movimiento. En la Figura 2-10 se pueden ver las líneas de flujo del motor. Si se compara con las del motor de la Figura 2-9 se puede observar lo comentado anteriormente: que las líneas de flujo son perpendiculares al movimiento.

Por este motivo, este tipo de motores recibe el nombre de Motores Lineales de Flujo Transversal (MLFT).

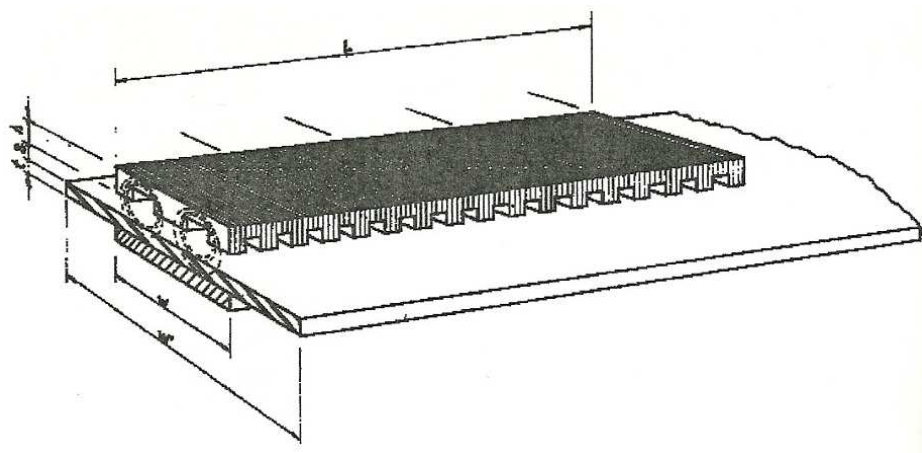


Figura 2-10 Esquema de las líneas de flujo en un motor de flujo transversal. <sup>[10]</sup>

<sup>7</sup> Los tres polos que forma se dividen en este caso de la siguiente forma: un polo completo que comprende el centro de la máquina, aporta el flujo completo; los otros dos polos se sitúan en los extremos, aunque no aporten todo el flujo que aporta el polo central, son unos “semipolos”. En el caso más genérico, el flujo total que sale por el polo central es igual a la suma del flujo que sale por los otros semipolos.

## Capítulo 3. Características de la Máquina.

---

El objetivo de este capítulo es exponer las características constructivas de la máquina que se va a estudiar en el presente proyecto. El motivo de incluir un capítulo resumen de estas características es incluir una referencia resumida de las distintas acotaciones de cada una de las variables presentes en la máquina. Esta referencia es muy útil al usar la formulación matemática paramétrica<sup>8</sup> que se utilizarán en los capítulos posteriores.

En el apartado 3.1, se expondrán las dimensiones de la máquina que se va a estudiar. Se acotarán las distintas variables geométricas de diseño y se plasmará la geometría de la máquina.

En el apartado 3.2, se dibujará el devanado las características y se obtendrán las características generales de la máquina: paso polar, velocidad de sincronismo y número de polos.

En el apartado 3.3 se expondrán las características electromagnéticas de los materiales empleados para la construcción de la máquina. Se hará especial hincapié en el modelo matemático que se ha utilizado para simular el comportamiento de los materiales ferromagnéticos utilizados.

En el apartado 3.4, se estudiará brevemente la configuración del devanado de la máquina. Para realizar este estudio se observarán las distintas ondas de excitación magnética que se producen en la máquina. La visualización de estas ondas es meramente introductoria, puesto que estas ondas se utilizarán en el Capítulo 4.

Se vuelve a recordar que en el **Anexo 1 se incluye toda la nomenclatura utilizada en la realización del proyecto.**

### 3.1. Dimensiones de la Máquina.

#### 3.1.1. Definición de la Máquina.

La máquina que se va a estudiar es una máquina lineal de flujo mixto alimentada por un esquema de corrientes trifásico.

---

<sup>8</sup> La formulación paramétrica es una manera de formular en la que no se incluyen números, sino parámetros que pueden ser cambiados a voluntad. De esta forma se consigue un estudio más general, pudiendo resolverse, en teoría, el mismo problema pero con diferentes datos. Dado que el estudio se realizó con la idea de resolver el caso más genérico, desde el principio se optó por este tipo de formulación matemática.

### 3.1.1.1. Flujo Mixto.

El hecho de que la máquina tenga un flujo mixto quiere decir que existen dos tipos de flujo en la máquina:

- Un flujo longitudinal que se corresponde con el flujo en el sentido de las X. El flujo longitudinal se puede ver en la Figura 3-1.
- Un flujo transversal que se corresponde con el flujo en el sentido de las Y. El flujo transversal se puede ver en la Figura 3-2.

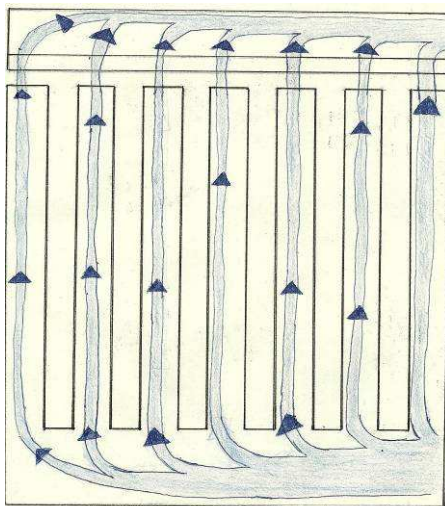


Figura 3-1 Líneas de flujo correspondientes al flujo longitudinal.

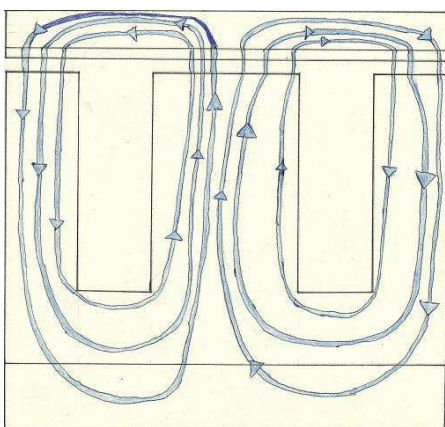


Figura 3-2 Líneas de flujo correspondientes al flujo transversal.

### 3.1.1.2. Esquema de Corrientes.

La máquina va a estar alimentada por un circuito trifásico directo o positivo en la teoría eléctrica. Dicho esquema se muestra en la Figura 3-3. De esta forma se dispone de una alimentación desfasada  $120^\circ$  eléctricos que servirán de punto de partida para aplicar el Teorema de Ferraris<sup>9</sup>.

---

<sup>9</sup> El teorema de Ferraris puede consultarse en el Anexo 3.



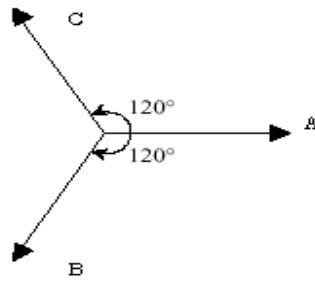


Figura 3-3 Esquema directo de fases.

En el estudio de la máquina este esquema directo representado por las letras **ABC** pasará a estar representado respectivamente por las letras **UVW**. Este cambio de denominación de letras se debe a que en máquinas de inducción se considera la denominación **UVW** como la denominación estándar y por ello es la que se ha seguido.

### 3.1.2.Diente.

En este apartado se describirá la geometría de cada uno de los dientes en los que se divide la máquina. Cada diente se ha construido apilando chapas de transformador.

#### 3.1.2.1. Vista Frontal.

Esta vista se corresponde con al flujo transversal. En la Figura 3-4 se pueden ver las dimensiones esquemáticas de la chapa de transformador utilizada en la construcción de la máquina real. El tipo de chapa de transformador que se ha escogido es de transformador monofásico acorazado fuera de norma.

Las distintas cotas que se pueden ver en la Figura 3-4 corresponden a las dimensiones de chapa que están en catálogo. El extracto de catálogo relativo al tipo de chapa utilizada en la máquina se puede ver en la Tabla 3-1.

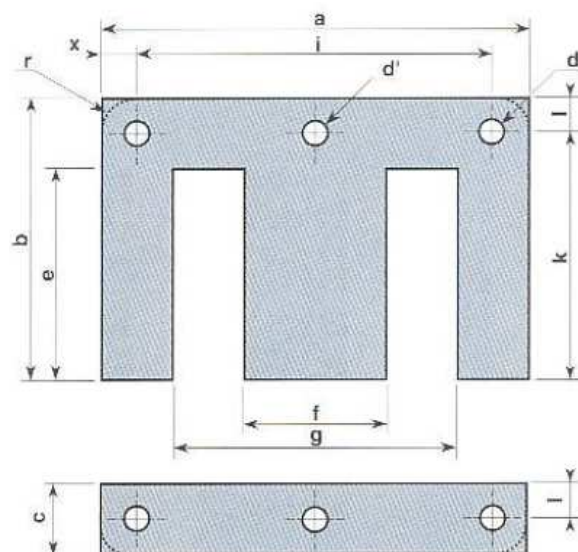


Figura 3-4 Vista lateral esquemática de un grupo de chapas formando un diente. <sup>[17]</sup>

En la máquina se ha utilizado la chapa **EI 174**. El tipo de chapa elegido se puede ver resaltado en color rojo sobre el corte del catálogo de la Tabla 3-1.

| TYPE          | a          | b          | c         | d           | e         | f         | g          | i          | k            | r        | l           | x           |
|---------------|------------|------------|-----------|-------------|-----------|-----------|------------|------------|--------------|----------|-------------|-------------|
| EI 44         | 44         | 30         | 8         | 3,1         | 22        | 14        | 30         | 36         | 26           | 0        | 4           | 4           |
| EI 45         | 45         | 30         | 7,5       | 3,1         | 22,5      | 15        | 30         | 37,5       | 26,25        | 0        | 3,75        | 3,75        |
| EI 52         | 52,5       | 35         | 8,75      | 3,4         | 26,25     | 17,5      | 35         | 43,75      | 30,625       | 0        | 4,375       | 4,375       |
| EI 56         | 56         | 37         | 10        | 3,6         | 28        | 18        | 38         | 47         | 32,5         | 0        | 5           | 4,5         |
| EI 90         | 90         | 60         | 15        | 4,6         | 45        | 30        | 60         | 75         | 52,5         | 0        | 7,5         | 7,5         |
| EI 105        | 105        | 70         | 17,5      | 5,5         | 52,5      | 35        | 70         | 87,5       | 61,25        | 0        | 8,75        | 8,75        |
| EI 126        | 126        | 84         | 21        | 6,5         | 63        | 42        | 84         | 105        | 73,5         | 0        | 10,5        | 10,5        |
| EI 135        | 135        | 90         | 22,5      | 6,5         | 67,5      | 45        | 90         | 112,5      | 78,75        |          | 11,25       |             |
| <b>EI 174</b> | <b>174</b> | <b>116</b> | <b>29</b> | <b>10,5</b> | <b>87</b> | <b>58</b> | <b>116</b> | <b>145</b> | <b>101,5</b> | <b>0</b> | <b>14,5</b> | <b>14,5</b> |
| EI 180        | 180        | 120        | 30        | 9           | 90        | 60        | 120        | 150        | 105          | 0        | 15          | 15          |
| EI 192        | 192        | 128        | 32        | 11          | 96        | 64        | 128        | 160        | 112          | 0        | 16          | 16          |
| EI 210        | 210        | 180        | 35        | 10          | 105       | 70        | 140        | 175        | 122,5        |          | 17,5        |             |
| EI 240        | 240        | 160        | 40        | 11,5        | 120       | 80        | 160        | 200        | 140          | 0        | 20          | 20          |

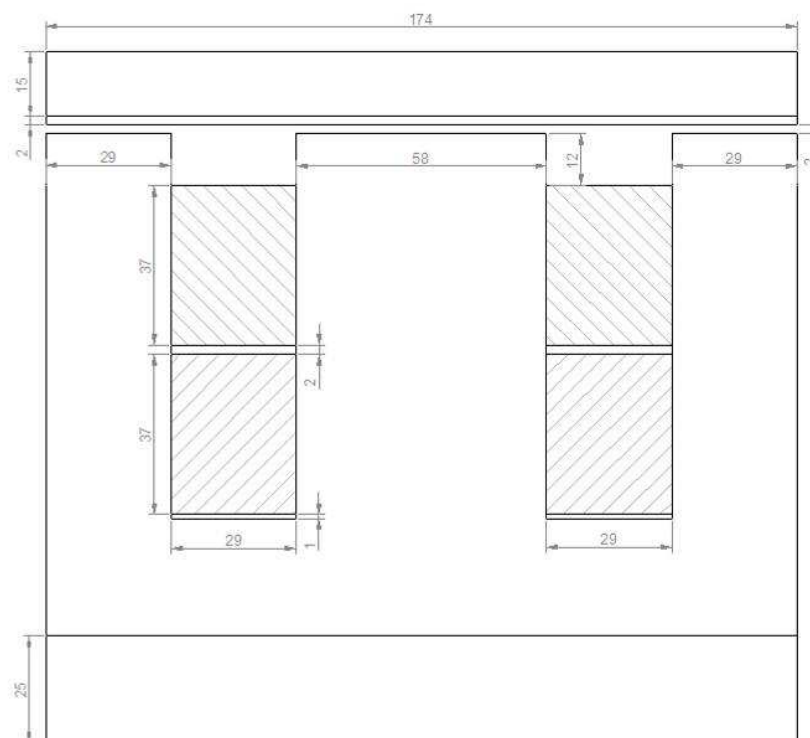
Tabla 3-1 Extracto de una hoja de catálogo de chapa de transformador.<sup>[17]</sup>

La vista transversal del diente queda, según lo mostrado en la Figura 3-5. En dicha Figura se pueden observar las siguientes características:

- Los conductores se encuentran en el espacio rayado. El rayado oblicuo que va de la esquina superior izquierda a la derecha se corresponde con la capa superior de conductores, el otro rayado se corresponde con la capa inferior. Se puede observar que el conductor inferior no está pegado al hierro, pues lo separa una distancia de 1mm. Esta distancia se corresponde con la distancia del aislante. La distancia del aislante también se puede ver en la distancia que separa ambos conductores, pues están separados 2mm, correspondientes al doble del aislante.
- Se incluye en el dibujo al secundario. El secundario está formado por una chapa de aluminio y un carril de hierro<sup>10</sup>. En este dibujo se ha indicado para mayor comodidad que tanto la chapa de aluminio como el carril de hierro tienen una anchura de 174mm, sin embargo, esta distancia será diferente en el Capítulo 7.
- El dibujo incluye una culata. Dicha culata viene representada por los 25mm de la parte inferior. La culata sirve para unir los flujos longitudinales de cada uno de los dientes que componen la máquina.

<sup>10</sup> El carril de hierro, **no** es exactamente como un carril tradicional consistente en dos vías paralelas. Se compone de un núcleo macizo de hierro. El objetivo de este núcleo es cerrar las líneas de flujo permitiendo que atravesasen completa y verticalmente a la placa de aluminio.





### 3.1.2.2. Vista Lateral.

Esta vista se corresponde al flujo longitudinal.

Tal y como se ha comentado anteriormente, cada uno de los dientes que forman la máquina está constituido por un apilamiento de chapas de transformador. En la Figura 3-6 se puede ver el alzado de cada paquete de chapas. En dicha figura se pueden observar las siguientes características:

- La Figura 3-6 representa a dos dientes contiguos separados por una ranura. De esta forma, se indica el valor del espesor del diente y de la ranura.
- Se puede ver desde otra vista la separación que existe entre el conductor de la capa superior y la cabeza de diente. Esta separación se corresponde con las dimensiones de un separador de baquelita. Este separador que está insertado entre los dientes en la dirección longitudinal sirve para que las chapas se conserven separadas. La longitud entre la cabeza de diente y el devanado superior corresponde 12mm. Estos 12mm se dividen en 1mm de espesor de aislante + 10mm de baquelita + 1 mm de aire. El motivo de no dividir esta distancia en las 3 partes es que todas tienen las mismas propiedades magnéticas: son materiales no ferromagnéticos.
- Se incluye un corte en la culata para indicar que es continua.

Las cotas se pueden ver en la Figura 3-5 y en la Figura 3-6.

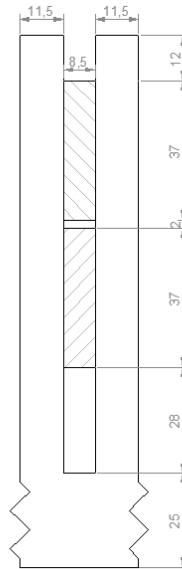


Figura 3-6 Vista lateral del diente.<sup>[18]</sup>

Como se puede ver en la Figura 3-6 el diente correspondiente tiene 11.5 mm de espesor. Se sabe de la hoja de catálogo que cada chapa presenta 0.50mm de espesor. Si se supone un factor de apilamiento<sup>11</sup> de 1. Se obtiene que:

$$N_{chapas} = \frac{D_x}{Espesor_{Chapa}} = \frac{11.5}{0.5} = 23 \text{ chapas} \quad (3.1)$$

### 3.1.3. Máquina en su Conjunto.

La máquina en su conjunto está compuesta en el primario por 31 paquetes de chapas, 30 ranuras, una culata de un material ferromagnético. En el secundario está compuesta por una culata plana de material ferromagnético y por una chapa de aluminio. El espesor de estas chapas es respectivamente de 15mm y 2mm. El dibujo acotado en sus dos dimensiones principales se puede ver en la Figura 3-7.

Si se tienen en cuenta estos factores, la máquina pasa a tener las dimensiones indicadas respectivamente en la Figura 3-8, la Figura 3-9.

<sup>11</sup> Normalmente este factor es de 0.91.

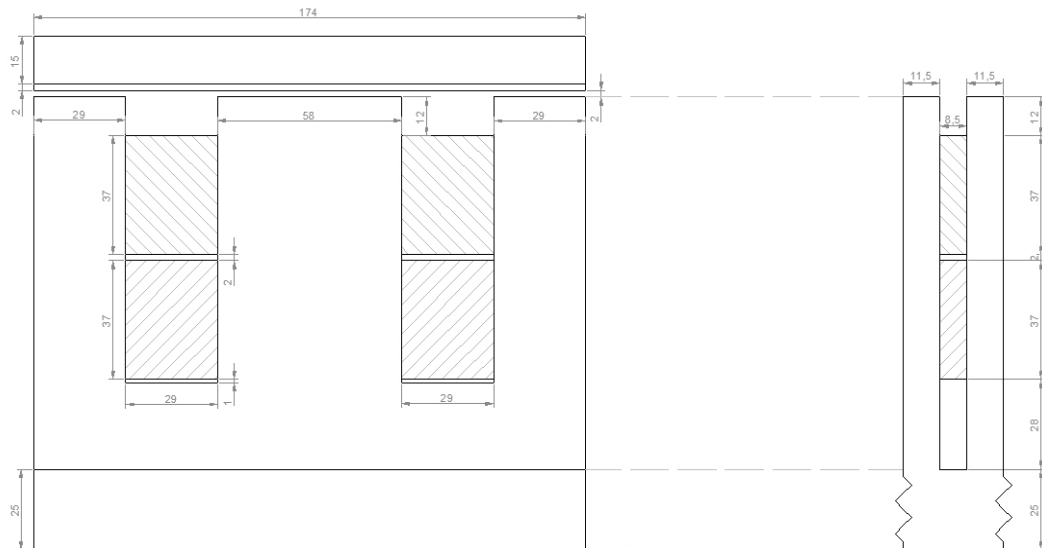


Figura 3-7 Vista conjunta de sección transversal y longitudinal de la máquina.<sup>[18]</sup>

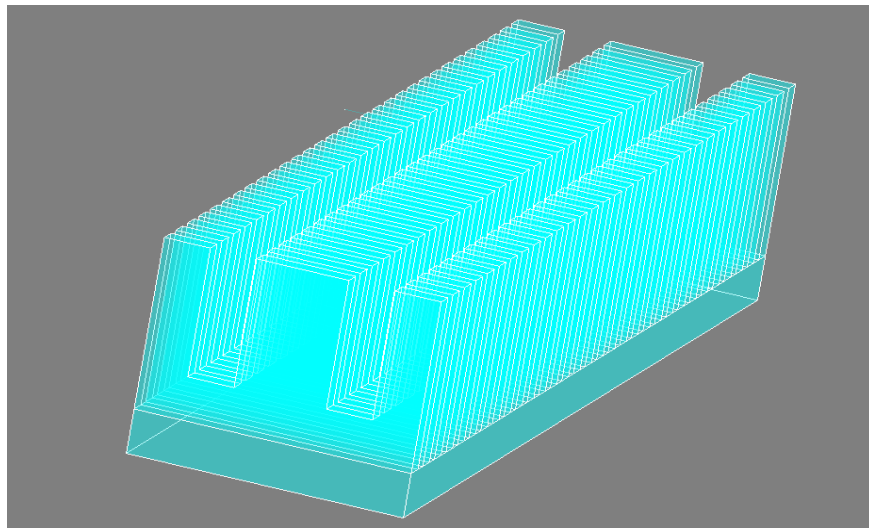


Figura 3-8 Primera vista en 3-D de la máquina.

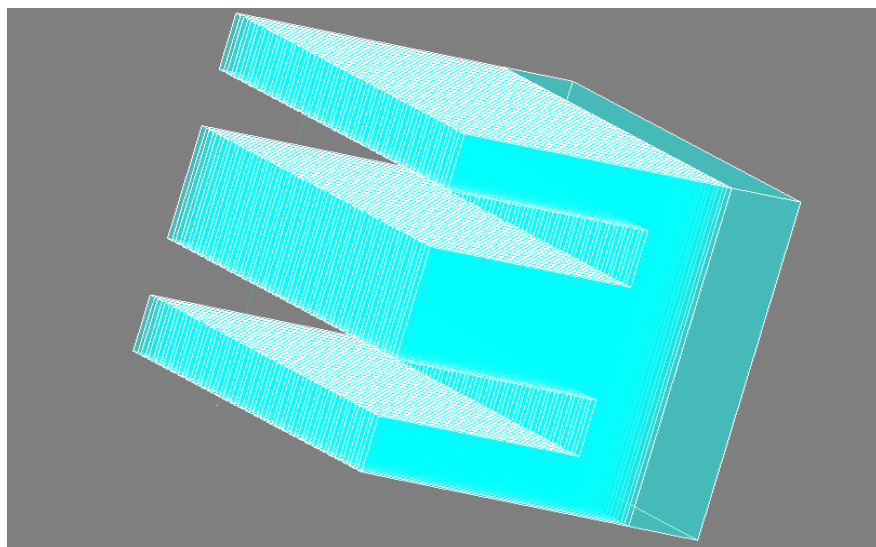


Figura 3-9 Segunda vista en 3-D de la máquina.

### 3.2. Características Generales de la Máquina.

Las características de la máquina son las siguientes:

- Tiene 2 polos, es decir, un par de polos.
- Es trifásica.
- Ocupa 4 ranuras por fase y polo.
- Tiene 2 capas de devanado.

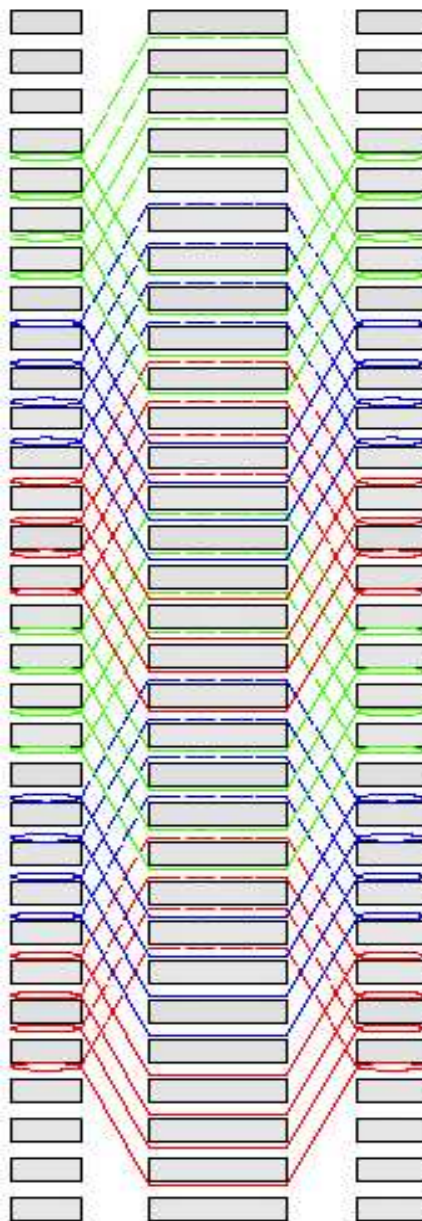


Figura 3-10 Vista superior del devanado<sup>[18]</sup>. No se han representado las bornas.

En la Figura 3-10 se puede observar la estructura del devanado de la máquina. La vista desde la que se representa a la máquina es la superior. Se ha asignado a cada fase un color diferente, la fase **U** es roja, la **V** es verde y la **W** es azul<sup>12</sup>. El trazo continuo representa que el conductor está en la capa superior, mientras que el discontinuo está en la capa inferior. En el esquema se puede ver como una misma fase empieza en la parte superior, después de pasar 3 conductores da una vuelta y pasa a estar en la parte inferior. Después de recorrer otros 3 conductores por la parte de abajo, regresa por la parte inferior a la alimentación<sup>13</sup>.

### 3.2.1. Paso Polar.

De la Figura 3-10 se obtiene que:

$$\tau_{teórico} = N_{fases} \cdot \frac{N_{conductores}}{fase} = 3 \cdot 4 = 12 \text{ conductores / polo} \quad (3.2)$$

Según la expresión 3.2, la máquina debería de tener 36 ranuras, sin embargo, se observa en la Figura 3-10 y en los datos presentados que la máquina tiene 30 ranuras y 31 dientes.

El acortamiento de paso se consigue devanando en dos capas, tal y como se expone en la Figura 3-10. Este acortamiento permite reducir la longitud de la máquina sin disminuir el paso polar y con ello se mantiene la velocidad. El acortamiento viene definido por la expresión 3.3.

$$Acortamiento = \frac{Avance_{real}}{Avance_{teórico}} = \frac{6}{12} = 50\% \quad (3.3)$$

El motivo por el que la máquina presenta una longitud mayor se explica porque es una máquina lineal. La ecuación que viene a determinar la longitud de la máquina es la 3.4.

$$Long_{real} = 2 \cdot \tau_p + (1 - Acortamiento) \cdot \tau_p \quad (3.4)$$

Con estos datos, la longitud del paso polar que tiene la máquina es de:

$$\tau_p = 12 \frac{ranuras}{polo \cdot fase} \cdot 20 \frac{mm}{ranura} = 240mm \quad (3.5)$$

### 3.2.2. Velocidad de Sincronismo.

Según lo visto en 2.1.3 se tiene que ( $f=50 \text{ Hz}$ ):

$$v_s = 2 \cdot \tau_p \cdot f = 2 \cdot 0.24 \cdot 50 = 24m/s \quad (3.6)$$

<sup>12</sup> Recordar que la secuencia directa de devanado es UV'WU'VW'.

<sup>13</sup> Las bornas de conexión no son visibles en este dibujo.

### 3.3. Propiedades de los Materiales.

En este apartado se describirán las características electromagnéticas que poseen los distintos materiales que se considera que forman la máquina.

#### 3.3.1. Tipos de Materiales.

Para la construcción del modelo se han utilizado 4 tipos de materiales:

- Chapa magnética: El objetivo de la chapa magnética es conducir adecuadamente las líneas de flujo del primario al secundario. Mediante el campo magnético móvil en el tiempo y espacio va a ser posible que la máquina se mueva. Para hacer crear el movimiento de la forma más eficiente, las propiedades de la chapa magnética deben de ser una elevada permeabilidad y una baja conductividad. El motivo de tener una elevada permeabilidad es que con una baja excitación magnética se alcance una elevada inducción. La baja conductividad es para tener bajas pérdidas por corrientes de Foucault.
- Carril de Hierro: El objetivo de este material es conducir las líneas de flujo en el inducido de manera que tengan menos pérdidas. Al tener elevada permeabilidad se consigue este efecto.
- Cobre: el objetivo del cobre es conducir la corriente eléctrica con las menores pérdidas posibles. Se utiliza cobre porque es el material con mayor conductividad que es susceptible de ser producido a bajo coste.
- Aluminio: el objetivo del aluminio es crear corrientes que conviertan la energía magnética en eléctrica y posteriormente en energía cinética. Se utiliza aluminio porque es un material bastante más barato que el cobre.

#### 3.3.2. Propiedades de los Materiales.

Las características de los materiales se resumen en la Tabla 3-2.

| Material         | Conductividad eléctrica [S/m]   | Permeabilidad Magnética Relativa                    |
|------------------|---------------------------------|---|
| Aluminio         | $3,54 \times 10^7$              | 1   |
| Chapa Magnética  | No interesa                     | Caso 1: 500<br>Caso 2: Dependiente según saturación |
| Carril de Hierro | No interesa                     | Caso 1: 500<br>Caso 2: Dependiente según saturación |
| Cobre            | $5,8 \times 10^7$ <sup>14</sup> | 1   |

Tabla 3-2 Propiedades de los materiales.

La Tabla 3-2 tiene las siguientes propiedades:

---

<sup>14</sup> Este valor se utiliza para calcular la resistencia del circuito primario, que se puede ver en el Anexo 4. Pero no se utiliza en más aspectos de la memoria.

- Los datos de conductividad eléctrica se han sacado de [1].
- El Caso 1 se corresponde con un material ferromagnético con una permeabilidad lineal. El Caso 2 se corresponde con una operación normal del material, es decir, siguiendo la curva de saturación.
- No se ha considerado la conductividad ni de la chapa magnética ni del carril. Existen dos motivos para no hacerlo: no presenta características homogéneas<sup>15</sup> y además no sería útil puesto que las pérdidas vienen definidas por los datos de la hoja de características. Las pérdidas no se han utilizado en la realización de esta memoria, sin embargo, se ha incluido una hoja en el Anexo 5 para que se puedan observar las propiedades reales de los materiales.
- La curva de saturación que siguen los materiales ferromagnéticos viene determinada por la ecuación 3.7. La ecuación para determinar la variación de la permeabilidad se ha sacado de [7], pero modificada ligeramente<sup>16</sup>.

$$\begin{cases} B = \frac{m_1 \cdot H}{m_2 + m_3 \cdot H} & \text{si } B \leq B_0 \\ B = B_0 + \mu_0 \cdot (H - H_0) & \text{si } B > B_0 \end{cases} \quad (3.7)$$

- Se sabe que tanto la conductividad como la permeabilidad<sup>17</sup> dependen de la temperatura. Sin embargo, en esta memoria no se considerará tal variación.

La modificación que se ha realizado en 3.7 para diferenciarlo de la ecuación de saturación magnética de [7] consiste básicamente en permitir que la inducción magnética pueda superar la asíntota marcada en  $m_1/m_3$ .

Si se estudia la primera ecuación de la expresión 3.7, se puede comprobar como la permeabilidad relativa desciende por debajo de la unidad, y esto es imposible<sup>18</sup>. De esta forma se ha incluido el segundo intervalo, correspondiente a un estado en el que el material ferromagnético está saturado y se comporta como si fuese aire, es decir, con una permeabilidad relativa de 1<sup>19</sup>. El punto que se define esta función pasa de un estado a otro es el punto  $B_0$ . Este punto se ha escogido de tal forma que la función  $B$  sea continua y derivable. Cabe notar que el punto está definido sobre el eje de ordenadas y

---

<sup>15</sup> Normalmente, las chapas ferromagnéticas tienen un recubrimiento de carlite. La adición de este recubrimiento hace que las propiedades de la superficie sean diferentes de las resto de material.

<sup>16</sup> La expresión que se ha utilizado como punto de partida se llama “ecuación de Fröelich”.

<sup>17</sup> La variación de la permitividad con la temperatura viene definida por la ley de Curie. El efecto que tiene en los materiales es muy importante, si se alcanzan las temperaturas adecuadas, sin embargo, para el rango habitual de trabajo este fenómeno es despreciable.

<sup>18</sup> Realmente es posible que un material ferromagnético alcance una permeabilidad relativa menor a la unidad. Esto es posible si el material es diamagnético (ver 0). Sin embargo, la variación que presenta de permeabilidad es del orden de  $10^{-5}$ , por lo que globalmente se puede considerar que la permeabilidad no puede bajar de uno.

<sup>19</sup> Realmente lo que es la unidad es el incremento diferencial de permeabilidad relativa .

no sobre el eje de abscisas. Esto es posible porque la función **B** es unidireccional<sup>20</sup>. Los puntos **B**<sub>0</sub> y **H**<sub>0</sub> se definen en la expresión 3.8. Para consultar detalles de la forma de obtener las ecuaciones 3.7 y 3.8 se ruega consultar el Anexo 6.

$$B_0 = \frac{m_1 \cdot H_0}{m_2 + m_3 \cdot H_0}$$

$$H_0 = \frac{\sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2}{\mu_0}} - m_2}{m_3} \quad (3.8)$$

Para la realización de la memoria se han supuesto que los valores  $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_3$  toman los siguientes valores:  $m_1 = 1.8 \cdot 10^{-3}$ ;  $m_2 = 3$ ;  $m_3 = 1 \cdot 10^{-3}$ . De esta forma, sustituyendo estos valores en la ecuación 3.8 queda de la forma expuesta en la expresión 3.9:

$$\begin{cases} B = \frac{1.8 \cdot 10^{-3} \cdot H}{3 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot H} & \text{si } B \leq 1.719 \\ B = 1.719 + \mu_0 \cdot (H - 62553) & \text{si } B > 1.719 \end{cases} \quad (3.9)$$

La representación de la expresión 3.9 se expone en la Figura 3-11. En dicha Figura, se puede comprobar que el codo de saturación<sup>21</sup> ocurre aproximadamente a los 1.5T.

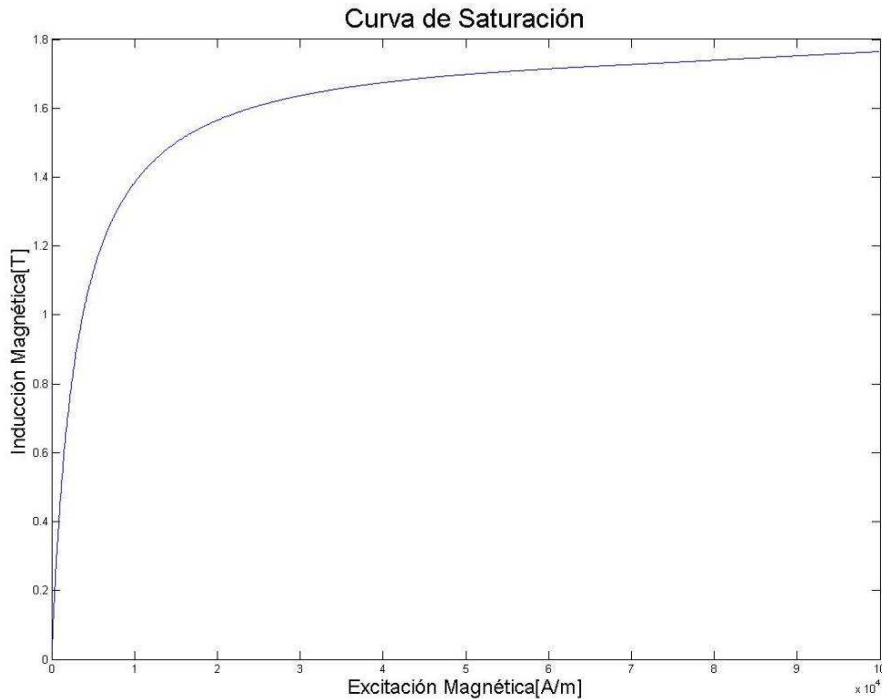


Figura 3-11 Curva B-H del material.

<sup>20</sup> El hecho de que sea unidireccional, implicará principalmente que no exista histéresis en la máquina.

<sup>21</sup> El codo de saturación es el lugar en el que la inducción pasa de aumentar considerablemente a no aumentar casi nada. Recibe este nombre porque tiene forma de codo.



Si se desea observar la gráfica que relaciona la permeabilidad relativa en función de la intensidad de campo se puede ver en la Figura 3-12. Esta gráfica va a ser mucho más importante para el seguimiento del comportamiento del **programa**, puesto que para determinar las reluctancias se necesita la permeabilidad relativa.

La Figura 3-12 muestra unos valores de permeabilidad relativa muy bajos. Normalmente las chapas magnéticas poseen unas cualidades bastante mejores, partiendo de una permeabilidad relativa bastante más elevada, ver Tabla 3-3.

El motivo por el que se ha escogido esta curva es porque se quería analizar el comportamiento en el peor caso posible. Si se es capaz de resolver el peor caso posible, será más fácil resolver cualquier otro caso.

Aunque la expresión 3.9 cumple ambas características, la permeabilidad que muestra la Figura 3-12 sigue siendo muy baja, por lo que los resultados que proporcionará **el programa** se tendrán que ver desde esta óptica. Sin embargo, cabe añadir que por muy baja que sea la permeabilidad inicial del hierro, sigue siendo mucho mayor que la del aire, por lo que los resultados no estarán tan alejados de la realidad. Además, **el programa** permite el cambio de las propiedades del material ferromagnético sin problema, por lo que se puede introducir en cualquier momento otras propiedades para que cuadren con las deseadas.

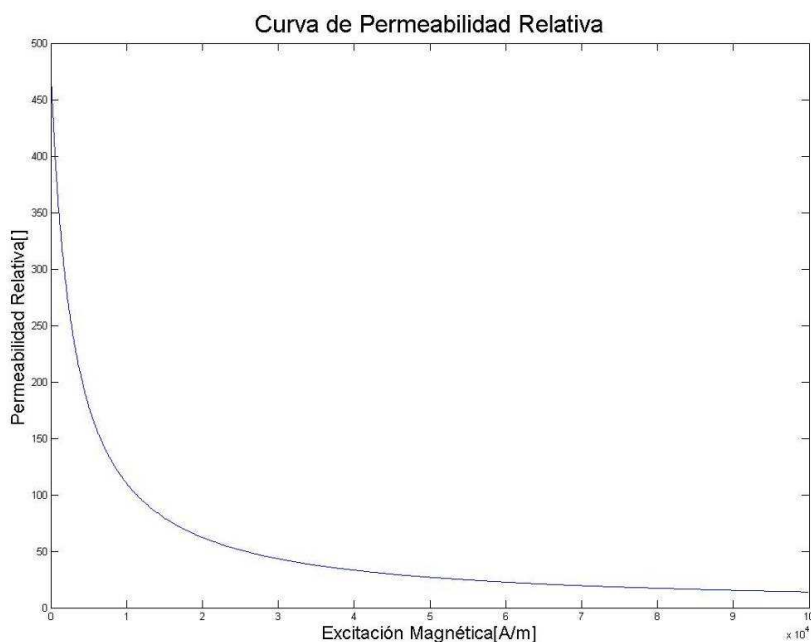


Figura 3-12 Curva  $\mu_r$ -H material.

| Nombre            | Composición %            | $\mu_r$ máxima | $H_c$ A.v/m | $B_r$ Teslas | Resistividad $\Omega - m \times 10^{-8}$ |
|-------------------|--------------------------|----------------|-------------|--------------|--|
| Hierro            | 99,9 Fe                  | 5.000          | 80          | 2,15         | 10                                       |
| Hierro al silicio | 4 Si; 96 Fe              | 7.000          | 48          | 1,97         | 59                                       |
| Hierro al silicio | 3,3 Si; 96,7 Fe          | 10.000         | 16          | 2            | 50                                       |
| Permalloy         | 45 Ni; 54 Fe             | 25.000         | 24          | 1,6          | 50                                       |
| Mumetal           | 75 Ni; 2 Cr; 5 Mn; 18 Fe | 110.000        | 2,4         | 0,72         | 60                                       |

Tabla 3-3 Permeabilidades relativas. [7]

La última observación es que la saturación se ha tenido en cuenta de una forma simplificada. En realidad el material ferromagnético sigue un ciclo de histéresis<sup>22</sup>. Sin embargo, este ciclo se va a ignorar y se va a considerar como una única curva obtenida con los valores medios de la  $B$  para cada  $H$ <sup>23</sup>. Mediante el uso de esta simplificación se ignoran las pérdidas por histéresis. Esta simplificación es tolerable puesto que las pérdidas por histéresis ya están incluidas en las pérdidas por volumen de chapa magnética.

### **3.4. Análisis de la Excitación Magnética.**

La excitación magnética de la máquina depende de la disposición del devanado de la misma y de la intensidad que lo recorra. En este apartado se va a estudiar cómo se crearían de manera teórica las ondas de excitación magnética.

Dado que por la máquina existe un doble flujo, se estudiarán las dos ondas que lo componen: En primer lugar se estudiará la onda longitudinal y en segundo lugar la transversal. Para estudiar la influencia de cada una de las ondas de excitación magnética se procederá a estudiar por separado a cada una de las capas por las que se excita a la máquina: superior e inferior. Finalmente se estudiará la influencia conjunta de las capas.

Para poder observar las ondas de excitación magnética en la máquina, se estudiarán suponiendo un valor de intensidad que se corresponde con el que se podría dar en un instante de tiempo concreto. De esta forma, las distribuciones de excitación que se representan en este apartado son algo fijo, cuando en realidad son algo móvil<sup>24</sup>. Todas las Figuras que se presentan en este apartado han de ser vistas bajo esta perspectiva.

El hecho de que no se represente una onda distinta para cada instante de tiempo se debe a que se ha estimado que eso incrementaría la extensión del proyecto y la complejidad del mismo ganando en cambio poca o ninguna claridad. Por otro lado, el objetivo principal de este apartado es indicar cómo se crean las ondas de excitación magnética que recorren la máquina y cuáles son dichas ondas. Estas ondas tienen una especial relevancia a la hora de determinar la inducción de la cabeza de diente.

#### **3.4.1. Excitación Magnética Longitudinal.**

En este apartado se va a estudiar el comportamiento de la onda de excitación magnética correspondiente a la dirección longitudinal. Si se observa la matriz de la Figura 3-13, se puede ver que corresponde a la disposición de los conductores desde un punto de vista longitudinal.

---

<sup>22</sup> El ciclo de histéresis es una propiedad de los materiales ferromagnéticos. La definición es la tendencia a conservar las propiedades en ausencia de estímulo externo. De esta forma la magnetización de las sustancias ferromagnéticas depende del camino que se ha seguido. Este efecto es especialmente importante en aplicaciones en las que se está continuamente cambiando la excitación; por este motivo, las aplicaciones a elevadas frecuencias tienen especialmente en cuenta este efecto.

<sup>23</sup> A esto es lo que se llama la curva de vacío.

<sup>24</sup> Recordar el Teorema de Ferraris. Ver Anexo 3.

```
[Iu Iu Iu Iu -Iw -Iw -Iw -Iw Iv Iv Iv Iv -Iu -Iu -Iu -Iu Iw Iw Iw Iw -Iv -Iv -Iv -Iv 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 -Iu -Iu -Iu -Iu Iw Iw Iw Iw -Iv -Iv -Iv -Iv Iu Iu Iu Iu -Iw -Iw -Iw -Iw Iv Iv Iv Iv];
```

Figura 3-13 Disposición de los conductores longitudinales.

Si se asigna un valor a la corriente  $I$  que circula por cada uno de los devanados correspondientes a un sistema trifásico equilibrado, se puede obtener la representación de la onda excitación magnética. Como ejemplo, se ha asignado  $1460A$ <sup>25</sup> a la corriente de la fase U y  $-730A$  a cada una de las fases V y W<sup>26</sup>.

Los armónicos de ranura se han considerado como una interpolación lineal entre la excitación que ve cada diente.

### 3.4.1.1. Onda de Excitación Magnética Longitudinal de la Capa Superior.

La distribución en la capa superior se puede ver en la Figura 3-14, en la que se puede ver cómo en la primera parte la onda es positiva, en la segunda es negativa y después es neutra. Ello se debe a que según lo visto en la Figura 3-13, la disposición de los conductores, no hay conductores en las 6 últimas ranuras de la máquina en la parte superior. En la Figura 3-14 se puede ver que la parte positiva de la onda es mucho mayor que la negativa. El motivo es que la intensidad que circula por dichos conductores genera una excitación magnética positiva.

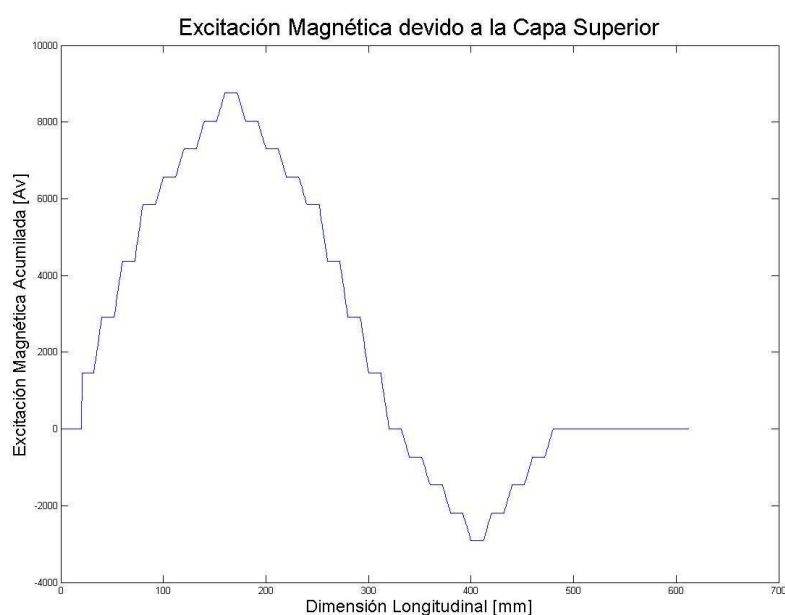


Figura 3-14 Onda de excitación magnética longitudinal acumulada del devanado superior.

<sup>25</sup> Estos valores de intensidad se corresponden con una excitación de unos  $4 A/mm^2$ . Los valores de intensidad eléctrica utilizados en la representación de este apartado se corresponden con valores de intensidad instantánea. En el instante de tiempo representado para la fase A, se puede asociar a su valor pico.

Se han escogido estos valores únicamente como ejemplo, porque se podían haber estudiado otros.

<sup>26</sup> Estos valores se corresponden con unos valores de un sistema trifásico estándar en los que el máximo de intensidad circula por la fase U.

### 3.4.1.2. Onda de Excitación Magnética Longitudinal de la Capa Inferior.

La onda de la excitación magnética de la capa inferior se puede ver en la Figura 3-15. Se puede ver que presenta las mismas características que la Figura 3-14, onda de excitación magnética con excitación del devanado superior. Los valores son, sin embargo, negativos; además en lugar de tener las 6 últimas ranuras sin conductor, presenta desocupados los 6 primeros. Tal y como se puede ver en la segunda fila de la Figura 3-13. El motivo es el mismo que el expuesto en el anterior epígrafe: la excitación magnética es negativa.

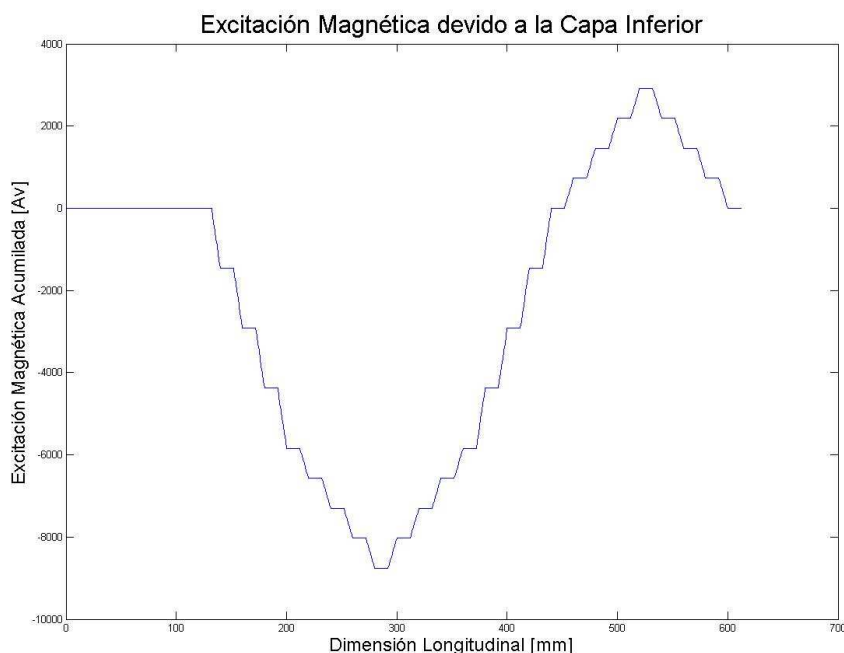


Figura 3-15 Onda de excitación magnética longitudinal acumulada del devanado inferior.

### 3.4.1.3. Onda de Excitación Magnética Longitudinal Total.

Si se suman ambas excitaciones magnéticas el resultado se puede ver en la Figura 3-16: la onda de excitación total. Es una onda que presenta dos polos sur y uno norte. Este tipo de disposición es típica en una máquina lineal y se debe a que presenta una longitud finita. En una máquina rotativa, los conductores vacíos se compensarían entre sí (ocupándose ambos espacios), por lo que la onda es una senoidal perfecta. De hecho, se puede comprobar como si los dos polos norte se superponen se obtiene un polo sur del tamaño del único polo norte, que se puede apreciar mayor al cada uno de los sur por separado.

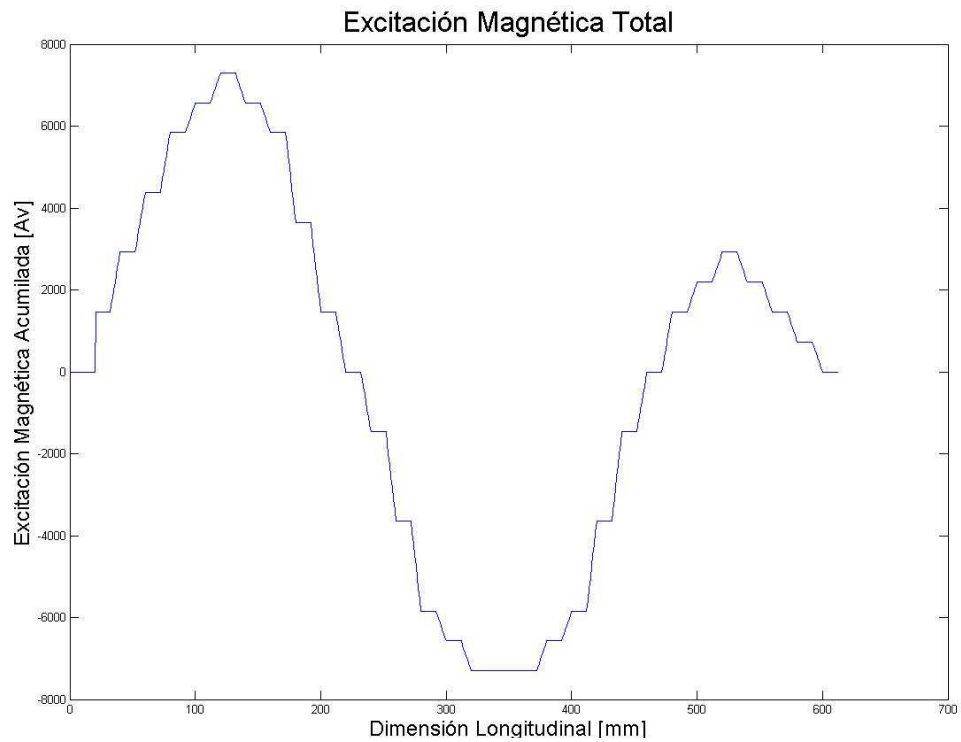


Figura 3-16 Onda de excitación magnética longitudinal acumulada del devanado total.

El modo en el que se han calculado las ondas de excitación magnética longitudinales es el expuesto a continuación:

$$Ex_{Longitudinal}(i) = \sum_{j=1}^i N \cdot I_j \quad (3.10)$$

### 3.4.2. Excitación Magnética Transversal.

La disposición de conductores desde el punto de vista transversal de la Figura 3-10, se puede observar como matriz en la Figura 3-17.

|           |            |
|-----------|------------|
| It=[      |            |
| 0*Iu      | 0*Iv;      |
| 1*Iu      | 0*Iv;      |
| 2*Iu      | 0*Iv;      |
| 3*Iu      | 0*Iv;      |
| 3*Iu      | 1*Iu;      |
| 2*Iu-1*Iw | 2*Iu;      |
| 1*Iu-2*Iw | 3*Iu;      |
| 0*Iu-3*Iw | 3*Iu;      |
| 0*Iv-3*Iw | 2*Iu-1*Iw; |
| 1*Iv-2*Iw | 1*Iu-2*Iw; |
| 2*Iv-1*Iw | 0*Iu-3*Iw; |
| 3*Iv      | 0*Iv-3*Iw; |
| 3*Iv      | 1*Iv-2*Iw; |
| 2*Iv-1*Iu | 2*Iv-1*Iw; |
| 1*Iv-2*Iu | 3*Iv;      |
| 0*Iv-3*Iu | 3*Iv;      |
| 0*Iw-3*Iu | 2*Iv-1*Iu; |
| 1*Iw-2*Iu | 1*Iv-2*Iu; |
| 2*Iw-1*Iu | 0*Iv-3*Iu; |
| 3*Iw      | 0*Iw-3*Iu; |
| 3*Iw      | 1*Iw-2*Iu; |
| 2*Iw-1*Iv | 2*Iw-1*Iu; |
| 1*Iw-2*Iv | 3*Iw;      |
| 0*Iw-3*Iv | 3*Iw;      |
| -3*Iv     | 2*Iw-1*Iv; |
| -2*Iv     | 1*Iw-2*Iv; |
| -1*Iv     | 0*Iw-3*Iv; |
| 0*Iv      | -3*Iv;     |
| 0*Iv      | -2*Iv;     |
| 0*Iv      | -1*Iv;     |
| 0*Iv      | -0*Iv];    |

Figura 3-17 Disposición de los conductores transversales.

A la hora de representar las ondas de excitación magnética transversal se ha tomado un criterio similar al tomado en la representación de la onda de excitación magnética longitudinal. Por ello se ha tomado el mismo instante de tiempo que en el devanado longitudinal. La columna de la izquierda se corresponde a la excitación de la capa superior, siendo la excitación de la capa inferior la columna de la derecha.

La diferencia de representación en los armónicos de ranura entre la representación se debe al sentido de movimiento del flujo. Al ser transversal, el flujo se movería en un plano perpendicular al plano, lo que impide distinguir entre ranura y diente, sino hasta que se incorpora otra excitación. El no poder distinguir entre diente y ranura se debe a que los dientes no están unidos magnéticamente, sino que son independientes unos de otros. Esta diferencia en la representación no afecta al *programa*, puesto que el éste solo toma datos de los dientes.

#### 3.4.2.1. Onda de Excitación Magnética Transversal de la Capa Superior.

En la Figura 3-18 se puede ver la onda formada por el devanado superior. La gran similitud se debe a que el flujo transversal de cada diente es independiente de los flujos de los dientes contiguos. De esta forma, con el devanado que se ha presentado en la Figura 3-17, se obtiene la forma de onda de la Figura 3-18.

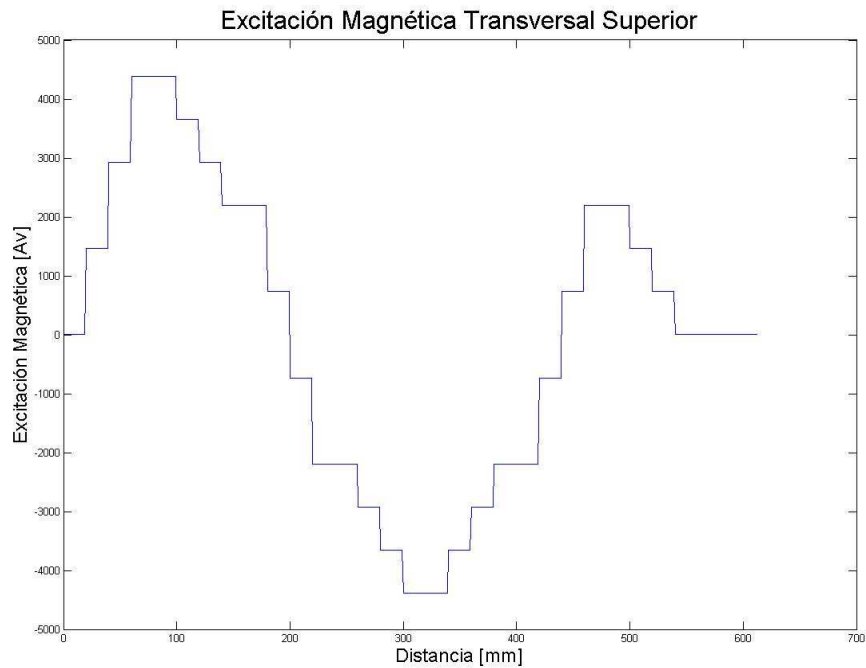


Figura 3-18 Onda de excitación magnética transversal acumulada del devanado superior [Av].

#### 3.4.2.2. Onda de Excitación Magnética Transversal de la Capa Inferior.

La excitación magnética de excitación inferior se muestra a su vez en la Figura 3-19. Si se compara con la excitación superior, la Figura 3-18, se puede observar que ambas son muy parecidas. Sin embargo, presentan nuevamente una diferencia en la disposición de conductores. Esta diferencia hace que el momento en el que el valor de la onda de excitación magnética sea nulo en la onda de excitación magnética superior sea al final, mientras que en el caso de la inferior sea al principio. Nuevamente se debe a la ausencia de conductores en esa región del espacio.

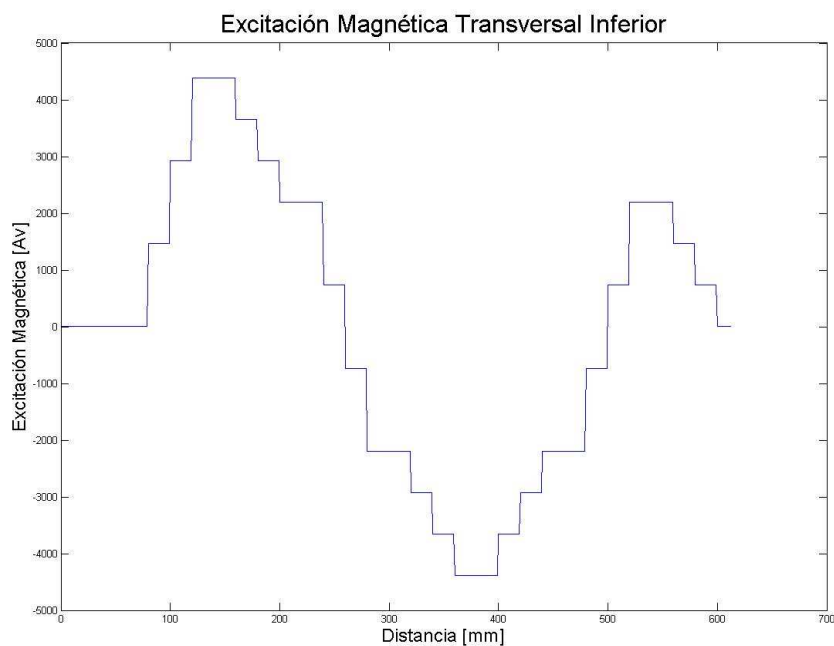


Figura 3-19 Onda de excitación magnética transversal acumulada del devanado inferior [Av].

### 3.4.2.3. Onda de Excitación Magnética Transversal Total Resultante.

Si se suman ambas excitaciones transversales se obtiene la excitación transversal total, cuya disposición se presenta en la Figura 3-20.

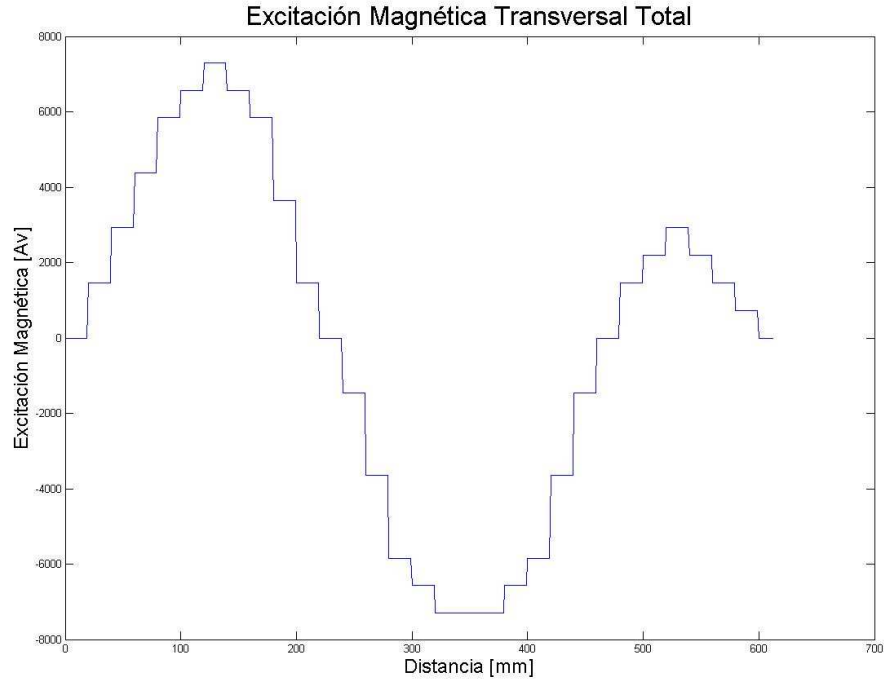


Figura 3-20 Onda de excitación magnética transversal acumulada total [Av].

Las representaciones del flujo transversal se han obtenido por otro método diferente al utilizado para obtener la representación longitudinal. Mientras que en el caso longitudinal se ha necesitado sumar toda la excitación magnética anterior para obtener la excitación magnética en el punto, en el caso transversal esto no ha sido necesario debido a que los flujos transversales de diente son independientes de los flujos de los dientes contiguos. Por ello, para obtener la excitación magnética se ha limitado a realizar una suma de excitación correspondiente de cada una de las fases presentes en el diente. Si se expresa matemáticamente la forma de obtener la excitación magnética para el diente “*i*” queda de la siguiente forma:

$$Ex_{Transversal}(i) = N \cdot I(i)_U + N \cdot I(i)_V + N \cdot I(i)_W = I_t(i) \quad (3.11)$$



## Capítulo 4. Resolución con Circuitos Magnéticos Equivalentes.

---

En este capítulo se realizará un estudio del modelo en el que se aplicará la teoría de circuitos magnéticos. Este nuevo método de estudio está siendo cada vez más utilizado puesto que aporta una gran rapidez de cálculo a la vez que no empeora sustancialmente la calidad de los datos obtenidos.

El objetivo de este capítulo es doble. Por un lado se pretende explicar la forma de obtener los resultados, justificándola física y matemáticamente. Por otro lado se pretenden obtener unos resultados que se consideran de utilidad a la hora de establecer y comprobar el diseño de la máquina. Estos resultados son:

- La distribución espacial de la inducción presente en las cabezas de los dientes: (tanto de los dientes centrales como de los dientes laterales).
- La distribución espacial de la inducción en el carril.
- La inducción que soporta cada elemento en los que se divide el primario<sup>27</sup>.

En el apartado 4.1 se explicarán las hipótesis aplicadas y se expondrán de manera gráfica cómo se distribuye el flujo en la máquina. Estas Figuras serán la base sobre la que se construirán los tubos de flujo.

En el apartado 4.2 se resolverá la máquina considerando que no hay saturación. El objetivo principal de este apartado es la exposición del procedimiento mediante el cual se programa la resolución del problema.

Al no considerar una permeabilidad variable, se obtendrá que la permeabilidad de cada elemento no depende del flujo que la atraviesa, sino de la permeabilidad inicial supuesta. De esta forma, el tiempo de computación para obtener los resultados se reduce notablemente.

En el apartado 4.3 se expondrán los resultados del apartado 4.2.

En el apartado 4.4, se ha considerado la saturación de la máquina. El objetivo de este capítulo es la explicación de los cambios que hay que implementar con respecto al procedimiento del apartado 4.2 para poder obtener la solución del problema. Para

---

<sup>27</sup> Para la resolución del problema, la máquina se divide un número de elementos. Cada elemento posee unas características geométricas determinadas y presenta un flujo propio (que normalmente es diferente al del resto de elementos). Con estas dos características y con la curva de saturación del material se puede obtener el grado de saturación que presenta.

obtener la solución hay que proceder de forma iterativa, siguiendo la curva de saturación del material ferromagnético (ver apartado 3.3.2).

En el apartado 4.5 se expondrán los resultados del apartado 4.4. Igualmente, se corresponden con unas condiciones concretas de funcionamiento, exactamente las mismas que las utilizadas en el apartado 4.2.

No es objetivo de este capítulo obtener la distribución de fuerzas en la máquina. Sin embargo, la obtención de los resultados expuestos en este apartado será el punto de partida del Capítulo 5 para la obtención de la distribución de fuerzas en la máquina. Se va a suponer que la excitación por ranura y fase es de 1460Av en la fase U y -730Av en las fases V y W. Se va a suponer que la excitación se corresponde con un conductor con 1460A y una sola vuelta<sup>28</sup>.

Se vuelve a recordar que en el **Anexo 1 se incluye toda la nomenclatura utilizada en la realización del proyecto.**

## 4.1. Introducción.

### 4.1.1.Hipótesis Iniciales.

Para la resolución del problema presentado en este capítulo se han realizado las hipótesis que se exponen a continuación. Cabe destacar que la única justificación para estas hipótesis es la simplificación de cálculos.

- La máquina se encuentra fija y no puede moverse. Presenta un comportamiento parecido a un ensayo de rotor bloqueado.
- Aunque el secundario de la máquina presente corrientes inducidas, estas no afectan nada en la distribución de la inducción magnética de los distintos elementos en los que se divide la máquina. Solo se contempla la acción del primario, no existe reacción de secundario.

### 4.1.2.Propiedades del Flujo de la Máquina.

Para obtener las características de la máquina mediante la aplicación de un MEC, lo primero que se necesita es obtener el circuito magnético equivalente según la ley de Hopkinson (ver 2.1.2). Después hay que resolver el SEL que se ha obtenido, logrando como resultados los flujos en cada elemento.

Para poder definir el circuito magnético equivalente es necesario definir correctamente los tubos de flujo. Este paso es de una gran importancia, el hecho de

---

<sup>28</sup> Se ha procedido de esta forma aunque lo normal en una máquina eléctrica es tener un mayor número de vueltas y una menor intensidad. Sin embargo, el método escogido proporciona los mismos resultados, ya que los 1460Av se pueden obtener como a 1460A. Se puede comprobar que la intensidad escogida se corresponde con la presentada en el apartado 3.4.

definir los tubos de flujo de manera incorrecta proporcionará malos resultados, así como un mal mallado proporciona unos malos resultados en un estudio por elementos finitos [12].

Al definir un tubo de flujo lo que se está haciendo es proporcionar un camino para que el flujo magnético pueda pasar. Sin embargo, en el motor que se estudia, el flujo posee unas ciertas peculiaridades que hacen que la definición de los tubos de flujo sea especial. Estas características son las siguientes:

- La máquina posee una composición de flujo en dos dimensiones: la longitudinal y la transversal.
- La máquina posee excitación correspondiente a dos capas. Cada capa no tiene el mismo circuito magnético ni tiene la misma excitación.
- La máquina es lineal: el flujo que ve el primer diente no afecta al último diente.

El primer punto hace referencia a la forma de plantear el problema. Los dos siguientes hacen referencia a aspectos más concretos dentro de la forma de resolución. Siguiendo este razonamiento, se van a exponer los pasos que sigue *el programa* para construir las ecuaciones que gobiernan el comportamiento magnético de la máquina.

#### 4.1.3. Diagrama de Composición de Flujos.

El flujo que fluye por la máquina tiene las dos componentes descritas en el apartado 3.1.1.1. Sin embargo, su composición vectorial no es tan trivial. Para ayudar a ver como se realiza dicha composición vectorial, se va a exponer un diagrama explicativo en la Figura 4-1. En esta Figura se pueden ver las líneas de flujo correspondientes al flujo longitudinal en azul y las líneas correspondientes al flujo transversal en rojo. Pese a ser solo un esquema se pueden observar varias características del flujo de la máquina:

- El flujo longitudinal que presenta la máquina es común para todos los dientes. De esta forma, las variaciones de flujo, excitación o saturación del material ferromagnético<sup>29</sup> afectan a todo el flujo longitudinal.
- Los dientes centrales reciben ambos flujos: el longitudinal y el transversal. Son por tanto elementos comunes a los dos tipos de flujo.
- Los dientes laterales solo reciben el flujo transversal. Es importante destacar que además, en principio, el sentido de este flujo es el contrario que el del diente central.

Dado que el flujo total que existe en la máquina presenta dos componentes en direcciones perpendiculares, para la resolución se va a aplicar el principio de superposición. De esta forma se procederá primero a resolver la componente

---

<sup>29</sup> Aunque en este primer apartado no se va a considerar una variación de la permeabilidad relativa del material ferromagnético, se está describiendo el caso más genérico.

longitudinal y posteriormente a la componente transversal. Una vez obtenido el flujo en los dientes centrales obtenidos por cada método por separado se sumarán para obtener la inducción en los dientes centrales. De esta forma, el estudio se va a dividir en flujo longitudinal y flujo transversal; reservando para el último lugar la interacción entre ambas componentes.

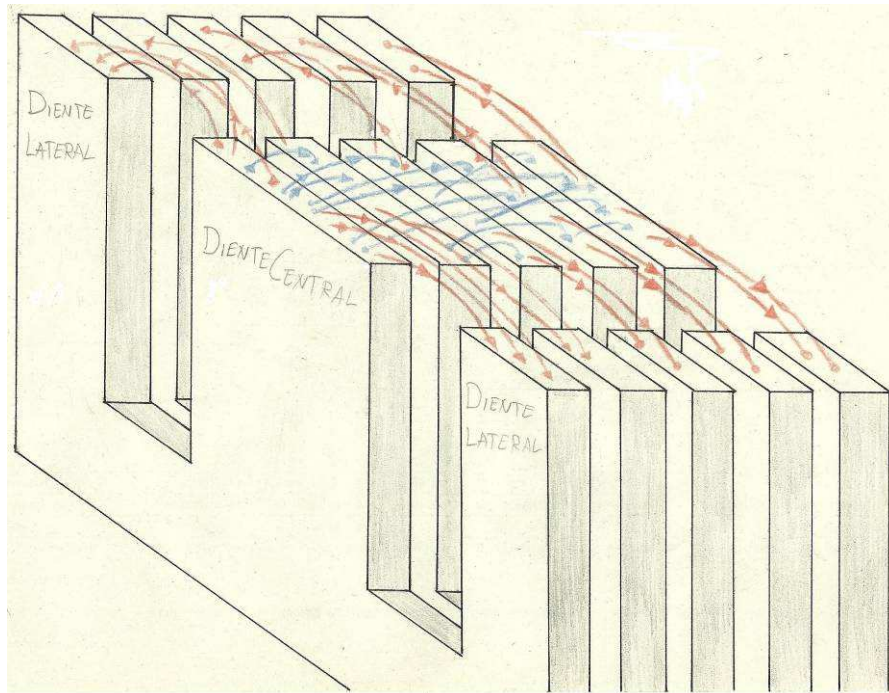


Figura 4-1 Diagrama explicativo sobre los distintos tipos de líneas de flujo de la máquina.

#### 4.1.4. Obtención de los Tubos de Flujo para un Diente.

Para obtener los tubos de flujo que se han considerado en la resolución de un diente hay que ver cual es la forma geométrica de dicho diente. Hay que prestar atención únicamente al comportamiento de los materiales según sus características magnéticas.

En la Figura 3-5 se puede ver cual es la vista frontal de un diente. En la Figura 3-6 se puede ver la vista lateral. Ambas Figuras se pueden simplificar en la Figura 4-2, en la que se considera la división de los componentes según su comportamiento magnético. De esta forma se distinguen las siguientes zonas:

- Zona de la cabeza de diente: Se corresponde con la superficie  $S_a$ .
- Zona de la capa de devanado superior: Se corresponde con la superficie  $S_b$ .
- Zona de separación entre las capas de devanados superior e inferior: Se corresponde con la superficie  $S_c$ .

- Zona de la capa de devanado inferior: Se corresponde con la superficie  $S_d$ .
- Zona sin devanar que comprende a la parte inferior de la “E”: Se corresponde con la superficie  $S_e$ .
- Culata de material ferromagnético: Se corresponde con la superficie  $S_{culata}$ .

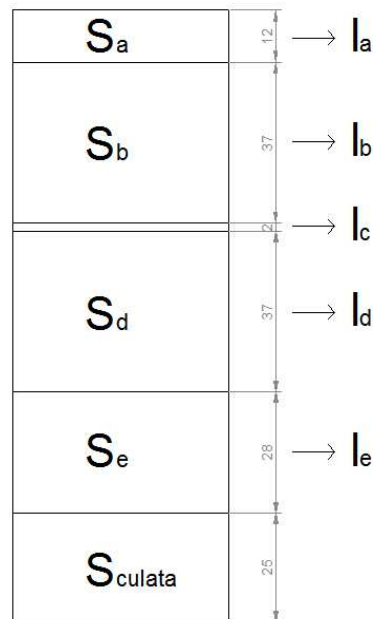


Figura 4-2 Esquema de longitudes y Superficies laterales.<sup>[18]</sup>

Las cotas que se han proporcionado en la Figura 4-2 se corresponden con las cotas en el eje OZ, esto es, las cotas en altura. El motivo de realizar estas cotas exclusivamente en altura es que las cotas dependerán si se está viendo el diente desde la perspectiva longitudinal o si se está viendo desde la perspectiva transversal, es decir, correspondientes respectivamente al flujo longitudinal o al transversal.

Del mismo modo que en la Figura 3-1 y en la Figura 3-2 se han representado las líneas de flujo principal para respectivamente los casos longitudinal y transversal, en la Figura 4-3 se pueden ver todas las líneas de flujo que se han considerado. Se puede observar que todas las líneas de flujo que se presentan en la Figura 4-3 se corresponden con flujo que pasa por cada una de las superficies anteriormente descritas<sup>30</sup>. Cada línea de flujo se corresponde con un tubo de flujo. El motivo de considerar estas 6 superficies es el de permitir 5 caminos de flujo de dispersión en la máquina. Además se incluye el camino de flujo principal correspondiente al flujo que pasa por la culata.

Aunque en la Figura 4-3 se han mostrado líneas de flujo correspondientes a la vista transversal de la máquina, el esquema de las líneas de flujo es análogo en la dimensión longitudinal. Las únicas diferencias apreciables se corresponden con que la

<sup>30</sup> Se han completado poniendo de manifiesto los posibles flujos de dispersión de ranura.

distancia entre diente y diente es menor y con que el flujo de fugas pasa a otro diente longitudinal, en lugar de pasar a los dientes laterales.

El motivo de incluir reluctancias en paralelo es mostrar que estas contribuyen a saturar el material ferromagnético sin aportar flujo útil para el empuje de la máquina. Como se puede apreciar, la máquina posee varios caminos distintos de dispersión y tan sólo uno de flujo principal. El hecho de que las reluctancias de dispersión estén en paralelo entre sí es un factor importante: se está facilitando que el flujo de dispersión sea más grande que si están en serie.

Dado que cada pareja de dientes tiene la misma forma y está constituida por unos materiales con un mismo comportamiento magnético se considera que tanto el sentido transversal como el longitudinal tienen el mismo número de tubos de flujo<sup>31</sup>.

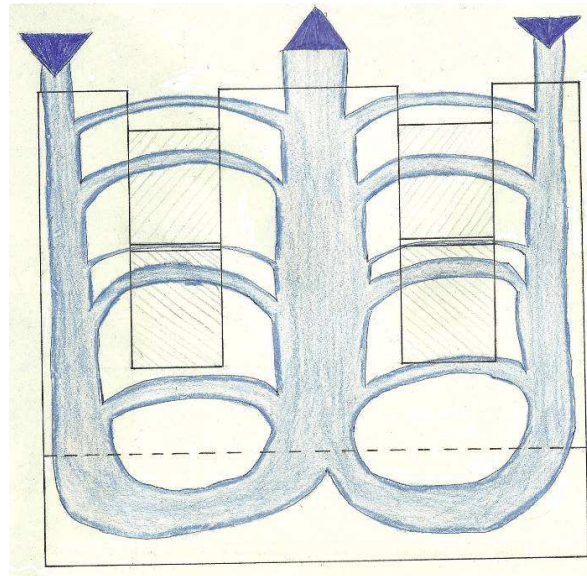


Figura 4-3 Líneas de flujo que se han considerado en MEC.

## 4.2. Resolución sin Saturación.

Para contemplar que no existe saturación, se va a considerar que todas las permeabilidades relativas de los elementos ferromagnéticos son iguales y constantes a 500. El motivo por el que se ha escogido concretamente esta permeabilidad relativa es por coherencia: En el apartado 3.3.2 la permeabilidad máxima es de 500 (ver Figura 3-12).

De esta forma,

$$\begin{aligned}\mu_{r(\text{Caso Lineal})} &= 500 \\ \mu_{rt(\text{Caso Lineal})} &= 500\end{aligned}\quad (4.1)$$

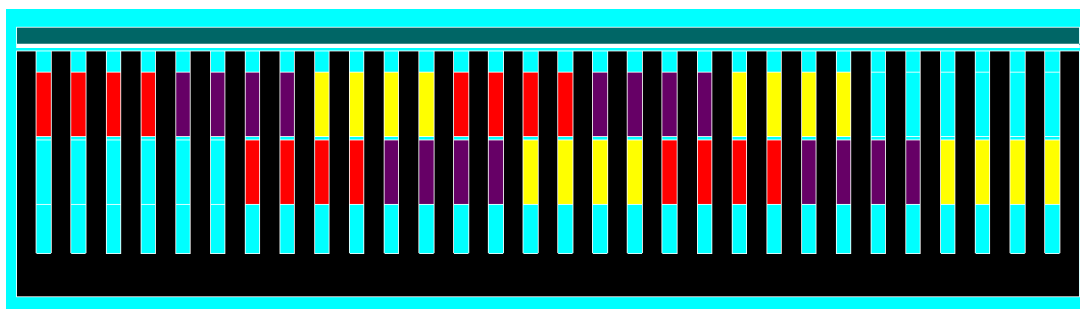
<sup>31</sup> Esta afirmación se realiza por coherencia dimensional. A parte, facilita mucho la resolución ya que las dos direcciones en las que fluye el flujo presentan el mismo número de elementos.



## 4.2.1. Flujo Longitudinal.

### 4.2.1.1. Planteamiento del Problema.

El flujo longitudinal es el flujo que se desarrolla a lo largo de la máquina. Se corresponde con las líneas de flujo azules del diagrama de la Figura 4-1. Si en lugar de exponer un diagrama explicativo se expone la vista longitudinal de la máquina, se obtiene la Figura 4-4. En esta Figura se puede observar tanto el devanado y el inducido como la culata. Esta Figura se corresponde a una visión únicamente de los dientes centrales.



*Figura 4-4 Vista Longitudinal de la Máquina.*

En la Figura 4-4 se ha asignado un color a cada material. El color viene definido en función del comportamiento del material. De esta forma, se tiene que:

- Negro: Se corresponde con la chapa ferromagnética.
- Amarillo, violeta y rojo: Las fases conductoras. El rojo es la Fase U, el violeta es la Fase W y el amarillo representa a la Fase V.
- Azul oscuro: Representa el carril o carril de hierro.
- Blanco: La jaula de ardilla.
- Turquesa: el aire.

### 4.2.1.2. Circuito Magnético Equivalente para un Diente.

Para construir el circuito magnético se necesita la información relativa a las reluctancias que componen cada diente. En la Figura 4-3 se ha hecho un adelanto de los tubos de flujo considerados, de esta forma el esquema de reluctancias partirá de ellos. Sin embargo, según se adelanto en el apartado 4.1.2, el flujo longitudinal es común para todos los dientes, característica que indica que para obtener el circuito equivalente de toda la máquina se debe de tener en cuenta cada diente a la vez.



Figura 4-5 Detalle de la Vista Longitudinal de la Máquina.

En la Figura 4-5 se puede observar en detalle la composición de dos dientes contiguos. Para obtener el circuito equivalente se va a exponer en detalle la composición del circuito magnético longitudinal de una única pareja de dientes y su correspondiente ranura. Se supone que el resto de dientes con sus correspondientes ranuras tienen el mismo circuito magnético. Esta suposición es coherente con lo expuesto en el apartado 4.1.4: Todos los dientes presentan el mismo número de tubos de flujo. Las conclusiones que se saquen del estudio reducido de las reluctancias de una pareja de dientes serán aplicables a cada pareja de dientes que forma la máquina.

Una vez establecidas las distintas relaciones entre dientes se procederá a tener en cuenta que los dientes están conectados magnéticamente. De esta forma, lo que afecte a uno se deberá de tener en cuenta en el siguiente. La manera de tener en cuenta este fenómeno es conectar los distintos circuitos en uno solo. Mediante esta conexión, los distintos caminos que el flujo puede tomar se pondrán de relieve y serán apreciables y cuantificables. Si se traslada la representación de la Figura 4-5 a una notación eléctrica, se obtiene la Figura 4-6. Esta Figura será la base del estudio longitudinal.

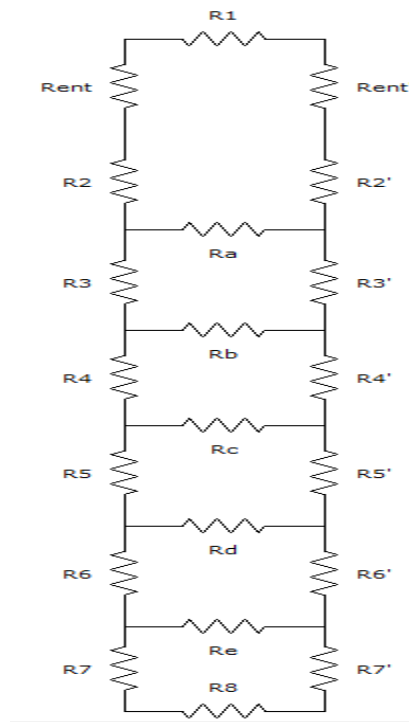


Figura 4-6 Circuito Magnético Equivalente para el Flujo Longitudinal para los dientes contiguos.



La Figura 4-6 representa el circuito magnético de dos dientes contiguos. Las reluctancias ferromagnéticas poseen un subíndice numérico, las de dispersión un índice alfabético<sup>32</sup>. **En el Anexo 1 se expone el significado físico de cada una de ellas.**

Todas las reluctancias se han calculado siguiendo el razonamiento planteado en los apartados 2.1.1.3, 2.1.2 y 2.1.2.2. En la expresión 4.2 se incluye a modo de ejemplo cual sería la expresión de la reluctancia para el elemento 8 del diente “i”. Del mismo modo se puede ver en la expresión 4.3 la reluctancia de dispersión A, comprendida entre los dientes “i” y “i+1”. El resto de valores se pueden ver en el Anexo 7.

$$\mathfrak{R}_8(i) = \frac{l_8}{\mu_0 \cdot \mu_r(8,i) \cdot S_{culata(X)}} \quad (4.2)$$

$$\mathfrak{R}_a = \frac{D_{h(X)}}{\mu_0 \cdot S_a} = \frac{D_{h(X)}}{\mu_0 \cdot D_y \cdot l_a} = \frac{K_1}{\mu_0 \cdot l_a} \quad (4.3)$$

El significado físico de cada variable se expone en la Tabla 8-1 en el Anexo 7<sup>33</sup>.

El valor de las reluctancias que presenta cada conductor depende de si está excitado o no. Como se ha visto en 2.14, la reluctancia de un conductor con concatenación progresiva es 3 veces mayor que si no conduce corriente. De esta forma y dado que el circuito está constituido por dos capas de conductores por ranura, se ha resuelto aplicando el principio de superposición para cada una de las capas presentes en dicha ranura. Es decir, se resuelve una primera vez teniendo en cuenta que por el conductor superior está circulando corriente y el conductor inferior no circula corriente; se resuelve una segunda vez cambiando los papeles, siendo el conductor inferior el que está creando *f.m.m.* y el superior inerte.

Al resolver separadamente cada una de las excitaciones se consigue:

- Tener en cuenta que la reluctancia de dispersión de la capa superior es distinta de la reluctancia de dispersión de la capa inferior. Dependiendo de si conducen o no.
- Poder estudiar por separado la influencia de la excitación de cada una de las capas.

#### 4.2.1.3. Circuito Magnético Equivalente para Toda la Máquina.

Hasta ahora, se ha estado comentando la Figura 4-6, que es la representación en un circuito eléctrico de la Figura 4-5. Los comentarios y razonamientos que se han estado realizando son únicamente aplicables a una pareja de dientes. Sin embargo, el

<sup>32</sup> El motivo de distinguirlas de este modo es que las únicas reluctancias que podrán variar su valor en función de la saturación son las numéricas, aunque no en este apartado. Por otro lado, las reluctancias con subíndice alfabético se corresponden con las descritas en el apartado 4.1.4. La asociación entre reluctancia y elemento se puede ver en la Figura 4-6.

<sup>33</sup> El valor numérico que se expone en dicho Anexo se corresponde únicamente a las dimensiones de la máquina construida. ***El programa*** es capaz de resolver casos para cualquier dimensión.

objetivo es obtener el circuito magnético que represente el comportamiento de toda la máquina, es decir, el circuito que represente el comportamiento de la Figura 4-4.

Para obtener el circuito equivalente para una pareja de dientes se agrupan los distintos circuitos magnéticos en uno solo. Por ello, el esquema de reluctancias que comprende el funcionamiento de la máquina consiste en una matriz de reluctancias con un tamaño que comprende a todos los dientes de la máquina. El tamaño del circuito que representa el comportamiento del flujo longitudinal de la máquina que se está estudiando es de 30 esquemas<sup>34</sup> como el mostrado en la Figura 4-6 unidos en uno sólo. Al incluir todos los esquemas en una misma matriz, se está teniendo en cuenta que la resolución de cada malla afectará a todas a la vez. Es por ello que cada reluctancia incluye un subíndice para indicar el diente al que pertenece.

#### 4.2.1.4. Excitación Magnética Longitudinal.

Una vez descrita la formación de la matriz de reluctancias, se debe de tener en cuenta que para tener flujo, es necesario que exista una excitación. En la Figura 4-7 se muestra donde se incorpora la excitación al esquema de reluctancias de la Figura 4-6, con lo que se obtiene el circuito magnético equivalente total. El motivo por el que se han incluido dos fuentes de excitación magnética es porque la máquina posee dos capas de conductores: superior e inferior.

La excitación magnética que se considera en cada fuente de excitación (superior o inferior) es la excitación acumulada. Las excitación de la capa superior e inferior se han expuesto, respectivamente, en la Figura 3-14 y la Figura 3-15. La ecuación con la que se han obtenido es la (3.10).

El motivo por el que se ha incluido la excitación acumulada se puede razonar de dos maneras alternativas:

- Vista de circuito magnético: En cada una de las mallas de la Figura 4-7 que contienen excitación se debe de considerar la excitación que el nuevo conductor aporta, pero exclusivamente la que el conductor aporta. Para ello, lo que se realiza es incluir todas las excitaciones anteriores, de forma que la malla en cuestión aporte solo la excitación del conductor que la excita.
- Vista de onda magnética. La ecuación (3.10) proporciona la forma de distribución espacial de excitación magnética de la máquina. Por ello, la excitación proporcionada por cada diente es la asociada al espacio que ocupa.

Otro aspecto a tener en cuenta en la construcción del circuito equivalente es que los dientes están uno a continuación del otro y por ello comparten flujo. De esta forma, existen algunos valores dependientes del flujo, como puede ser la permeabilidad relativa

---

<sup>34</sup> Hay que resolver este número de esquemas porque en el caso particular que se está estudiando la máquina posee 31 dientes. En el caso genérico, se deben de resolver “dientes-1” esquemas. El motivo es que 31 dientes forman 30 ranuras (en una máquina lineal). El programa permite el cambio del número de dientes, sin embargo, no es aconsejable porque el devanado introducido es un devanado de 30 ranuras.

en los que se tiene que tener en cuenta esta interacción comentada anteriormente<sup>35</sup>. De esta forma, la permeancia de un elemento afecta a dos mallas contiguas.

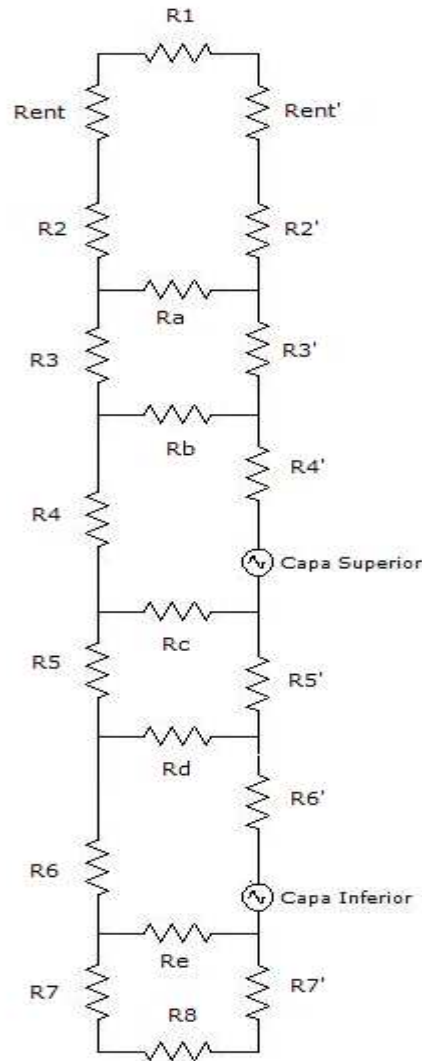


Figura 4-7 Incorporación de la excitación al esquema de reluctancias longitudinal.

#### 4.2.1.5. Matriz de Reluctancias Longitudinal.

El objetivo de todos los apartados del punto 4.2.1 es obtener la matriz de reluctancias. Sin embargo, al subdividir el flujo longitudinal en dos nuevas componentes<sup>36</sup> y aplicar el principio de superposición, en lugar de obtener una sola matriz se obtienen dos:  $[\mathfrak{R}_{\text{sup}}]$  y  $[\mathfrak{R}_{\text{inf}}]$ .

<sup>35</sup> Aunque en este apartado, en el que se resuelve el circuito sin saturación, esto es, lineal, este aspecto es importante a la hora de construir la matriz de permeancias relativas. Por este motivo se expone en este apartado. Se puede apreciar que este factor ya se ha tenido en cuenta en la ecuación 4.2. Para más detalle consultar el Anexo 7.

<sup>36</sup> Las componentes en las que se ha dividido el flujo longitudinal son: flujo debido a la excitación superior y flujo debido a la excitación inferior.

El método por el que se han obtenido las matrices es el método de mallas<sup>37</sup>. El procedimiento que se sigue es el estándar (que se puede obtener de cualquier libro de teoría de circuitos):

$$\begin{aligned}\mathfrak{R}_{propia}(malla "j") &= \sum_{i=1}^{Elementos\ malla\ "j"} \mathfrak{R}_i malla\ "j" \\ \mathfrak{R}_{mutua}(malla "j\ con\ k") &= - \sum_{i=1}^{Elementos\ Comunes} \mathfrak{R}_i malla\ "j\ con\ k"\end{aligned}\quad (4.4)$$

Al tener 30 esquemas con 6 mallas cada uno, la matriz que se está construyendo es de 180x180<sup>38</sup>. El procedimiento para construir la matriz que tiene en cuenta la excitación inferior es análogo al expuesto para la excitación superior. Para más detalles acerca de cómo se construye la matriz de reluctancias se puede consultar el programa informático del Anexo 15.

## 4.2.2. Flujo Transversal.

### 4.2.2.1. Planteamiento del Problema.

En este apartado se estudiará el flujo transversal de la máquina. En la Figura 4-8 se puede observar la vista transversal de la máquina. La nomenclatura de los colores es similar a la utilizada en el apartado 4.2.1.

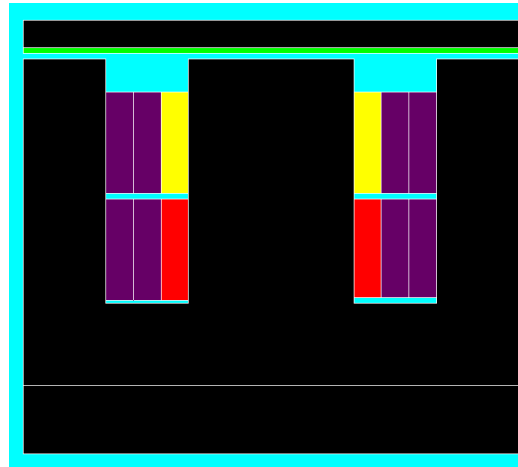


Figura 4-8 Vista Transversal de la Máquina.

<sup>37</sup> En la teoría de circuitos existen dos métodos diferentes para resolver un problema: nudos y mallas. El método escogido es el método de mallas porque según se ha comentado en [14] este método tiene un número de condición menor. Normalmente cuanto más complejo sea el circuito menor número de condición dará la resolución por mallas. Sin embargo, aunque por nudos el sistema de ecuaciones fuese menor, al definirse de otra forma las ecuaciones, es muy posible que el número de condición se mayor en nudos que en mallas.

<sup>38</sup> Igualmente a lo comentado a lo largo del presente capítulo, al permitir que el programa tenga como variable de diseño el número de dientes, el tamaño de la matriz de reluctancias puede fluctuar según el número de dientes. Sin embargo, lo que no se ha permitido cambiar es el número de tubos de flujo por diente. 180 es el resultado de “(dientes-1) x 6”

La característica más importante que se presenta en la Figura 4-8 es la simetría: El eje de simetría pasa verticalmente por el centro del diente. Dado que ambas mitades son simétricas, para simplificar la resolución del flujo transversal, únicamente se va a estudiar el flujo en una de estas mitades. Posteriormente los resultados que se obtengan se multiplican por 2 para obtener el resultado total.

Si se divide la Figura 4-8 en sus dos mitades simétricas y se representa una de ellas se obtiene la Figura 4-9. Cabe destacar que en este caso el color turquesa de la izquierda de la Figura 4-8 está solo para destacar el color negro del punteado del eje de simetría.

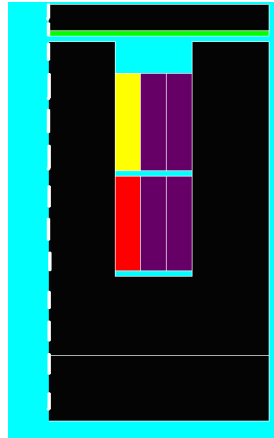


Figura 4-9 Simetría de la vista Transversal de la Máquina.

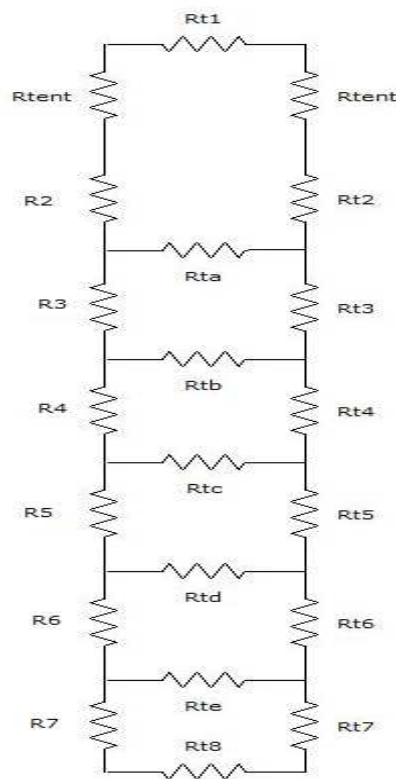


Figura 4-10 Circuito Magnético Equivalente para la simetría del Flujo Transversal en un diente.

La Figura 4-10 muestra el circuito magnético equivalente para el caso transversal. Este circuito presenta una serie de particularidades con respecto al longitudinal:

- Los valores de las reluctancias no son los mismos. Esto se debe a que las características geométricas no son iguales.
- En el caso transversal los dientes son independientes, unos de otros por lo que se tiene un circuito magnético para cada diente<sup>39</sup>. No existen ranuras comunes a dos circuitos determinados.
- La excitación, que en el caso longitudinal se da únicamente de una fase en una misma altura, en el caso transversal se puede dar con hasta dos fases y tres conductores. Además pueden estar las tres fases presentes en la misma ranura, aunque no en la misma altura. Es por ello que la composición de la onda es distinta y un tanto más compleja. Este aspecto se ya se ha estudiado en el apartado 3.4, concretamente en el apartado 3.4.2.3.
- El esquema de reluctancias está formado por un diente central y un diente lateral. El diente central tiene que tener unas propiedades magnéticas coherentes con las que se ha supuesto en el estudio del flujo longitudinal. Como el diente lateral no se estudia en el flujo longitudinal, no se le exigen ninguna coherencia. A las reluctancias de los dientes laterales se las llama “reluctancias transversales”.

El significado de las reluctancias transversales se incluye en el Anexo 7. De igual modo que el apartado 4.2.1.2 se han colocado dos ecuaciones a modo de ejemplo. Dichas ecuaciones corresponden con las reluctancias 1 y “E”. En el Anexo 7 se pueden consultar el resto de ecuaciones. En la Tabla 8-2 se pueden consultar los valores de las distintas variables. **Se recuerda que en el Anexo 1 se encuentran los nombres de todas las variables.**

$$\mathfrak{R}_{lr}(i) = \frac{l_1}{\mu_0 \cdot \mu_{rt}(1,i) \cdot S_{carril(Y)}} \quad (4.5)$$

$$\mathfrak{R}_{et} = \frac{D_{h(Y)}}{\mu_0 \cdot S_{e(Y)}} = \frac{D_{h(Y)}}{\mu_0 \cdot D_x \cdot l_e} = \frac{K_2}{\mu_0 \cdot l_e} \quad (4.6)$$

#### 4.2.2.2. Circuito Equivalente para Toda la Máquina.

El flujo transversal afecta a toda la máquina, aunque el flujo en cada diente es independiente del flujo en los dientes contiguos. De esta forma, al no tener que tener en cuenta a los dientes contiguos, el circuito equivalente total es el expuesto en la Figura 4-10. Si se desea incluir la excitación, el circuito queda como el expuesto en la Figura 4-11.

---

<sup>39</sup> Cabe recordar que el diente se está viendo desde una perspectiva transversal.

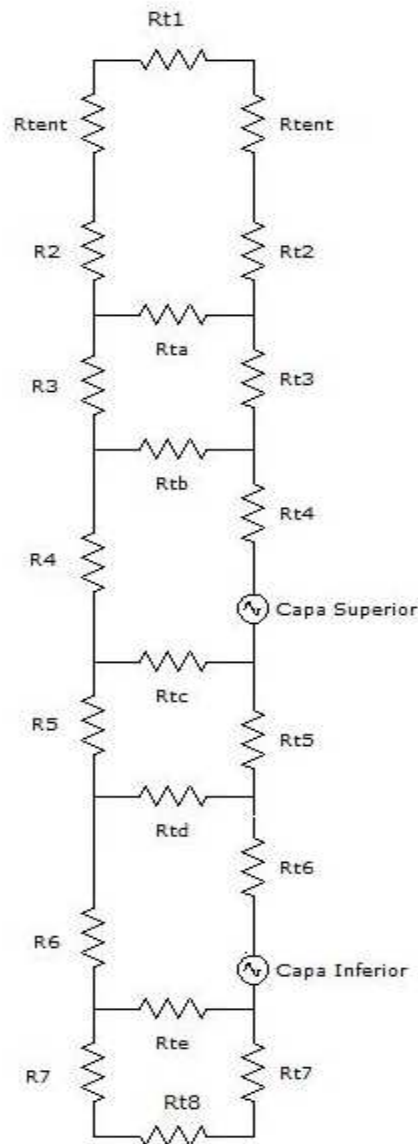


Figura 4-11 Incorporación de la excitación al esquema de reluctancias transversal.

#### 4.2.2.3. Matriz de Reluctancias Transversal.

Al no estar los dientes conectados magnéticamente, no se va a obtener una única matriz de reluctancias transversa, sino que como resultado se obtendrán muchas mallas pequeñas. Se obtendrán tantas mallas como dientes de flujo transversal, en este caso se obtienen 29 circuitos diferentes<sup>40</sup>.

Las dimensiones de la matriz de reluctancias de un diente transversal son de 6x6. El proceso por el cual se han obtenido los valores de reluctancias es similar al expuesto para el caso longitudinal.

<sup>40</sup> En el caso más genérico se obtienen “dientes-2” circuitos diferentes, pues no existe excitación transversal en los dientes de los extremos.

### 4.2.3. Resolución del Circuito.

#### 4.2.3.1. Introducción.

Para resolver el problema se debe de plantear un SEL. En este SEL, los flujos son la incógnita. El sistema de ecuaciones tiene la forma expresada en 4.7. El SEL que se está planteando del tipo  $[A] \cdot \bar{x} = \bar{b}$  (ver 2.2.1).

$$[\mathcal{R}] \cdot \bar{\phi} = \overline{N \cdot I} = \overline{NI} \quad (4.7)$$

Como se puede observar en la expresión 4.7, es necesario construir correctamente la matriz de coeficientes  $[A]$  y asignarla con los respectivos valores de *f.m.m.* La forma de construcción de las respectivas matrices se ha expuesto en los apartados 4.2.1.5 y 4.2.2.3.

Cuando se ha terminado la construcción de la matriz de coeficientes para cada uno de los planos, se procede a resolver de la forma apropiada. Una vez obtenidos ambos flujos longitudinal y transversal, se suman los valores de ambos flujos en los dientes centrales. De esta forma se procede a actuar como se indica en la expresión 4.8.

$$[\Phi_{total}] = [\Phi_{inf}] + [\Phi_{sup}] \quad (4.8)$$

Posteriormente el vector solución se operará de la forma adecuada para obtener unas matrices solución que permitirán apreciar mejor los resultados obtenidos. Por último, se procederá a calcular el flujo en cada elemento que es uno de los objetivos del tema.

#### 4.2.3.2. Longitudinal.

El flujo longitudinal está formado por el flujo que aporta cada una de las dos capas de conductores longitudinales. De esta forma, para resolver el problema del cálculo de este flujo, se va a resolver independientemente cada uno de los SEL correspondientes para cada excitación (superior o inferior). Mediante la resolución en paralelo e independiente de cada excitación se va a tener en cuenta la diferencia de flujo de dispersión que tiene cada capa de conductores. Matemáticamente, como se va a proceder es de la forma expuesta en 4.9<sup>41</sup>.

$$\begin{aligned} [\mathcal{R}_{sup}] \cdot \bar{\phi}_{sup} &= \overline{NI_{sup}} \Rightarrow \bar{\phi}_{sup} = [\mathcal{R}_{sup}]^{-1} \cdot \overline{NI_{sup}} \\ [\mathcal{R}_{inf}] \cdot \bar{\phi}_{inf} &= \overline{NI_{inf}} \Rightarrow \bar{\phi}_{inf} = [\mathcal{R}_{inf}]^{-1} \cdot \overline{NI_{inf}} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Una vez obtenido el respectivo vector solución ( $\bar{\phi}_{sup}$  o  $\bar{\phi}_{inf}$  según sea el caso) se procederá a reordenarlo para obtener la solución en una matriz. La ventaja de utilizar una matriz para ver los resultados es bastante obvia, pues se sabe con mucha más

---

<sup>41</sup> Aunque en 4.9 se ha indicado que se ha resuelto el SEL por el método de la matriz inversa, este método no se ha seguido. La solución se ha obtenido por eliminación gaussiana con pivote parcial. Este método es el estándar para Matlab porque proporciona mejores resultados que el de matriz inversa. Proporciona mejores resultados porque puesto que es menos sensible al número de condición de la matriz.



facilidad a qué lugar físico se corresponde cada flujo de malla solución. La división del vector se realiza de forma que represente físicamente a la máquina. La forma de obtenerlo se presenta en 4.10<sup>42</sup>.

$$\begin{aligned}\overline{\phi_{\text{sup}}} &\Rightarrow [\Phi_{\text{sup}}] \\ \overline{\phi_{\text{inf}}} &\Rightarrow [\Phi_{\text{inf}}]\end{aligned}\quad (4.10)$$

Una vez obtenida las matrices correspondientes a los flujos de cada uno de las capas de conductores, se procede a obtener la matriz correspondiente al flujo total. Para ello, lo único que será necesario es realizar una suma matricial de los flujos obtenidos para cada capa de conductores, tal y como se presenta en 4.11.

$$[\Phi_{\text{total}}] = [\Phi_{\text{inf}}] + [\Phi_{\text{sup}}] \quad (4.11)$$

#### 4.2.3.3. Transversal.

Similarmente a lo realizado en el caso del flujo longitudinal, se resuelven por separado cada una de las capas de conductores. De esta forma, se despejan 29<sup>43</sup> SEL para cada capa de devanado.

Para el diente “i” se tiene lo expuesto en la expresión 4.12<sup>44</sup>.

$$\begin{aligned}[\Re_t(i)_{\text{sup}}] \cdot \overline{\phi_{\text{trans,sup}}(i)} &= \overline{NI_{\text{trans,sup}}(i)} \Rightarrow \overline{\phi_{\text{trans,sup}}(i)} = [\Re_t(i)_{\text{sup}}]^{-1} \cdot \overline{NI_{\text{trans,sup}}(i)} \\ [\Re_t(i)_{\text{inf}}] \cdot \overline{\phi_{\text{trans,inf}}(i)} &= \overline{NI_{\text{trans,inf}}(i)} \Rightarrow \overline{\phi_{\text{trans,inf}}(i)} = [\Re_t(i)_{\text{inf}}]^{-1} \cdot \overline{NI_{\text{trans,inf}}(i)}\end{aligned}\quad (4.12)$$

El resultado que se obtiene es un vector de flujos. De igual forma que el flujo longitudinal, con cada vector solución<sup>45</sup> ( $\overline{\phi_{\text{trans,inf}}}$  o  $\overline{\phi_{\text{trans,sup}}}$  dependiendo del caso) se obtiene una matriz solución (respectivamente  $[\Phi_{\text{trans,sup}}]$  y  $[\Phi_{\text{trans,inf}}]$ ). Los motivos para construir una matriz solución son los mismos que los expuestos en el caso longitudinal.

$$\begin{aligned}\overline{\phi_{\text{trans,sup}}} &\Rightarrow [\Phi_{\text{trans,sup}}] \\ \overline{\phi_{\text{trans,inf}}} &\Rightarrow [\Phi_{\text{trans,inf}}] \\ [\Phi_{\text{trans,total}}] &= 2 \cdot ([\Phi_{\text{trans,inf}}] + [\Phi_{\text{trans,sup}}])\end{aligned}\quad (4.13)$$

<sup>42</sup> En este caso, el vector solución,  $\overline{\phi_{\text{sup}}}$ , es un vector de dimensiones 180x1. La matriz solución,  $[\Phi_{\text{sup}}]$ , es una matriz de dimensiones 6x30.

<sup>43</sup> En el caso más genérico se resolverían “dientes-2” SEL

<sup>44</sup> Si se procede secuencialmente desde el “diente 2” hasta el diente “dientes-1” se obtienen los flujos para cada diente con excitación transversal.

<sup>45</sup> El método por el que se obtiene la matriz solución es agrupando los distintos vectores columna como columnas de una matriz más grande. Los extremos de esa matriz son columnas de 0.

#### 4.2.3.4. Representación por Elementos.

Las matrices solución  $[\Phi_{tot}]$  proporcionan como resultado los flujos de malla. Sin embargo, el objetivo del **programa** es obtener los flujos que atraviesan cada elemento<sup>46</sup> y de facilitar la visión de flujo en cada uno de los elementos.

Se parte de las matrices solución  $[\Phi_{total}]$  y de  $[\Phi_{trans,total}]$ . La forma de la matriz solución puede verse en la Figura 4-12<sup>47</sup>.

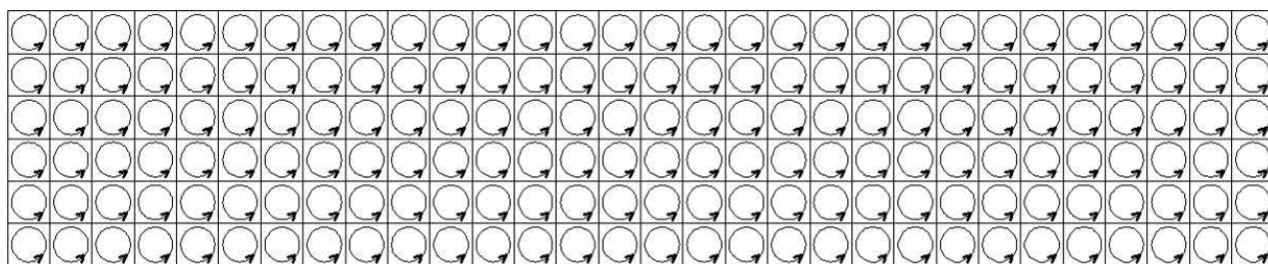


Figura 4-12 Representación de la matriz solución.<sup>[18]</sup>

Para poder cumplir los objetivos planteados anteriormente, se crea una nueva matriz,  $[\Theta]$ , en que cada entrada sea el flujo del elemento asociado a la dicha entrada. Esta matriz  $[\Theta]$ , llamada representación, se basa en el esquema de la Figura 4-13.

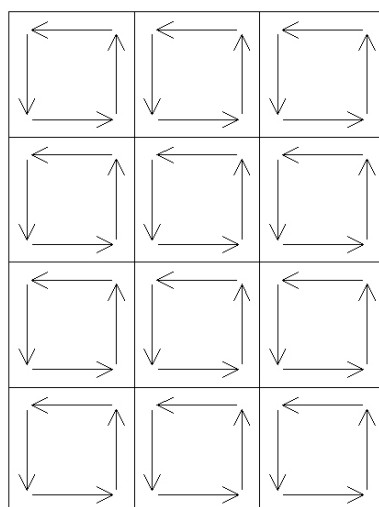


Figura 4-13 Significado de la matriz representación.<sup>[18]</sup>

El método para crear la matriz es un procedimiento secuencial. Dicho procedimiento se expone brevemente a continuación. Los pasos que se van a seguir para determinar la matriz representación son los siguientes:

<sup>46</sup> Al obtener el flujo en cada elemento, se puede comprobar la saturación del mismo y estudiar un posible nuevo dimensionamiento.

<sup>47</sup> El motivo de colocar 8 filas y no 6 se corresponde con que las filas 1 y 8 se corresponden respectivamente con el carril de hierro y la culata.

- En primer lugar, se determina el flujo que atraviesa cada elemento. El flujo que soporta el elemento  $\Theta_{ij}$  de la matriz representación se obtiene de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\Theta_{i,j} &= \Phi_{i,j} - \Phi_{i,j+1} && \text{si el flujo es vertical [i es impar]} \\ \Theta_{i,j} &= \Phi_{i,j} - \Phi_{i+1,j} && \text{si el flujo es horizontal [i es par]}\end{aligned}\quad (4.14)$$

- En segundo lugar, para facilitar la visión de los flujos en los elementos de la matriz de representación,  $[\Theta]$ , se separan los distintos flujos de cada elemento. La idea es que dado que los elementos están unidos entre sí por los nodos, para destacar la unión entre dos elementos se va a asignar a cada nodo un valor de 0<sup>48</sup>.
- En tercer lugar, para obtener el flujo total se necesita combinar los flujos longitudinal y transversal, pero tan solo en aquellos elementos en los que los flujos coinciden. El elemento común para ambos flujos es el tubo de flujo central, por lo que se procederá a sumarlo.

$$[\Theta_{tot}] = [\Theta] + [\Theta_{trans}] \quad [\text{en los dientes centrales}] \quad (4.15)$$

Una vez construida la matriz con el flujo en los elementos es posible obtener la matriz de la inducción que soporta cada elemento, para ello no se necesita más que dividir por el área que presenta cada elemento. De esta forma se obtiene la expresión 4.16.

$$B_{tot}(i, j) = \frac{\Theta_{tot}(i, j)}{S_{ij}} \quad (4.16)$$

#### 4.2.3.5. Ejemplo de Matriz Representación.

En este apartado se va a exponer un ejemplo de matriz de representación para que se pueda entender el algoritmo seguido en el apartado 4.2.3.4 más fácilmente.

En el ejemplo se parte de la matriz de reluctancias de la Figura 4-14<sup>49</sup> y se desea representar los flujos que fluyen por cada uno de los elementos.

---

<sup>48</sup> Los 0 de la matriz de representación lo único que indican es que es un nodo, no tienen otra finalidad. El método de obtener los 0 en la matriz representación es muy interesante, y se encuentra disponible y explicado en el Anexo 8. Para más detalle consultar *el programa* informático incluido en el Anexo 15.

<sup>49</sup> En la representación de la Figura 4-14 se ha obviado la representación de las fuentes, porque no son necesarias para la explicación.

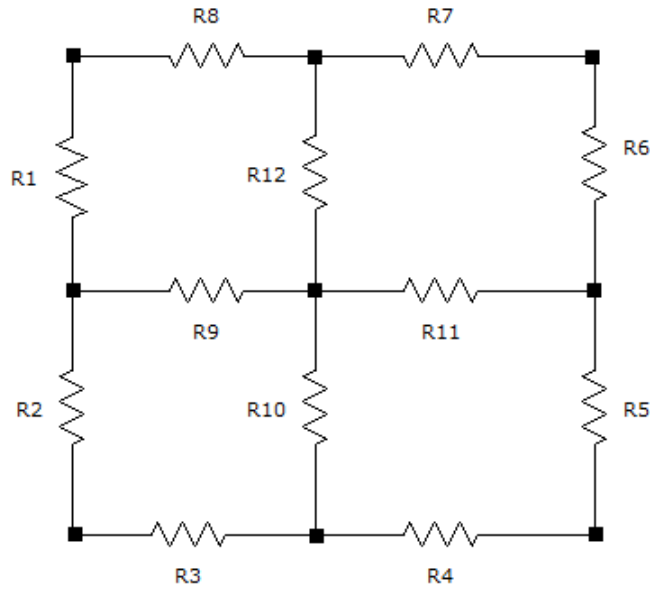


Figura 4-14 Esquema de reluctancias

Si se utiliza el algoritmo descrito en el apartado anterior, se obtiene la Figura 4-15. En esta se obtiene la matriz representación del ejemplo,  $[\Delta_{ejemplo}]$ . En esta matriz, cada entrada,  $\delta_i$ , es el flujo que circula con el criterio de signos establecido en el apartado 2.3.1. Si se desea observar el método por el que se obtiene dicha Figura en mayor detalle, se puede consultar el Anexo 8.

$$[\Delta_{ejemplo}] = \begin{bmatrix} 0 & \delta_8 & 0 & \delta_7 & 0 \\ \delta_1 & & \delta_{12} & & \delta_6 \\ 0 & \delta_9 & 0 & \delta_{11} & 0 \\ \delta_2 & & \delta_{10} & & \delta_5 \\ 0 & \delta_3 & 0 & \delta_4 & 0 \end{bmatrix}$$

Figura 4-15 Matriz de flujos asociada Esquema de reluctancias

### 4.3. Resultados sin Saturación.

Como se ha comentado en la introducción del Capítulo 4, los objetivos del **programa** son la obtención de la distribución espacial de la inducción en las cabezas de diente, en la culata y en el carril. Adicionalmente se pretende obtener el flujo existente en cada tubo de flujo considerado.

En este apartado se van a exponer dichos resultados, aunque **el programa** es capaz de obtener otros muchos resultados en función de que es lo que se quiera estudiar. Los resultados adicionales se exponen en el Anexo 10<sup>50</sup>.

<sup>50</sup> **El programa** es capaz de obtener las distintas distribución espaciales de la inducción que proporcionan las distintas capas de excitación que presenta la máquina.

Para simplificar la comprensión de los resultados, en todo el capítulo se ha considerado que la excitación de la máquina es estacionaria, es decir, que no es dependiente del tiempo<sup>51</sup>. También se ha considerado que la complejidad y la dificultad adicionales que conllevan la excitación dependiente del tiempo no compensan su presentación. Por ello las distribuciones de inducción que se van a obtener en la máquina son espaciales<sup>52</sup>.

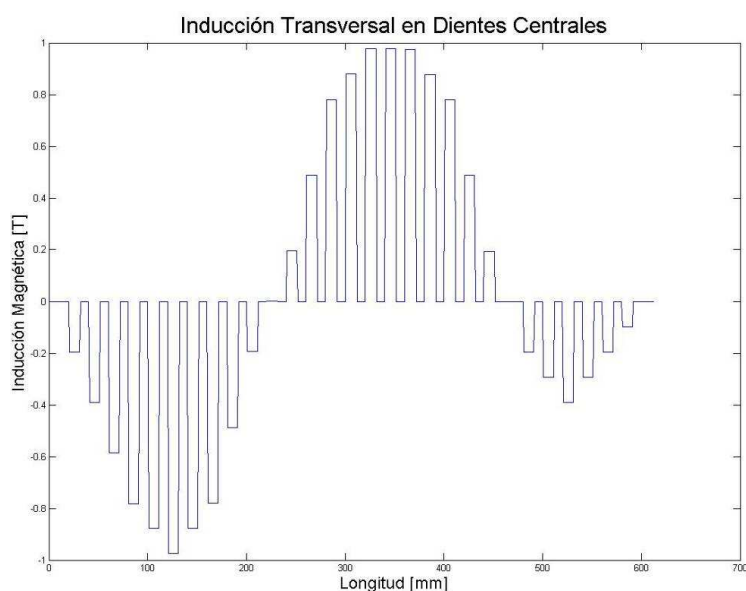
### 4.3.1. Distribución Espacial de la Inducción en las Cabezas de Diente.

Por cada diente central, la máquina tiene dos cabezas de dientes laterales. Estos dientes laterales poseen también un flujo concreto que interfiere en la generación del campo eléctrico de la máquina y de las corrientes inducidas por la variación del campo magnético. Para más detalle ver Figura 4-1.

#### 4.3.1.1. Distribución Espacial de la Inducción en las Cabezas de Diente Centrales.

Se va a exponer la distribución espacial de la inducción correspondiente a excitación total transversal y a la excitación total longitudinal en las cabezas de diente.

En la Figura 4-16 se puede observar la distribución espacial de la inducción transversal de la máquina desde un corte longitudinal. En el punto de corte la inducción es vertical, sin embargo, se ha indicado que es transversal porque el plano de giro de esta inducción es el plano YZ (transversal).



<sup>51</sup> Decir esto es análogo a considerar que los resultados que se exponen son tipo “foto”, es decir, que son válidos únicamente para un instante de tiempo. **El programa**, sin embargo, es capaz de resolverlos en función del tiempo.

<sup>52</sup> Cabe recordar que en las distribuciones que se van a representar se han incluido específicamente los armónicos de ranura. El valor de la inducción cae hasta 0 en los armónicos de ranura para ser coherente con la suposición de tubos de flujo realizada. En la realidad no caería hasta 0, pero obtener la caída de inducción entre ranura y ranura complicaría mucho el cálculo matemático.

Figura 4-16 Inducción Transversal en las cabezas de diente centrales. Resultados sin saturación.

En la Figura 4-17 se puede observar la onda de inducción longitudinal. Si se compara con las Figuras de excitación magnética expuestas en el apartado 3.4, se pueden apreciar bastantes diferencias. Esto se puede explicar porque se está representando una onda sobre una superficie, en la que se debe de cumplir la segunda ley de Maxwell (ver 2.1.1.2). De esta forma, se debe de cumplir que las líneas de flujo que salen deben de ser las mismas que las que entran.

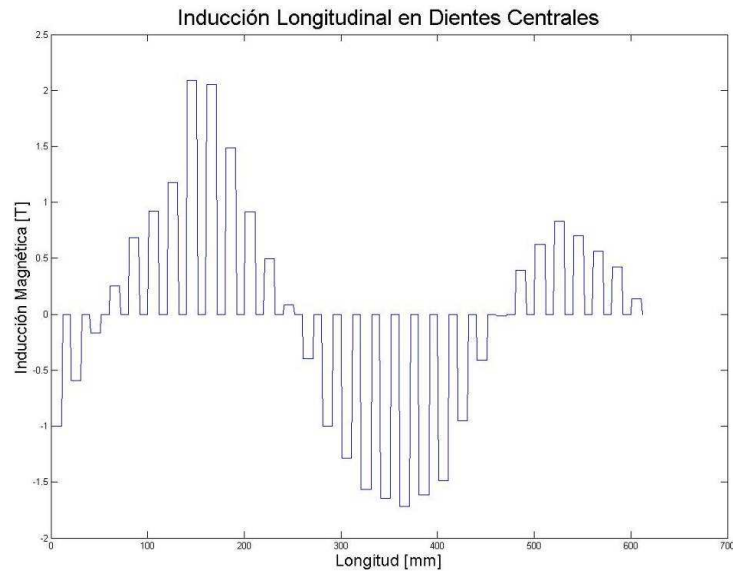


Figura 4-17 Inducción Longitudinal en las cabezas de diente centrales. Resultados sin saturación.

En la Figura 4-18 se puede ver la onda de inducción en la dirección longitudinal resultado de la suma de la inducción longitudinal y transversal.

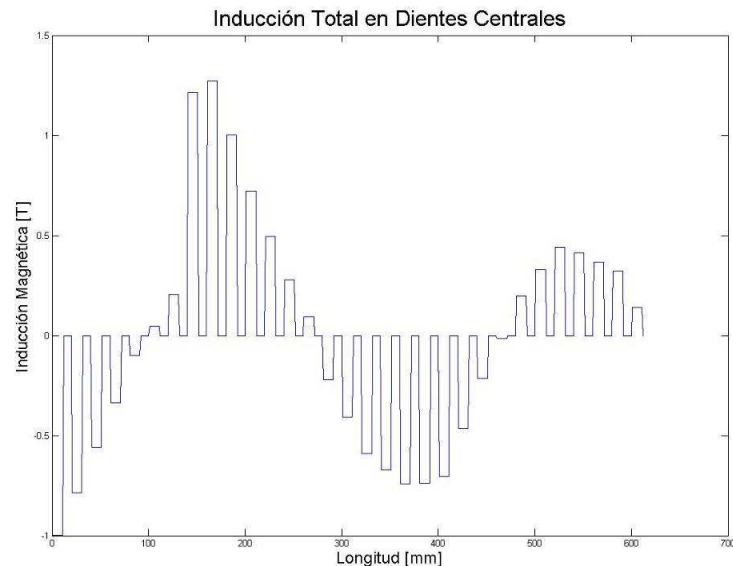


Figura 4-18 Inducción Total en las cabezas de diente centrales. Resultados sin saturación.

#### 4.3.1.2. Distribución espacial de Inducción en las Cabezas de Diente Laterales.

La inducción en las cabezas de diente laterales se debe exclusivamente al flujo transversal de vuelta. Este flujo no es común a otros y es un caso particular de esta máquina<sup>53</sup>. La onda de inducción se puede ver en la Figura 4-19.

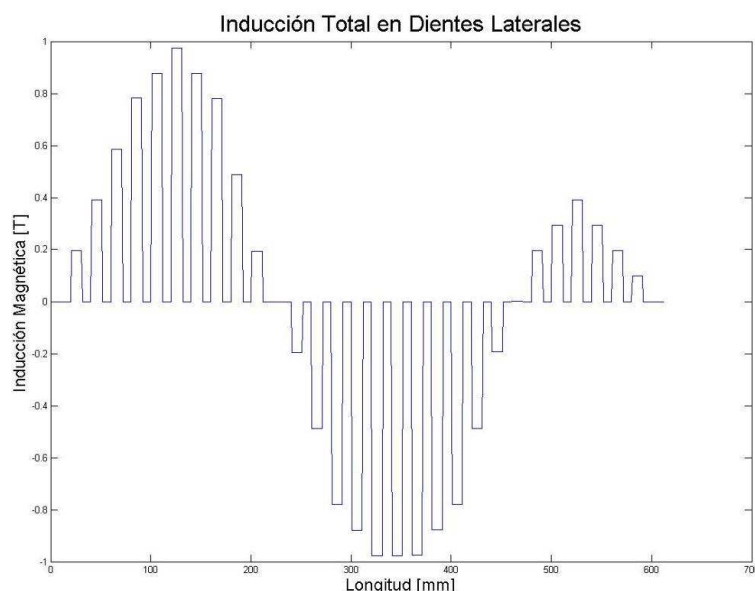


Figura 4-19 Inducción Total en las cabezas de diente laterales. Resultados sin saturación.

#### 4.3.2. Inducción en el Carril Longitudinal.

En el apartado 4.3.1, se ha estudiado la distribución espacial de la inducción en las cabezas de los dientes. En este apartado se va a estudiar la distribución espacial de la inducción en el carril. Esta distribución es bastante importante porque de ella se obtiene la posible sustentación vertical. También es importante porque refleja bastante bien las pérdidas de flujo que se dan a lo largo de la máquina.

La inducción que presenta el carril se debe a las excitaciones que la inducen: la excitación longitudinal y la transversal. La onda se divide en dos componentes, en función de la dirección en la que se cierra la línea de flujo: flujo longitudinal y flujo transversal. En la Figura 4-20, se puede ver la onda de inducción longitudinal. Esta inducción no presenta armónicos porque es continua.

---

<sup>53</sup> Porque es una máquina de flujo mixto.

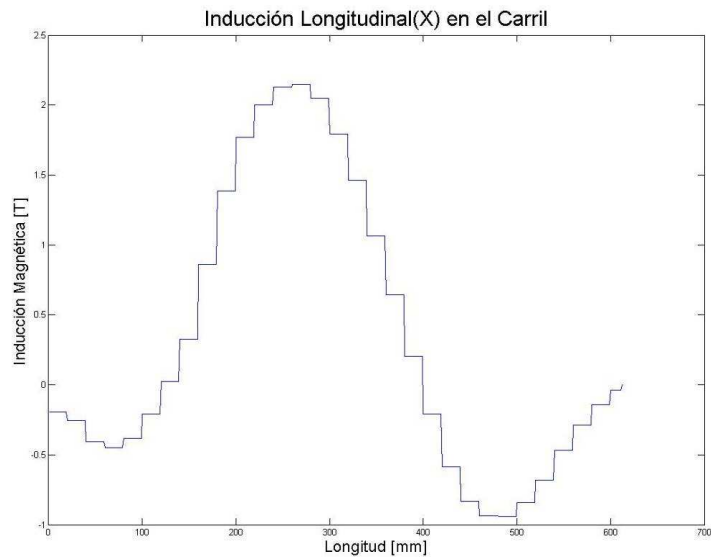


Figura 4-20 Inducción longitudinal en el carril debido a la excitación total. Resultados sin saturación.

En la Figura 4-21 se puede ver la onda transversal de inducción en el carril. Se puede ver como presenta grandes similitudes con la Figura 4-16. Estas similitudes se dan porque es el mismo flujo el que lo crea, el flujo transversal cruza el entrehierro, atraviesa la chapa de aluminio hasta llegar al material ferromagnético y después vuelve. Las diferencias se deben a los valores del flujo.

En la Figura 4-21 se puede apreciar que se está operando sin saturación pues se alcanzan fácilmente los 4 Teslas, inducción imposible de alcanzar en una máquina normal. El motivo de alcanzar los 4 Teslas es que el área transversal del carril no es muy elevada.

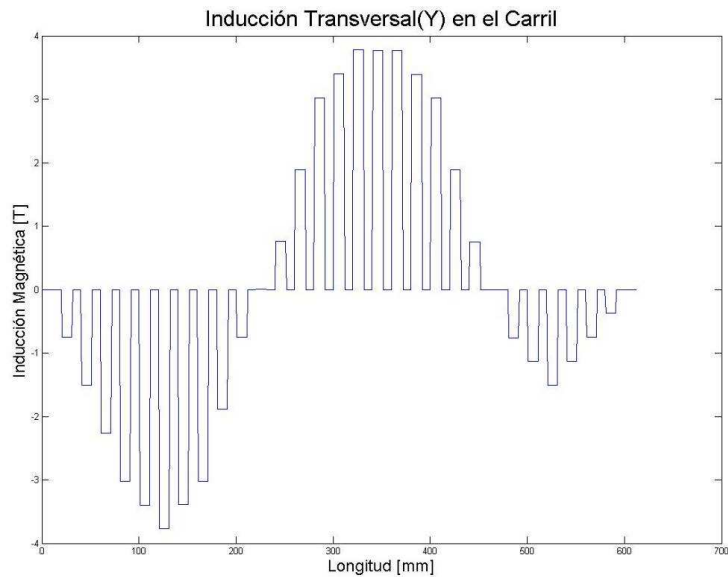


Figura 4-21 Inducción transversal en el carril debido a la excitación total. Resultados sin saturación.



### 4.3.3.Inducción en cada uno de los Elementos.

En este apartado se va a exponer la matriz que se corresponde con la inducción en cada uno de los elementos considerados. Los elementos considerados se pueden ver en cada uno de los esquemas de resistencias del apartado 4.2. La inducción en cada elemento se puede ver en la página siguiente.

***El programa*** es capaz de calcular otros muchos datos, relativos a inducciones y a flujos. Sin embargo, no se va a exponer ninguno de estos resultados en este apartado, se van a exponer en el Anexo 10.

| Diente 1  | Diente 2  | Diente 3  | Diente 4  | Diente 5  | Diente 6  | Diente 7  | Diente 8  | Diente 9  | Diente 10 |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0.9976    | 0.7849    | 0.5588    | 0.3348    | 0.0982    | 0.0453    | 0.2042    | 1.2137    | 1.2708    | 1.0029    |           |
| 1.1992    | 0.8037    | 0.5812    | 0.3758    | 0.0508    | 0.0145    | 0.1771    | 1.6314    | 1.4815    | 0.9816    |           |
| 1.4084    | 0.8468    | 0.6532    | 0.4934    | 0.0762    | 0.1613    | 1.0583    | 2.8167    | 1.7543    | 0.967     |           |
| 1.406     | 0.8475    | 0.653     | 0.4924    | 0.0795    | 0.1662    | 1.0151    | 2.7972    | 1.7493    | 0.9632    |           |
| 1.3625    | 0.8616    | 0.6527    | 0.4801    | 0.1438    | 0.2478    | 0.7969    | 2.5919    | 1.6179    | 0.9016    |           |
| 1.3384    | 0.8657    | 0.6471    | 0.4656    | 0.1483    | 0.2441    | 0.6742    | 2.4757    | 1.6255    | 0.9105    |           |
| Diente 11 | Diente 12 | Diente 13 | Diente 14 | Diente 15 | Diente 16 | Diente 17 | Diente 18 | Diente 19 | Diente 20 |           |
| 0.7204    | 0.4947    | 0.2792    | 0.0933    | 0.2214    | 0.4061    | 0.5879    | 0.6701    | 0.7411    | 0.7366    |           |
| 0.6333    | 0.4897    | 0.3245    | 0.1859    | 0.3351    | 0.3555    | 0.6274    | 0.6178    | 0.7687    | 0.6982    |           |
| 0.3922    | 0.5036    | 0.3997    | 0.3184    | 0.7434    | 0.2389    | 0.6169    | 0.5222    | 0.9363    | 0.6503    |           |
| 0.3735    | 0.4994    | 0.398     | 0.3156    | 0.7717    | 0.2394    | 0.6118    | 0.5192    | 0.9462    | 0.6464    |           |
| 0.2202    | 0.4378    | 0.3711    | 0.2997    | 0.9077    | 0.2094    | 0.5134    | 0.4437    | 0.9349    | 0.5576    |           |
| 0.2539    | 0.4294    | 0.3628    | 0.2593    | 0.8562    | 0.2511    | 0.515     | 0.4745    | 0.9209    | 0.5891    |           |
| Diente 21 | Diente 22 | Diente 23 | Diente 24 | Diente 25 | Diente 26 | Diente 27 | Diente 28 | Diente 29 | Diente 30 | Diente 31 |
| 0.7043    | 0.464     | 0.2159    | 0.0155    | 0.196     | 0.331     | 0.4419    | 0.4127    | 0.3676    | 0.3243    | 0.1392    |
| 0.8571    | 0.439     | 0.1329    | 0.0208    | 0.2703    | 0.3257    | 0.5839    | 0.4033    | 0.3554    | 0.3866    | 0.0019    |
| 0.9975    | 0.4113    | 0.0929    | 0.0642    | 0.2962    | 0.3139    | 1.0622    | 0.399     | 0.3421    | 0.2199    | 0.0006    |
| 0.9895    | 0.4071    | 0.1117    | 0.0593    | 0.2963    | 0.3156    | 1.0905    | 0.3983    | 0.3398    | 0.2017    | 0         |
| 0.8401    | 0.3413    | 0.2656    | 0.0141    | 0.2914    | 0.3188    | 1.2296    | 0.3558    | 0.293     | 0.1781    | 0.0931    |
| 0.8217    | 0.3456    | 0.2329    | 0.0289    | 0.2841    | 0.3475    | 1.1749    | 0.3825    | 0.2924    | 0.0903    | 0.0067    |

Tabla 4-1 Inducción en valor absoluto de los elementos de cada diente. Resultados sin Saturación. Valores en Teslas.

## 4.4. Resolución con Saturación.

### 4.4.1. Flujo Longitudinal.

El proceso para la obtención del flujo longitudinal es exactamente el descrito en el apartado 4.2.1, salvo por la saturación. Por este motivo, el circuito magnético equivalente es exactamente el mismo.

Las reluctancias en cambio, son ligeramente diferentes, pues tienen que tener en cuenta una permeabilidad magnética variable. El aspecto de una permeabilidad relativa variable ya se ha tenido en cuenta en las ecuaciones descritas, por este motivo, no es necesario realizar ningún cambio adicional al ya comentado<sup>54</sup>.

La información relativa a las permeabilidades relativas de cada elemento se almacenará en la matriz de permeabilidades relativas longitudinales. Esta matriz tiene unas dimensiones equivalentes a las del circuito equivalente y guarda en cada entrada la permeabilidad relativa de cada elemento ferromagnético<sup>55</sup> del circuito longitudinal, o lo que es similar: guarda información relativa exclusivamente de las permeabilidades de los dientes centrales. Las dimensiones son de 30x8<sup>56</sup>.

### 4.4.2. Flujo Transversal.

El circuito equivalente correspondiente al caso transversal es el mismo. Las reluctancias también han considerado este efecto. Las permeabilidades se guardan en la matriz de permeabilidades transversales.

Como se ha visto en las distintas Figuras de los apartados 0 y 4.2, el circuito equivalente para el flujo transversal tiene unos elementos comunes al circuito longitudinal y otros que son propios del circuito transversal. Los elementos que son propios del circuito longitudinal están afectados por ambos flujos, sin embargo, los elementos transversales tan solo están afectados por el flujo transversal. En la matriz de permeabilidades transversales tan sólo se incluirán la información relativa los elementos propios exclusivamente del flujo transversal. El motivo es que los elementos comunes ya están incluidos en la matriz de permeabilidades longitudinal. Las dimensiones son de 29x9<sup>57</sup>.

---

<sup>54</sup> Se ha tenido en cuenta la posible variación de la reluctancia en la forma que se introducía la reluctancia.

<sup>55</sup> La matriz presenta una peculiaridad. Esta matriz guarda también la información relativa a las permeabilidades relativas del carril y de la culata. El número de elementos asociados a la culata y al carril es inferior en uno al de los elementos asociados a los dientes. Por este motivo, la matriz incluye dos ceros en la parte superior e inferior del último diente. Estos ceros no afectan en nada, por que no existen para *el programa*.

<sup>56</sup> En el caso más genérico las dimensiones son de “dientes-1”x8

<sup>57</sup> En el caso más genérico las dimensiones son de “dientes-2”x8. El motivo de que sea más grande es que incluye información relativa a las culatas y carriles transversales.

La formulación matemática que se ha desarrollado hasta este punto ya ha tenido en cuenta estos factores. Si se observa el Anexo 7 se podrá comprobar este hecho.

### 4.4.3. Resolución.

Para la resolución del sistema de ecuaciones se procede de similar forma que en el mostrado en 4.2.3, salvo porque las reluctancias dependen del flujo. De esta forma, lo que se está haciendo es resolver un sistema de ecuaciones no lineales.

#### 4.4.3.1. Conceptos Básicos.

Dado que es bastante compleja la resolución de este sistema de ecuaciones se van a aclarar unos cuantos conceptos básicos utilizados en la resolución de ecuaciones antes de exponer el método de resolución.

Para resolver el sistema de ecuaciones no lineales lo que se hace es linealizarlo. Para ello se suponen unas ciertas condiciones al inicio de la resolución, posteriormente se resuelve el sistema y se obtienen unas condiciones finales. Si las condiciones iniciales difieren de las finales se continúa resolviendo hasta que las condiciones difieren menos que un valor estipulado denominado tolerancia<sup>58</sup>.

En este caso, el problema consta de dos flujos: el longitudinal y el transversal. Por tanto, la resolución consiste en dos grupos de sistemas de ecuaciones que deben de converger. Para que la convergencia sea considerada satisfactoria, las condiciones en todos los elementos deben de ser similares con las supuestas inicialmente. Ello plantea un problema en los elementos comunes a ambos flujos: los elementos relativos a los dientes centrales. El problema radica en que las condiciones impuestas en el flujo longitudinal interfieren en el transversal y viceversa<sup>59</sup>.

Dado que ambos sistemas se modifican unos a otros, se tienen que tener en cuenta a ambos a la vez. La idea para que *el programa* converja es ir resolviendo sucesivamente los casos longitudinal y transversal hasta que el valor del error sea menor que el de la tolerancia. Cuando se termina un caso, los datos con los que ha terminado se utilizan en el siguiente.

#### 4.4.3.2. Definición de Conceptos Utilizados en la Resolución.

Aunque en el anterior apartado se han expuesto los conceptos básicos que se han seguido para la resolución, en realidad la resolución es algo más compleja. Para ayudar en la comprensión del sistema de iteración seguido se proponen una serie de definiciones básicas. Cada vez que se utilice uno de estos términos se procederá a resaltarlos en **negrita**. Las definiciones que se proponen son las siguientes:

---

<sup>58</sup> Se entra por tanto, en un proceso iterativo.

<sup>59</sup> La interacción entre estos grupos de sistemas de ecuaciones se debe a los elementos comunes antes mencionados.

- **Iteración<sup>60</sup>**: es cada una de las resoluciones de cada uno de los SEL que forman el modelo de la máquina, es decir, de la obtención de los flujos en cada elemento. La expresión 4.17 proporciona un ejemplo de iteración del esquema transversal, en este ejemplo se supone que *el programa* se encuentra en la iteración “i”.

$$\text{Solucion SEL Transversal } (i) \rightarrow \text{Solucion SEL Transversal } (i + 1) \quad (4.17)$$

- **Paso**: es cada uno de los intervalos en los que converge por separado y consecutivamente las matrices longitudinal y transversal. La expresión 4.18 da una idea de lo que es un paso. Normalmente un paso está compuesto por un gran número de iteraciones.

$$\text{Solucion SEL Transversal } [1] \rightarrow \text{Solucion SEL Longitudinal } [2] \quad (4.18)$$

- **Error**: es el valor absoluto de la resta entre dos valores consecutivos de iteración. En este proceso la matriz está convergiendo para obtener una solución longitudinal o transversal. La expresión 4.19 proporciona un ejemplo de error longitudinal.

$$\text{Error}_{\text{Longitudinal}} = \max | \text{MatrizLongitudinal}(i) - \text{MatrizLongitudinal}(i + 1) | \quad (4.19)$$

- **Diferencia**: Es el máximo valor resultado de restar las dos matrices del mismo tipo entre las dos secuencias en las que se divide un paso. En este proceso la matriz está convergiendo para obtener una solución total: Longitudinal y Transversal a la vez. La expresión 4.20 proporciona un ejemplo de diferencia longitudinal.

$$\text{Diferencia}_{\text{Longitudinal}} = \max | \text{MatrizLongitudinal}_{[1]} - \text{MatrizLongitudinal}_{[2]} | \quad (4.20)$$

#### 4.4.3.3. Resolución de un Paso de la Iteración.

Inicialmente se asigna una permeabilidad relativa cualquiera a cada elemento. Esto es, se crean dos matrices de permeabilidades relativas una para cada sentido de flujo: longitudinal y transversal. Estas matrices de permeabilidades relativas son respectivamente  $[M]$  y  $[M_{\text{trans}}]$ . No se necesita que el valor de permeabilidad sea especialmente cercano al final de convergencia, aunque un valor cercano permite reducir el tiempo necesario para la convergencia del modelo.

---

<sup>60</sup> Es importante recalcar que cuando se dice que se **itera** el flujo transversal (por ejemplo) el SEL que se está resolviendo tiene en cuenta tanto el flujo longitudinal como el transversal, es decir, se está resolviendo todo el problema planteado en 4.2.3. Dicho problema consta de dos partes: una parte longitudinal y otra parte transversal.

Posteriormente, cuando se actualicen las variables, esto es, cuando se asigne la nueva permeabilidad a cada elemento, las únicas reluctancias que realizarán este proceso (que se están variando) se corresponden con las reluctancias transversales. Este cambio, afecta al flujo de toda la máquina.

El proceso es similar para el flujo longitudinal, salvo que los valores que se actualizan son los del flujo longitudinal.

En *el programa* se ha optado por resolver en primer lugar el flujo transversal. El procedimiento que sigue *el programa* es primero **iterar** la matriz de reluctancias transversales. La **iteración** prosigue hasta que el **error** es menor que una tolerancia dada<sup>61</sup>. Una vez se ha obtenido la solución de la **iteración** transversal, se pasa a **iterar** el flujo longitudinal. La tolerancia que se ha definido al resolver el flujo longitudinal es similar a la del flujo transversal. Cuando ha terminado la **iteración** del flujo longitudinal se comparan las **diferencias**. Si la **diferencia** es menor que la tolerancia dada, *el programa* ha convergido, en caso contrario se inicia un nuevo **paso**, repitiendo todo lo realizado hasta ahora. Visto de manera secuencial un **paso** queda de la forma expuesta en 4.21.

$$\text{Iteración SEL Trans} \xrightarrow{\text{Actualización de variables}} \text{Iteración SEL Long} \quad (4.21)$$

#### 4.4.3.4. Problemas de Convergencia.

Las distintas convergencias que se desarrollan sucesivamente pueden acarrear ciertos problemas. Estos problemas son diversos y de distinta índole:

1. Existen problemas relacionados con la solución de cada SEL que se realiza en una **iteración**.
2. Existen problemas relacionados con la forma de actualizar las matrices para cada **iteración** y para cada paso.

Los problemas relacionados con la resolución del SEL de cada **iteración** están relacionados con el número de condición de la matriz. Estos problemas se estudiarán en el apartado 4.5.4.

Los problemas relacionados con la actualización de matrices son: riesgo de introducirse en un bucle infinito. El bucle infinito se puede conseguir porque la iteración aplicada, conocida por el nombre de iteración Newton-Raphson, puede obtener unos valores en los que las reluctancias pasan de estar muy saturados a no presentar saturación alguna. Esto es, se pasa de valores de reluctancias muy bajos porque existe un flujo muy bajo a valores de reluctancias muy altos porque el flujo es muy bajo. En la ecuación 4.22 se puede ver el esquema seguido.

$$\Re \downarrow \Rightarrow \Phi \uparrow \Rightarrow \Re \uparrow \Rightarrow \Phi \downarrow \Rightarrow \Re \downarrow \quad (4.22)$$

La forma de abordar este bucle es realizar una amortiguación en la iteración. En este caso se ha utilizado un coeficiente de amortiguamiento ( $\zeta$ ) de 0.1<sup>62</sup>. El coeficiente

<sup>61</sup> La forma de obtener la tolerancia para asegurar la convergencia puede ser diversa. En esta memoria se ha optado por la opción de la convergencia de la matriz de reluctancias, porque el objetivo que se persigue es la convergencia de esta matriz. Una vez conseguida la convergencia con la matriz de reluctancias, se supone que se ha conseguido converger el sistema de ecuaciones puesto que se supone que el error en los flujos es mucho menor que el error en reluctancias.

La otra opción es intentar converger los flujos, ya que es la variable que importa para la generación de fuerza. Esta opción es más sensata puesto es más rápida y efectiva, sin embargo, no es tan didáctica como la escogida. Esta forma es la utilizada en [14].

<sup>62</sup> Los motivos por los que se ha utilizado el valor de 0.1 son dos. En primer lugar, por recomendación del tutor. En segundo lugar porque los autores de [14] han estimado que es un valor adecuado para llevar el sistema a una convergencia estable.

de amortiguamiento se emplea de según indica la expresión 4.23. Esta expresión utiliza de ejemplo la resolución de una iteración de la solución del sistema de ecuaciones longitudinal.

$$\begin{aligned} [M_{\text{inicial}}] &\rightarrow \text{Se resuelve el SEL} \rightarrow [M_{\text{Calculada}}] \\ [M_{\text{Calculada}}] &\rightarrow [M_{\text{Siguiete iteración}}] = \zeta \cdot ([M_{\text{Calculada}}] - [M_{\text{inicial}}]) + [M_{\text{inicial}}] \end{aligned} \quad (4.23)$$

Cabe destacar que al aplicar un coeficiente de amortiguamiento en la convergencia, se tarda más tiempo en obtener la solución. Sin embargo, si el coeficiente de amortiguamiento es demasiado pequeño, la convergencia puede no llegar a producirse.

La tolerancia que se ha utilizado en este caso es que la máxima **diferencia** sea menor de 2 tanto el longitudinales como en transversales. Este criterio es bastante restrictivo. El principal objetivo con el que fue implantado es asegurar la convergencia de las matrices de reluctancias. Se supone que si la máxima diferencia que presenta una reluctancia entre dos pasos es pequeña, las diferencias entre los valores de flujo serán mínimas. **El programa** admite cualquier valor de tolerancia, sin embargo, se debe de coger con mucho cuidado, ya que cuanto más precisión más tiempo necesario para la convergencia.

Los valores del **programa** informático pueden obtenerse en el Anexo 15.

## 4.5. Resultados con Saturación.

De igual forma a los resultados expuestos en 4.3, en este apartado se van a exponer los distintos resultados. Además, en este apartado se van a exponer otros conceptos propios de la formulación matemática que se ha descrito para la construcción del modelo matemático de la máquina. El objetivo que se persigue con esta construcción es la realización de una prueba de solidez del **programa**.

### 4.5.1. Distribución espacial de Inducción.

Debido a la gran cantidad de datos con los que se está operando, se pueden sacar distintos tipos de distribución espacial de inducción, en función de cada una de las excitaciones que presenta la máquina. Debido a la gran cantidad de datos que se pueden obtener, se van a exponer únicamente en este apartado únicamente los resultados más importantes. Los resultados adicionales se pueden consultar en la parte correspondiente del Anexo 10.

---

Por experiencia de resolver varias veces estos sistemas se ha llegado a la conclusión de que el mejor criterio para asegurar la convergencia es utilizar un coeficiente de amortiguamiento variable, que dependa del grado de exactitud deseado, es decir, de la tolerancia introducida. Ello es debido a que el criterio de Newton-Raphson presenta una convergencia cuadrática. **El programa** presenta una opción para establecer arbitrariamente el coeficiente de amortiguamiento. Además cuenta con un elemento de seguridad para evitar entrar en un bucle infinito.

Se ha considerado como básico para describir el comportamiento de la máquina la distribución espacial de inducción de los flujos longitudinal, la distribución transversal y la distribución total correspondientes a la excitación de ambas capas en los dientes centrales. También es básica la onda de inducción de los dientes laterales.

Estas distribuciones espaciales de flujos adelantarán la representación de la inducción magnética tridimensional que se expondrá en el Capítulo 5. Por tanto, la distribución espacial de inducción de las cabezas de diente se utilizará como punto de partida a la hora de calcular las distintas fuerzas inducidas en la máquina.

#### 4.5.1.1. Distribución espacial de Inducción de los Dientes Centrales.

En la Figura 4-22, se puede observar la estructura característica de la inducción magnética en una máquina lineal.

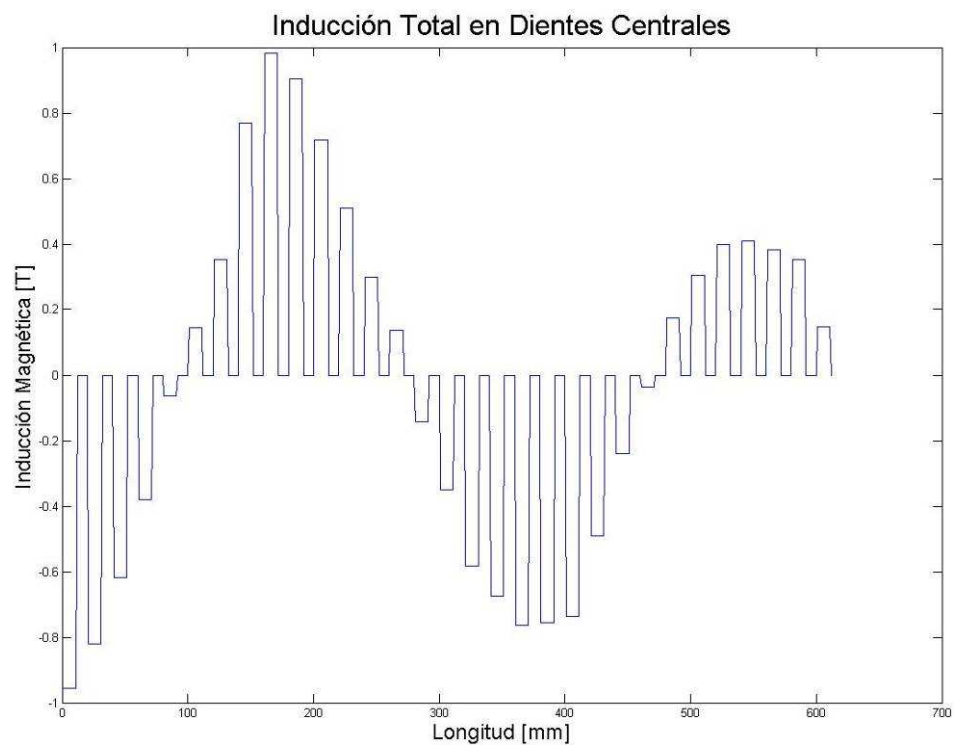


Figura 4-22 Inducción longitudinal total en las cabezas de diente centrales. Resultados con saturación.

#### 4.5.1.2. Distribución espacial de Inducción de los Dientes Laterales.

La onda de inducción de los dientes laterales con saturación queda tal y como se expone en la Figura 4-23.



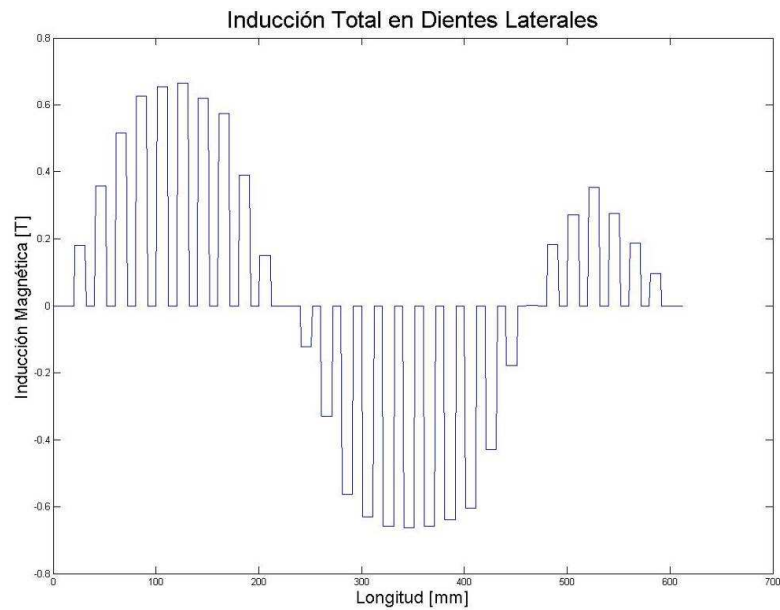


Figura 4-23 Inducción transversal en las cabezas de dientes laterales. Resultados con saturación.

#### 4.5.2. Inducción Longitudinal en el Carril.

El flujo que se desarrolla en el carril se debe a la combinación de las excitaciones presentes en la máquina. La información obtenida en este apartado serviría para calcular el empuje vertical de la máquina y calcular si es posible la levitación<sup>63</sup>.

En primer lugar, en la Figura 4-24 se va a exponer la inducción longitudinal, corresponde con el campo  $B_x$ , presente en el carril.

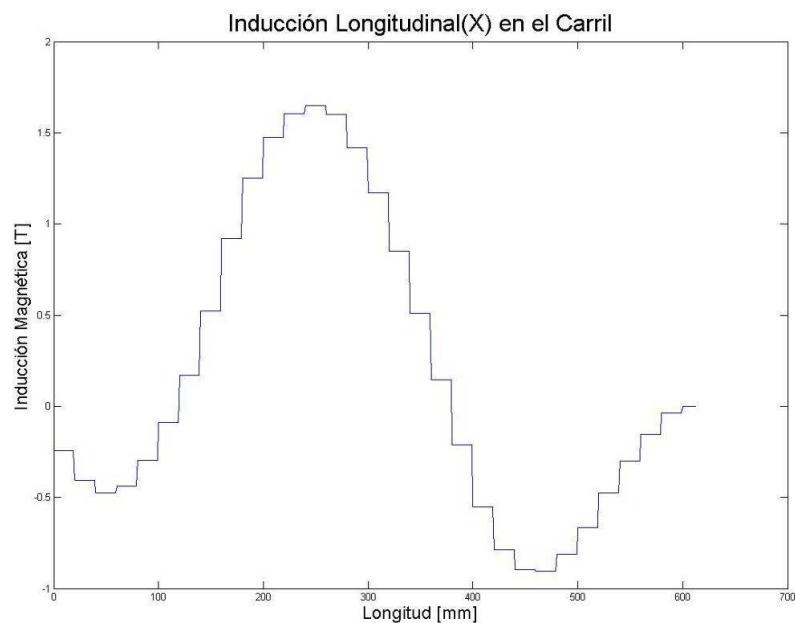


Figura 4-24 Inducción longitudinal debida a la excitación total. Resultados con saturación.

<sup>63</sup> La levitación se produce por efecto del río magnético explicado en Anexo 7, sin embargo, no se va a calcular el empuje vertical.

En la Figura 4-25 se puede ver la inducción transversal en el carril. Esta inducción se corresponde con el campo  $B_y$ . Se puede apreciar un achatamiento debido a los elevados valores de inducción que está soportando el hierro. El valor de la representación llega a estar por encima de los 2.1T, lo que representa una inducción muy elevada. Si se observa la Figura 3-11 se puede ver que la saturación empieza para inducciones de 1.8T más o menos, por lo que a los 2.1T el material esta bastante saturado.

El motivo por el que la onda de inducción transversal alcanza una inducción tan elevada es que la ranura transversal es de 29mm que comparados con los 8mm del entrehierro (4mm de ida y 4mm de vuelta) es mucha distancia. Si se compara con los 8.5mm longitudinales de ranura, un entrehierro de 8mm proporciona muchas más fugas, que encima aumentarán cuando aumente la saturación.

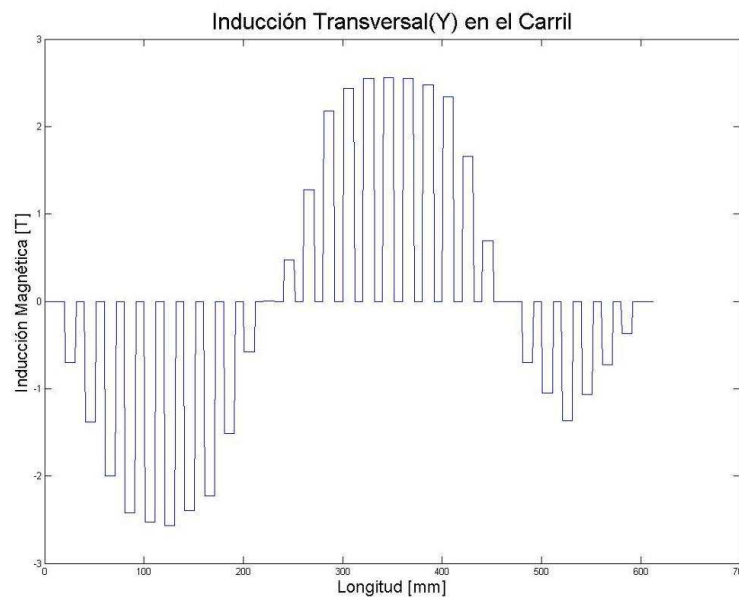


Figura 4-25 Inducción transversal debida a la excitación total. Resultados con saturación.

### 4.5.3. Inducción en cada uno de los Elementos.

Los resultados de este apartado no se van a utilizar en ningún capítulo más, tan sólo en este apartado. El objetivo de este punto es mostrar la capacidad de optimización **del programa** es capaz de obtener. Para ello, se pretende expresar la gran variedad de datos relevantes que es capaz de obtener. Por otro lado, pretende expresar la rapidez con la que es capaz de obtener todos estos datos. Si presenta unas buenas características en ambos, es posible entrar en un bucle de optimización fácilmente.

El tiempo que ha tardado en resolver el problema planteado bajo las características que se describen es de 6.759s<sup>64</sup>.

<sup>64</sup> En este tiempo, el programa ha sido capaz de calcular las matrices de reluctancias, calcular los flujos longitudinales y transversales suponiendo una permeabilidad inicial, ir iterando las soluciones para las distintas permeabilidades hasta que por fin ha obtenido una solución que ha converjido bajo los criterios de tolerancia impuestos. Es decir, ha realizado todos los pasos anteriormente descritos.

| Diente 1    | Hueco 1     | Diente 2    | Hueco 2     | Diente 3    | Hueco 3     | Diente 4   | Hueco 4     | Diente 5   | Hueco 5     |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|
| 0           | -0.00063727 | 0           | -0.00106326 | 0           | -0.0012371  | 0          | -0.00114624 | 0          | -0.00077075 |
| -0.00063727 | 0           | -0.00042599 | 0           | -0.00017384 | 0           | 9.086E-05  | 0           | 0.00037549 | 0           |
| 0           | -0.00010526 | 0           | -0.00012558 | 0           | -0.00013165 | 0          | -0.00014114 | 0          | -7.789E-05  |
| -0.00074253 | 0           | -0.00044631 | 0           | -0.00017991 | 0           | 8.1371E-05 | 0           | 0.00043873 | 0           |
| 0           | -0.00011332 | 0           | -0.00013209 | 0           | -0.00013755 | 0          | -0.00014837 | 0          | -8.2749E-05 |
| -0.00085585 | 2           | -0.00046508 | 2           | -0.00018537 | 2           | 7.0549E-05 | 2           | 0.00050435 | 1           |
| 0           | 3.7491E-06  | 0           | 2.4326E-06  | 0           | 1.5928E-06  | 0          | 1.4349E-06  | 0          | 2.5929E-07  |
| -0.0008521  | 0           | -0.0004664  | 0           | -0.00018621 | 0           | 7.0391E-05 | 0           | 0.00050318 | 0           |
| 0           | 6.6875E-05  | 0           | 4.487E-05   | 0           | 2.9645E-05  | 0          | 2.6675E-05  | 0          | 5.8569E-06  |
| -0.00078522 | 0           | -0.0004884  | 0           | -0.00020143 | 0           | 6.7421E-05 | 0           | 0.00048236 | 0           |
| 0           | 3.2538E-05  | 0           | 2.5178E-05  | 0           | 1.7016E-05  | 0          | 1.5007E-05  | 0          | 3.5172E-06  |
| -0.00075269 | 0           | -0.00049576 | 0           | -0.00020959 | 0           | 6.5412E-05 | 0           | 0.00047087 | 0           |
| 0           | 0.00075269  | 0           | 0.00124845  | 0           | 0.00145804  | 0          | 0.00139263  | 0          | 0.00092176  |
| Diente 6    | Hueco 6     | Diente 7    | Hueco 7     | Diente 8    | Hueco 8     | Diente 9   | Hueco 9     | Diente 10  | Hueco 10    |
| 0           | -0.00023844 | 0           | 0.00043905  | 0           | 0.00136664  | 0          | 0.0024046   | 0          | 0.00326737  |
| 0.00053231  | 0           | 0.0006775   | 0           | 0.00092758  | 0           | 0.00103797 | 0           | 0.00086276 | 0           |
| 0           | -7.1947E-05 | 0           | -0.00012409 | 0           | -5.4368E-05 | 0          | 8.9957E-05  | 0          | 0.00014681  |
| 0.00053825  | 0           | 0.00062535  | 0           | 0.00099731  | 0           | 0.00118229 | 0           | 0.00091961 | 0           |
| 0           | -8.7102E-05 | 0           | -0.00035702 | 0           | 2.2958E-05  | 0          | 0.00029238  | 0          | 0.00041414  |
| 0.0005339   | 1           | 0.00035543  | 1           | 0.00137729  | 1           | 0.00145172 | -1          | 0.00104137 | -1          |
| 0           | 5.7217E-07  | 0           | 3.5827E-05  | 0           | 2.5633E-05  | 0          | 1.8683E-05  | 0          | 1.885E-05   |
| 0.00053421  | 0           | 0.00039069  | 0           | 0.00136709  | 0           | 0.00144477 | 0           | 0.00104153 | 0           |
| 0           | 1.5427E-05  | 0           | 0.00024793  | 0           | 0.00020337  | 0          | 8.7256E-05  | 0          | 8.2659E-05  |
| 0.00054378  | 0           | 0.00062319  | -2          | 0.00132253  | -2          | 0.00132866 | -2          | 0.00103694 | -2          |
| 0           | 8.5522E-06  | 0           | 8.9383E-05  | 0           | 6.7925E-06  | 0          | -5.3442E-05 | 0          | -6.3505E-05 |
| 0.00054882  | 0           | 0.00070402  | 0           | 0.00123994  | 0           | 0.00126842 | 0           | 0.00102687 | 0           |
| 0           | 0.00037294  | 0           | -0.00033108 | 0           | -0.00157102 | 0          | -0.00283944 | 0          | -0.00386632 |

Tabla 4-2 Flujos longitudinales por elementos. Parte Primera (De tres). Flujos en Wb.

| Diente 11   | Hueco 11    | Diente 12   | Hueco 12    | Diente 13   | Hueco 13    | Diente 14   | Hueco 14    | Diente 15   | Hueco 15    |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0           | 0.0038467   | 0           | 0.00418624  | 0           | 0.00430506  | 0           | 0.00417497  | 0           | 0.00370533  |
| 0.00057933  | 0           | 0.00033954  | 0           | 0.00011882  | 0           | -0.00013009 | 0           | -0.00046963 | 0           |
| 0           | 0.00013103  | 0           | 0.00013181  | 0           | 0.00015351  | 0           | 0.0001893   | 0           | 0.00010049  |
| 0.00056355  | 0           | 0.00034033  | 0           | 0.00014051  | 0           | -9.43E-05   | 0           | -0.00055844 | 0           |
| 0           | 0.00031491  | 0           | 0.00030528  | 0           | 0.00031703  | 0           | 0.00033428  | 0           | 5.3492E-05  |
| 0.00046433  | -1          | 0.00033069  | -1          | 0.00015226  | -2          | -7.7047E-05 | -2          | -0.00083923 | -2          |
| 0           | 1.1394E-05  | 0           | 1.0997E-05  | 0           | 1.0729E-05  | 0           | 7.1948E-06  | 0           | -1.0735E-05 |
| 0.00045687  | 0           | 0.0003303   | 0           | 0.00015199  | 0           | -8.0581E-05 | 0           | -0.00085716 | 0           |
| 0           | 5.7802E-05  | 0           | 5.7185E-05  | 0           | 5.2911E-05  | 0           | 2.8893E-05  | 0           | -9.0698E-05 |
| 0.00043201  | -1          | 0.00032968  | -1          | 0.00014772  | -1          | -0.0001046  | -1          | -0.00097675 | 1           |
| 0           | -1.8188E-05 | 0           | -2.1515E-05 | 0           | -2.5123E-05 | 0           | -5.5724E-05 | 0           | 9.2882E-06  |
| 0.00047733  | 0           | 0.00032635  | 0           | 0.00014411  | 0           | -0.0001352  | 0           | -0.00091174 | 0           |
| 0           | -0.00434365 | 0           | -0.00467    | 0           | -0.00481411 | 0           | -0.00467891 | 0           | -0.00376717 |
| Diente 16   | Hueco 16    | Diente 17   | Hueco 17    | Diente 18   | Hueco 18    | Diente 19   | Hueco 19    | Diente 20   | Hueco 20    |
| 0           | 0.00305255  | 0           | 0.00222414  | 0           | 0.00133255  | 0           | 0.00038397  | 0           | -0.00054766 |
| -0.00065279 | 0           | -0.00082841 | 0           | -0.00089159 | 0           | -0.00094858 | 0           | -0.00093162 | 0           |
| 0           | 9.1956E-05  | 0           | 3.3781E-05  | 0           | 2.9457E-05  | 0           | -8.1822E-06 | 0           | -1.8192E-05 |
| -0.00066132 | 0           | -0.00088659 | 0           | -0.00089591 | 0           | -0.00098622 | 0           | -0.00094163 | 0           |
| 0           | 2.738E-05   | 0           | -4.4772E-05 | 0           | -6.2091E-05 | 0           | -0.00019783 | 0           | -0.00022801 |
| -0.00068743 | -2          | -0.00095874 | -1          | -0.00091323 | -1          | -0.00112195 | -1          | -0.00097181 | -1          |
| 0           | -1.4437E-05 | 0           | -1.2884E-05 | 0           | -1.5595E-05 | 0           | -2.293E-05  | 0           | -2.6128E-05 |
| -0.00069113 | 0           | -0.00095719 | 0           | -0.00091594 | 0           | -0.00112929 | 0           | -0.00097501 | 0           |
| 0           | -0.00011253 | 0           | -8.8951E-05 | 0           | -0.0001135  | 0           | -0.00015484 | 0           | -0.00018913 |
| -0.00071297 | 1           | -0.00093361 | 1           | -0.0009405  | 1           | -0.00117063 | 2           | -0.00100929 | 2           |
| 0           | -2.0348E-05 | 0           | -7.1335E-06 | 0           | -2.7132E-05 | 0           | 1.6305E-05  | 0           | -4.9348E-06 |
| -0.0007426  | 0           | -0.00092039 | 0           | -0.0009605  | 0           | -0.00112719 | 0           | -0.00103053 | 0           |
| 0           | -0.00302457 | 0           | -0.00210418 | 0           | -0.00114368 | 0           | -1.6491E-05 | 0           | 0.00101404  |

Tabla 4-3 Flujos longitudinales por elementos. Parte Segunda (De tres). Flujos en Wb.

| Diente 21   | Hueco 21    | Diente 22   | Hueco 22    | Diente 23   | Hueco 23    | Diente 24   | Hueco 24    | Diente 25  | Hueco 25    |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|
| 0           | -0.0014433  | 0           | -0.00205774 | 0           | -0.00233614 | 0           | -0.00235905 | 0          | -0.00212245 |
| -0.00089565 | 0           | -0.00061443 | 0           | -0.0002784  | 0           | -2.2906E-05 | 0           | 0.0002366  | 0           |
| 0           | -0.00014055 | 0           | -0.00016806 | 0           | -0.00012863 | 0           | -0.00013062 | 0          | -7.5131E-05 |
| -0.001018   | 0           | -0.00064195 | 0           | -0.00023897 | 0           | -2.49E-05   | 0           | 0.00029209 | 0           |
| 0           | -0.00038687 | 0           | -0.00043701 | 0           | -0.00030032 | 0           | -0.00030179 | 0          | -0.00025554 |
| -0.00117687 | 1           | -0.00069208 | 1           | -0.00010229 | 1           | -2.6368E-05 | 1           | 0.00033834 | 0           |
| 0           | -2.1316E-05 | 0           | -2.1721E-05 | 0           | -1.2115E-05 | 0           | -1.0971E-05 | 0          | -1.156E-05  |
| -0.00117206 | 0           | -0.00069249 | 0           | -9.268E-05  | 0           | -2.5223E-05 | 0           | 0.00033775 | 0           |
| 0           | -0.00011251 | 0           | -0.00012522 | 0           | -7.0697E-05 | 0           | -6.3243E-05 | 0          | -7.9939E-05 |
| -0.00109544 | 2           | -0.0007052  | 2           | -3.8153E-05 | 1           | -1.7769E-05 | 1           | 0.00032105 | 1           |
| 0           | 3.5459E-05  | 0           | 3.5045E-05  | 0           | 7.0748E-06  | 0           | 1.7534E-05  | 0          | 1.2647E-05  |
| -0.00105505 | 0           | -0.00070561 | 0           | -6.6123E-05 | 0           | -7.3093E-06 | 0           | 0.00031617 | 0           |
| 0           | 0.00206909  | 0           | 0.00277471  | 0           | 0.00284083  | 0           | 0.00284814  | 0          | 0.00253197  |

| Diente 26  | Hueco 26    | Diente 27  | Hueco 27    | Diente 28  | Hueco 28    | Diente 29  | Hueco 29    | Diente 30  | Hueco 30    | Diente 31   |
|------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|-------------|
| 0          | -0.00173805 | 0          | -0.00123615 | 0          | -0.00077957 | 0          | -0.00039856 | 0          | -9.8968E-05 | 0           |
| 0.0003844  | 0           | 0.00050189 | 0           | 0.00045658 | 0           | 0.00038101 | 0           | 0.00029959 | 0           | 9.8968E-05  |
| 0          | -5.9585E-05 | 0          | 2.1418E-05  | 0          | 3.6791E-05  | 0          | 3.9956E-05  | 0          | 9.7243E-05  | 0           |
| 0.00039995 | 0           | 0.0005829  | 0           | 0.00047195 | 0           | 0.00038418 | 0           | 0.00035688 | 0           | 1.7258E-06  |
| 0          | -0.00021775 | 0          | 2.6986E-05  | 0          | 7.4771E-05  | 0          | 8.5576E-05  | 0          | 1.1258E-06  | 0           |
| 0.00043774 | 0           | 0.00082763 | 0           | 0.00051974 | 0           | 0.00039499 | 0           | 0.00027242 | 0           | 6.0002E-07  |
| 0          | -7.9228E-06 | 0          | 8.6222E-06  | 0          | 1.1696E-05  | 0          | 1.1786E-05  | 0          | 5.8299E-07  | 0           |
| 0.00044138 | 0           | 0.00084418 | 0           | 0.00052281 | 0           | 0.00039508 | 0           | 0.00026122 | 0           | 1.703E-08   |
| 0          | -6.1E-05    | 0          | 5.7101E-05  | 0          | 7.1102E-05  | 0          | 6.5799E-05  | 0          | 6.1682E-05  | 0           |
| 0.00046032 | 1           | 0.00096228 | -1          | 0.00053681 | -1          | 0.00038977 | -1          | 0.0002571  | -1          | -6.1665E-05 |
| 0          | 4.0594E-05  | 0          | -3.1451E-05 | 0          | -8.7002E-06 | 0          | -8.5565E-06 | 0          | -6.8694E-05 | 0           |
| 0.00048826 | 0           | 0.00089023 | 0           | 0.00055956 | 0           | 0.00038992 | 0           | 0.00019697 | 0           | 7.0289E-06  |
| 0          | 0.00204371  | 0          | 0.00115348  | 0          | 0.00059391  | 0          | 0.000204    | 0          | 7.0289E-06  | 0           |

Tabla 4-4 Flujos longitudinales por elementos. Parte Tercera (De tres). Flujos en Wb.

| Diente 1  | Diente 2  | Diente 3  | Diente 4  | Diente 5  | Diente 6  | Diente 7  | Diente 8  | Diente 9  | Diente 10 |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0.9554    | 0.8194    | 0.618     | 0.3802    | 0.0635    | 0.1448    | 0.3517    | 0.7702    | 0.9813    | 0.9031    |           |
| 1.1132    | 0.8609    | 0.649     | 0.4261    | 0.0069    | 0.1141    | 0.2331    | 0.8364    | 1.161     | 0.962     |           |
| 1.2831    | 0.9235    | 0.7256    | 0.5412    | 0.0085    | 0.0197    | 0.2482    | 1.3389    | 1.4976    | 1.1062    |           |
| 1.2775    | 0.9252    | 0.7263    | 0.5405    | 0.0107    | 0.0183    | 0.1985    | 1.3197    | 1.4836    | 1.1029    |           |
| 1.1772    | 0.9567    | 0.746     | 0.5395    | 0.0664    | 0.019     | 0.0756    | 1.1696    | 1.2345    | 1.0286    |           |
| 1.1285    | 0.9631    | 0.7487    | 0.5266    | 0.0568    | 0.023     | 0.2379    | 1.0831    | 1.1743    | 1.0292    |           |
|           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
| Diente 11 | Diente 12 | Diente 13 | Diente 14 | Diente 15 | Diente 16 | Diente 17 | Diente 18 | Diente 19 | Diente 20 |           |
| 0.7181    | 0.5103    | 0.3       | 0.1355    | 0.1407    | 0.3494    | 0.5828    | 0.6745    | 0.7636    | 0.7568    |           |
| 0.6833    | 0.5116    | 0.3441    | 0.2172    | 0.2335    | 0.3207    | 0.6283    | 0.6401    | 0.7799    | 0.7327    |           |
| 0.5346    | 0.5328    | 0.4093    | 0.3185    | 0.5599    | 0.2584    | 0.64      | 0.5799    | 0.9073    | 0.7096    |           |
| 0.5204    | 0.529     | 0.4076    | 0.3137    | 0.5851    | 0.2629    | 0.6364    | 0.5818    | 0.9152    | 0.7105    |           |
| 0.429     | 0.472     | 0.3812    | 0.2924    | 0.7206    | 0.2577    | 0.5544    | 0.558     | 0.9026    | 0.6793    |           |
| 0.5026    | 0.4676    | 0.3714    | 0.2336    | 0.6499    | 0.3357    | 0.5748    | 0.629     | 0.8794    | 0.7481    |           |
|           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
| Diente 21 | Diente 22 | Diente 23 | Diente 24 | Diente 25 | Diente 26 | Diente 27 | Diente 28 | Diente 29 | Diente 30 | Diente 31 |
| 0.7377    | 0.4918    | 0.2386    | 0.0355    | 0.173     | 0.3046    | 0.3993    | 0.4082    | 0.3832    | 0.3537    | 0.1484    |
| 0.8837    | 0.5061    | 0.1682    | 0.0386    | 0.2448    | 0.311     | 0.4991    | 0.4144    | 0.3766    | 0.4339    | 0.0026    |
| 1.0533    | 0.5421    | 0.0367    | 0.0766    | 0.2671    | 0.3269    | 0.8322    | 0.4686    | 0.381     | 0.3013    | 0.0009    |
| 1.0425    | 0.5391    | 0.0541    | 0.0717    | 0.2675    | 0.3316    | 0.8543    | 0.4703    | 0.3791    | 0.2835    | 0         |
| 0.8533    | 0.4895    | 0.1905    | 0.004     | 0.2625    | 0.3435    | 0.9797    | 0.4373    | 0.3348    | 0.259     | 0.0925    |
| 0.8227    | 0.5043    | 0.1436    | 0.0112    | 0.2594    | 0.3922    | 0.882     | 0.4782    | 0.3392    | 0.1708    | 0.0105    |

Tabla 4-5 Inducción en los elementos de cada diente. Resultados con Saturación. Valores en Teslas.

#### 4.5.4.Comprobación.

En este apartado se va a obtener el número de condición de la matriz longitudinal de coeficientes. El objetivo de obtener el número de condición de la matriz es asegurar una convergencia correcta del sistema de ecuaciones.

Si se observa la Figura 4-26, se pueden comprobar dos cosas: el funcionamiento del *programa* y la robustez de los resultados. El funcionamiento del *programa* se puede apreciar por las discontinuidades que se presentan. Dichas discontinuidades se corresponden con convergencias sucesivas de la matriz de reluctancias longitudinal, momento en el que empieza a converger la matriz de reluctancias transversal.

Si se observa el orden de magnitud del número de condición, se puede ver que es excesivamente bueno, pues se corresponde con valores del orden de  $10^3$ . El orden de magnitud de  $10^3$  implica que se tiene que trabajar con al menos 4 números de precisión. Dado que el Matlab puede trabajar con hasta 16, trabajar con 4 números de precisión no supone ningún problema. Por otro lado, un elevado número de condición puede dar problemas a la hora de obtener la solución del sistema de ecuaciones y obtener la convergencia de la matriz de reluctancias. Normalmente a partir de un número de condición superior a  $10^6$  puede ocasionar problemas de convergencia, bien obligando a disminuir el coeficiente de amortiguamiento, bien tardando más tiempo, o normalmente combinando ambos aspectos<sup>[14]</sup>.

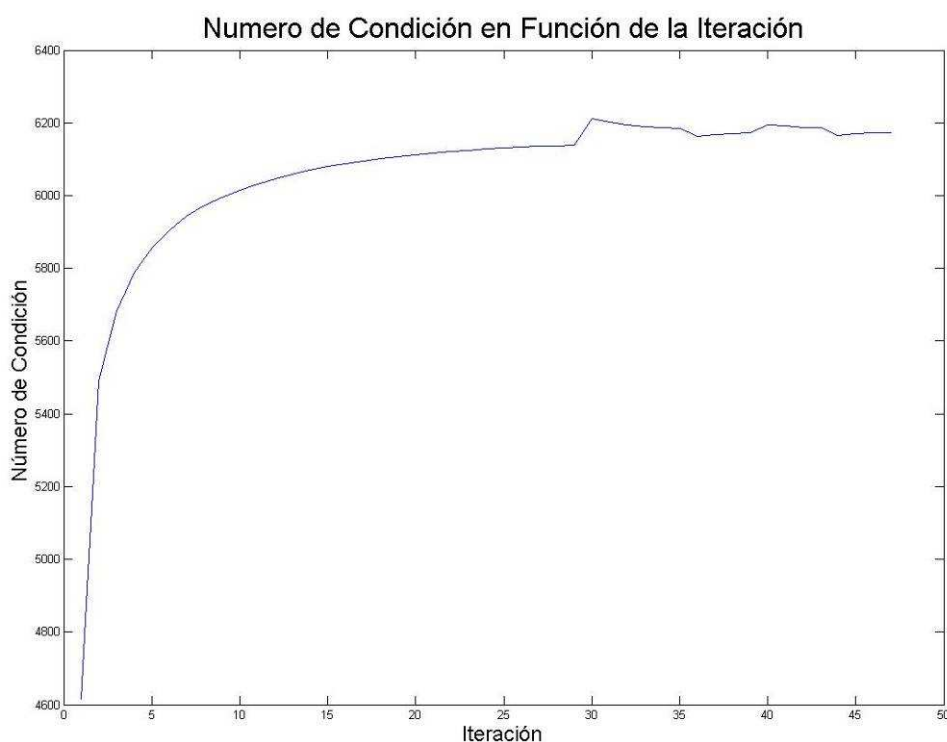


Figura 4-26 Número de condición de la matriz de reluctancias en función de la iteración.

En el apartado correspondiente del Anexo 10 se pueden consultar resultados adicionales a los presentados en este apartado.





## Capítulo 5. Estudio de las Fuerzas.

---

El objetivo principal de este capítulo es calcular la distribución de las fuerzas que se dan en la máquina y explicar la forma mediante la que se ha conseguido<sup>65</sup>. Los objetivos secundarios que se establecen son calcular tanto el campo eléctrico como las corrientes generadas debido a la inducción de la máquina.

Las fuerzas inducidas son dependientes de diversos factores. Estos factores se reducen a tres<sup>66</sup>: campo magnético, tiempo y espacio. De esta forma, para estudiar correctamente las fuerzas se debe de tener en cuenta esta dependencia, incluyendo como variables de estudio la inducción, el tiempo y el espacio. En la realización de esta memoria, sin embargo, se va a utilizar exclusivamente la Ley de Lorentz<sup>67</sup>.

En el Capítulo 4 se han obtenido como resultados la inducción en cada cabeza de diente. Estos resultados se utilizarán como punto de partida en la obtención de las fuerzas.

En el apartado 5.1, se va a explicar el método de cálculo para obtener las fuerzas aplicando la ley de Lorentz. Este método consiste en obtener el campo eléctrico de la máquina para después obtener la intensidad inducida, junto con la inducción magnética poder formar el producto vectorial de la ley de Lorentz.

En el apartado 5.2.1 se expondrán los resultados de la aplicación de la ley de Lorentz. Los resultados expuestos se darán para un único instante de tiempo<sup>68</sup>. El instante de tiempo para el que se exponen los resultados es el mismo que se ha utilizado en el Capítulo 4 y el apartado 3.4. Se podrán apreciar claramente todos los campos presentes en la máquina.

En el apartado 5.2.2 se expondrá una breve crítica de los resultados que es capaz de obtener *el programa*.

Se vuelve a recordar que en el **Anexo 1 se incluye toda la nomenclatura utilizada en la realización del proyecto.**

---

<sup>65</sup> Todas las Figuras explicativas han considerado que la variación de la inducción es negativa, esto es, que la inducción esta disminuyendo. Esto implicará que las corrientes inducidas tiendan a mantener el campo.

<sup>66</sup> Se está considerando que la frecuencia de alimentación es la que impone la red y por tanto constante. Se considera que estos tres factores son los que condicionan la distribución de fuerzas en la máquina porque las corrientes inducidas dependen de la variación de la inducción y de la geometría de la misma. La variación con respecto al tiempo viene a representar que la forma en la que los fasores espaciales de inducción varían con el tiempo.

<sup>67</sup> Sin embargo, no existe una única forma de calcular las fuerzas inducidas. Los programas de Elementos Finitos utilizan frecuentemente el principio de trabajos virtuales. Es posible calcular también las fuerzas mediante la aplicación del Tensor de stress de Maxwell.

<sup>68</sup> Aunque como se ha ido comentando a lo largo del proyecto, el programa es capaz de obtenerlos en función del tiempo.

## 5.1. Explicación Teórica.

### 5.1.1.Introducción.

En este apartado, se va a obtener la fuerza presente en cada punto del mallado utilizando la ley de Lorentz:

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{\ell} \times \vec{B}) \quad (5.1)$$

En el Capítulo 4 se ha obtenido la inducción media de cada diente para un instante de tiempo concreto. Aplicando las distintas leyes de la electrodinámica, se obtendrán las distribuciones espaciales de las distintas variables electrodinámicas hasta por fin obtener la distribución de fuerzas en la máquina.

Para obtener la distribución de fuerzas en la máquina se debe de resolver un problema en 3-D. Es de vital importancia que sea en 3-D, porque las fuerzas que se originan en la máquina tienen su origen en dos componentes de flujo: la componente longitudinal (flujo en el plano XZ) y la componente transversal (flujo en el plano YZ). Se puede apreciar que estas componentes de flujo presentan flujo en las 3 dimensiones espaciales.

Para calcular la distribución de fuerzas en la máquina, se debe de realizar un mallado en la chapa de aluminio para determinar los puntos<sup>69</sup> sobre los que se calcularán las fuerzas. El mallado que se ha realizado se puede ver en la Figura 5-1. Las dimensiones que se han tomado para la máquina se corresponden con las indicadas en el apartado 3.1.2<sup>70</sup>.

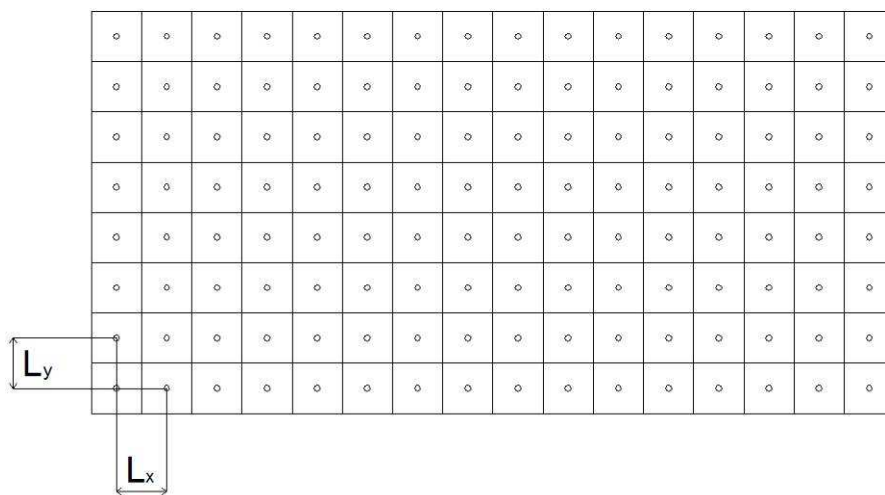


Figura 5-1 Mallado realizado en un mismo plano de corte. <sup>[18]</sup>

<sup>69</sup> Realmente un “punto” de este mallado se corresponde con un prisma. El prisma posee la altura de la chapa de aluminio. Para más detalles consultar la Figura 5-6.

<sup>70</sup> En realidad los elementos que componen el secundario de la máquina (chapa de aluminio y carril de hierro) poseen unas dimensiones diferentes.

## 5.1.2. Definición de los Conceptos Previos al Cálculo.

### 5.1.2.1. Hipótesis Realizadas.

Para la obtención del campo eléctrico en el inducido se han utilizado las siguientes hipótesis:

- La inducción en cada cabeza de diente es constante y homogénea<sup>71</sup>.
- El flujo magnético se encuentra limitado a un tubo de flujo [ver 2.1.2].
- El tubo de flujo incide perpendicular a la chapa de aluminio conservando su sección.
- Los elementos del secundario (chapa de aluminio y carril de hierro) poseen unas dimensiones muy grandes.
- Por facilidad de cálculo se supone que el origen del flujo es puntual. De esta forma, la intensidad inducida en la chapa de aluminio gira en círculos con respecto al punto que la ha generado.

### 5.1.2.2. Mallado o Puntos Campo.

El mallado se corresponde con un corte paralelo al plano XY, o lo que es lo mismo, un corte a una  $Z=\text{cte}$  (a una altura constante). Las dimensiones de cada punto del mallado son fijas<sup>72</sup>, sino que *el programa* permite indicar la dimensión de cada celda, definida según se indica en la Figura 5-1.

De ahora en adelante los puntos relativos al secundario<sup>73</sup>, en los que se calcularán los distintos campos vectoriales y las fuerzas, se denominarán *puntos campo*.

## 5.1.3. Cálculo del Campo Eléctrico del Secundario.

### 5.1.3.1. Puntos Generadores de Flujo o Puntos Fuente.

*El programa* toma como referencia de la celda mallada dos variables de la misma: el punto central y el área que ésta ocupa. El punto central es el origen del flujo, el área de la división da una idea del flujo que produce ver 5.2. Con estas dos variables, y con las hipótesis realizadas anteriormente, es capaz de realizar todos los cálculos necesarios para la determinación de la *f.e.m.*

---

<sup>71</sup> Lo que dice esta hipótesis es que el campo magnético se distribuye dentro del tubo que crea presentando únicamente una componente,  $B_z$ , y siendo la misma en todos los puntos de la cabeza de diente.

<sup>72</sup> Las dimensiones son fijas, pero se permite al usuario elegir el tamaño del mallado. Cada dimensión puede tener diferente tamaño.

<sup>73</sup> Los puntos del secundario sobre los que se operará son básicamente los puntos relativos a la placa de aluminio. Sin embargo, para calcular las fuerzas en Z se necesitarán calcular las corrientes inducidas en el carril, en este caso, los *puntos campo* también serán los puntos relativos al carril.

Se parte de un primario compuesto por un número de dientes dispuestos en 3 zonas (una central y dos laterales). Se tiene un secundario plano compuesto por una chapa de aluminio y otra de hierro.

En primer lugar, se tiene que considerar cómo es la generación de inducción en cada diente. Para ello se divide cada diente en un número de diferenciales de diente cualquiera<sup>74</sup>. Estos diferenciales de diente serán considerados como puntos generadores de flujo o **puntos fuente**<sup>75</sup>. En realidad lo que se está realizando es un segundo mallado en la máquina, para apreciar efectos en la geometría de los dientes de una manera más exacta. Además proporciona una capacidad elevada de soportar los efectos de un mallado muy fino.

El valor de flujo que aporta cada **punto fuente** es igual al valor medio de la inducción del diente del cual forman parte multiplicado por su área según se puede ver en la expresión 5.2. Cabe notar que esta división se aplica tanto para los dientes principales como para los dientes laterales.

$$\Phi_i = B_i \cdot S_{dd} \quad (5.2)$$

### 5.1.3.2. Cálculo de la *f.e.m.* en la Máquina.

Una vez definidos los **puntos fuente** y los **puntos campo**, se procede a calcular la *f.e.m.* en cada **punto campo**. Para ello, se aplica la Ley de Faraday-Lenz (ver 2.1.1.4). Sin embargo, en lugar de realizarlo mediante una expresión analítica, se realiza mediante diferencias finitas, la derivada pasa a ser un incremento diferencial. **El programa** permite escoger el incremento diferencial<sup>76</sup>.

Para el diente “i” se tiene la expresión 5.3.

$$f.e.m._i = -\frac{\Delta\Phi_i}{\Delta t} = -\frac{(\Phi_i(t) - \Phi_i(t - \Delta t))}{(t - (t - \Delta t))} \quad (5.3)$$

La *f.e.m.* producida por cada **punto fuente** se calcula para toda la máquina a la vez<sup>77</sup> ya que la derivada es igual para todos los **puntos fuente** de un mismo diente.

---

<sup>74</sup> Realmente no es un número cualquiera, sino que el número de puntos en los que se divide un diente procede de la progresión geométrica:  $4n^2$ . Pudiendo especificarse el “n” que se desee.

<sup>75</sup> Estos puntos son el origen del flujo.

<sup>76</sup> El incremento diferencial debe de ser lo suficientemente pequeño para detectar las variaciones de flujo de una forma correcta. El valor que se debe tomar está relacionado con la frecuencia de alimentación de la máquina.

El incremento diferencial es siempre negativo, pues se sabe el campo inmediatamente anterior, pero no el inmediatamente siguiente, debido a que entran muchos factores a tener en cuenta, entre ellos el campo actual, que es desconocido.

<sup>77</sup> Ello se debe a que se ha considerado que la distribución de la inducción en la máquina depende exclusivamente de la posición y tiempo. Como se está operando para un tiempo determinado, la única dependencia que existe es con la posición, es decir, el denominado “fasor espacial”.

### 5.1.3.3. Cálculo del Campo Eléctrico de Punto Fuente.

Una vez calculada la *f.e.m.* lo que se necesita es calcular el campo eléctrico. Para calcular el campo eléctrico, se recurre a su definición<sup>78</sup>. En el apartado 5.1.2.1 se ha supuesto que la corriente generada por la variación de inducción de cada **punto fuente** se produce en una circunferencia, ver Figura 5-2. Asimismo se supone que el radio en el que gira la intensidad es igual a la distancia desde el centro del **punto fuente** hasta el centro del **punto campo**. De esta forma se obtiene:

$$f.e.m. = - \int_{inicio}^{fin} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\vec{E} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \vec{u}_\theta \Rightarrow \vec{E} = - \frac{f.e.m.}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \vec{u}_\theta \quad (5.4)$$

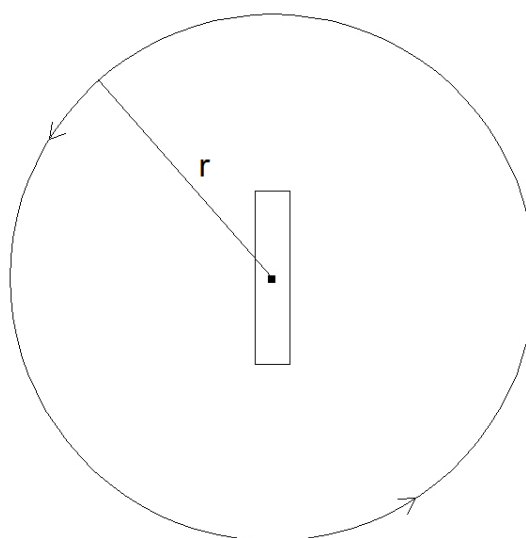


Figura 5-2 Circulación de la intensidad en un conductor aplicando la ley de Lenz.<sup>[18]</sup>

Dado que se esta realizando un doble mallado, en **puntos campo** y **puntos fuente**, puede darse el caso de que un **punto campo** sea coincidente con la proyección de un **punto fuente**. En este caso ya no es aplicable del todo la ecuación 5.4, puesto no toda el área del **punto fuente** aporta ni la misma dirección, ni el mismo sentido, ni lo hace con la misma intensidad. En la Figura 5-3 se pueden ver las distintas componentes del campo eléctrico, las distintas regiones del espacio en las que se divide el **punto fuente**, los centros de dichas regiones y las distancias según las coordenadas X e Y.

Explicando con más detalle la Figura 5-3, se puede observar que cada región<sup>79</sup> del espacio tiene un color característico que coincide con el color del vector que genera. Del mismo modo, cada área tiene un rallado característico, que está asociado al color de la línea que pasa por ella. Se indican también los ángulos en el mismo color que la componente del campo eléctrico que generan. Dado que la Figura 5-3 utiliza mucha nomenclatura, se recuerda que en el Anexo 1 se incluye toda la nomenclatura de todos capítulos<sup>80</sup>.

<sup>78</sup> En el Anexo 13 se incluyen un resumen de los conceptos más básicos de electromagnetismo.

<sup>79</sup> Aunque el dibujo de partida es cuadrado, **el programa** informático no requiere esta característica.

<sup>80</sup> La Figura 5-3 tiene un subapartado que incluye toda la nomenclatura al final del apartado dedicado al Capítulo 5.

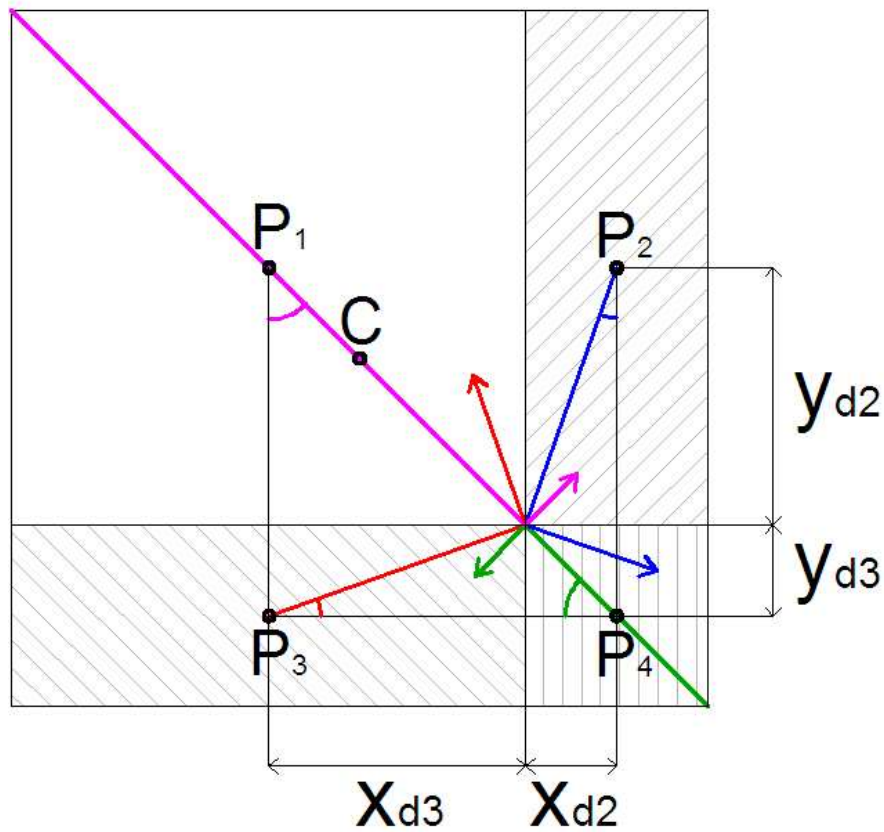


Figura 5-3 Obtención del campo en el caso de coincidencia entre **punto campo** y **punto fuente**. Vectores **no** a escala. <sup>[18]</sup>

La ecuación que se obtiene tras considerar las distintas componentes que se pueden ver en la Figura 5-3 es la 5.5.

$$\begin{aligned}
 Emagenta_x &= A_1 \cdot \cos \alpha_{magenta} = A_1 \cdot \frac{y_{d3}}{r_1} \\
 Emagenta_y &= A_1 \cdot \sin \alpha_{magenta} = A_1 \cdot \frac{x_{d3}}{r_1} \\
 Eazul_x &= A_2 \cdot \cos \alpha_{azul} = A_2 \cdot \frac{y_{d2}}{r_2} \\
 Eazul_y &= A_2 \cdot \sin \alpha_{azul} = -A_2 \cdot \frac{x_{d2}}{r_2} \\
 Erojo_x &= A_3 \cdot \sin \alpha_{rojo} = -A_3 \cdot \frac{y_{d3}}{r_3} \\
 Erojo_y &= A_3 \cdot \cos \alpha_{rojo} = A_3 \cdot \frac{x_{d3}}{r_3} \\
 Everde_x &= A_4 \cdot \sin \alpha_{verde} = -A_4 \cdot \frac{y_{d2}}{r_4} \\
 Everde_y &= A_4 \cdot \cos \alpha_{verde} = -A_4 \cdot \frac{x_{d3}}{r_4}
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

### 5.1.3.4. Cálculo del Campo Eléctrico Total de un Punto Campo.

Para calcular el campo eléctrico total que se produce en un **punto campo** lo que se hace es tener en cuenta el campo eléctrico que produce cada **punto fuente** en dicho **punto campo**. El campo eléctrico que ve el **punto campo**, es la suma del campo eléctrico que le genera cada **punto fuente**. De esta forma, el campo en el punto genérico “p” es lo indicado en la ecuación 5.6.

$$\overline{E}_p = \sum_i^{d.d.c} \overline{E}_i + \sum_j^{d.d.iat} \overline{E}_j + \sum_k^{d.d.iat} \overline{E}_k = \sum_i^{d.d.c} -\frac{f.e.m_i}{2 \cdot \pi \cdot r_i} \overline{u}_{\theta_i} + \sum_j^{d.d.iat} -\frac{f.e.m_j}{2 \cdot \pi \cdot r_j} \overline{u}_{\theta_j} + \sum_k^{d.d.iat} -\frac{f.e.m_k}{2 \cdot \pi \cdot r_k} \overline{u}_{\theta_k} \quad (5.6)$$

Como parece realmente difícil comprender la ecuación 5.6, sin ninguna explicación adicional, se ha incluido la Figura 5-4. La Figura 5-4 muestra como es el proceso de creación del campo eléctrico para un **punto campo** a partir de cuatro **puntos fuente**. Se puede ver como cada **punto fuente** está coloreado del mismo color que su vector asociado con el que forma un ángulo de 90°. Lo que **el programa** está haciendo es exactamente igual salvo que opera con una grandísima cantidad de **puntos fuente**, con distintas posiciones y valores.

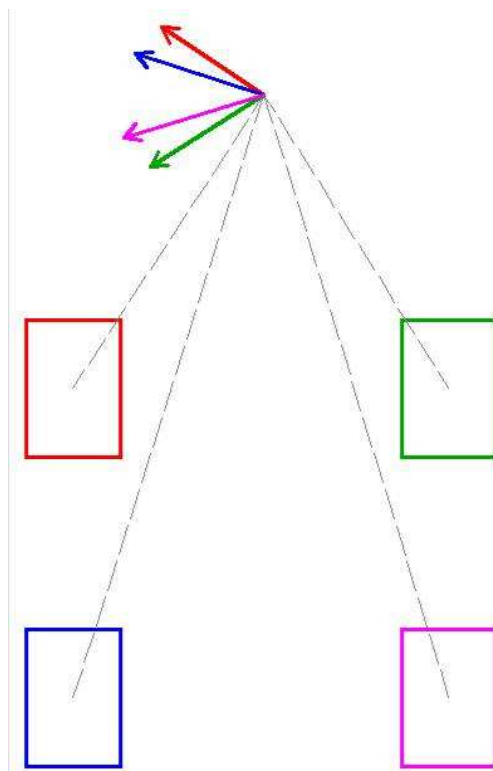


Figura 5-4 Ejemplo de obtención del campo eléctrico producido por los 4 dientes. <sup>[18]</sup>

Aunque es algo difícil de apreciar debido al doble uso de subíndices, la ecuación 5.6, indica dos cosas:

- Para obtener el campo eléctrico en el **punto campo** hay que realizar una suma vectorial.
- La componente  $\overline{u}_{\theta}$  depende del **punto fuente** que la genera.

Como es muy difícil realizar una suma vectorial con unas componentes vectoriales que dependen del respectivo **punto fuente** se definen dos ejes absolutos; sobre estos ejes sobre los que se descompondrá cada componente vectorial. La elección de los ejes absolutos se corresponde a los ejes cartesianos. En la Figura 5-5 se puede observar la descomposición del vector unitario polar que genera un **punto fuente** sobre un **punto campo** genérico en las componentes cartesianas. En 5.7 se puede observar la ecuación que relaciona la descomposición de las componentes cartesianas en las componentes polares genéricas. Si se descomponen las componentes que cada **punto fuente**<sup>81</sup> ocasiona en el respectivo **punto campo**, se pueden sumar fácilmente.

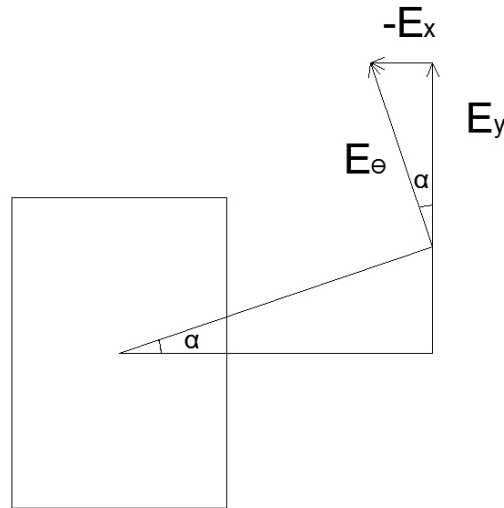


Figura 5-5 Descomposición de las componentes polares en componentes cartesianas. [18]

$$\begin{aligned} E_x &= -\bar{E} \cdot \sin \alpha \\ E_y &= \bar{E} \cdot \cos \alpha \end{aligned} \quad (5.7)$$

#### 5.1.3.5. Cálculo del Campo Eléctrico de Todos los Puntos Campo.

En el apartado anterior se ha obtenido el campo eléctrico en un **punto campo**. Para obtener la completa distribución del campo eléctrico en la máquina, lo que se ha de hacer es aplicar el mismo algoritmo descrito a cada **punto campo**. De esta forma se obtiene el campo eléctrico en la máquina.

La información relativa a cada punto se almacena en dos matrices: Una matriz guarda la información relativa a la geometría y otra la información relativa a al campo eléctrico.

---

<sup>81</sup> Cabe recordar que cada **punto fuente** genera sus propias coordenadas polares con un origen situado en el centro del **punto fuente**.



## 5.1.4. Cálculo de las Corrientes Inducidas.

### 5.1.4.1. Método de Cálculo.

El cálculo de las corrientes inducidas se hace aplicando la ley de Ohm una vez que se tiene el campo eléctrico sobre el conductor<sup>82</sup>. La ecuación se aplica para cada eje de coordenadas para cada *punto campo*. De esta forma queda la ecuación 5.8.

$$\begin{aligned} J_x &= \sigma \cdot E_x \\ J_y &= \sigma \cdot E_y \end{aligned} \quad (5.8)$$

Aplicando la definición de intensidad y teniendo en cuenta que las dimensiones del mallado son la vistas en la Figura 5-6, se aplica 5.9 y se obtiene la intensidad en cada *punto campo*.

$$\begin{aligned} I_x &= A_x \cdot J_x = J_x \cdot L_y \cdot h \\ I_y &= A_y \cdot J_y = J_y \cdot L_x \cdot h \end{aligned} \quad (5.9)$$

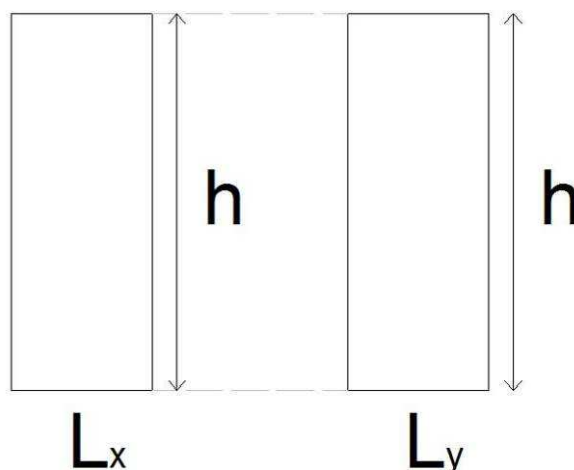


Figura 5-6 Vistas longitudinal y transversal de la unidad de mallado de la placa de Aluminio.<sup>[18]</sup>

### 5.1.4.2. Condiciones de Contorno.

Al realizar el cálculo de la intensidad eléctrica se debe de tener en cuenta una condición muy importante: las condiciones de contorno. Las condiciones de contorno definen los valores de intensidad de los límites del conductor correspondiente

Las condiciones de contorno se corresponden con que la intensidad no es posible que salgan por la placa<sup>83</sup>. Ello se debe a que la conductividad del conductor es muy

---

<sup>82</sup> Los conductores que existen en el secundario son dos: la placa de aluminio y el carril de hierro. Cabe recordar que se ha supuesto que el secundario no está formado por placas, y el hierro al ser un conductor, permite la creación de corrientes inducidas.

<sup>83</sup> Cabe destacar que la hipótesis de que el secundario es muy grande permite aplicar la ecuación 5.8 de esa forma. En caso de considerar unas dimensiones finitas de la placa, esta ecuación debería de modificarse, sin embargo, el campo eléctrico seguiría siendo el mismo.

superior a la de aire. Es decir, las condiciones de contorno se corresponden con las condiciones Dirichlet. Las condiciones se pueden ver en la expresión 5.10.

$$\begin{cases} I_x(0, y) = 0 \\ I_x(End_x, y) = 0 \\ I_y(x, 0) = 0 \\ I_y(x, End_y) = 0 \end{cases} \quad (5.10)$$

La manera en la que se han conseguido estas condiciones es utilizando un secundario mucho más grande que las dimensiones de la máquina. De esta forma, como las corrientes inducidas en los extremos van descendiendo, puede considerarse un punto para el que no existen. De esta forma se cumple la condición de contorno.

### 5.1.5. Cálculo de la Inducción Magnética.

La inducción magnética se obtiene de una forma muy sencilla. Dado que se está suponiendo que en todo momento el flujo circula por un tubo de flujo, se aplica la definición del mismo: si el **punto campo** se encuentra debajo de un diente, presenta flujo, en caso contrario, no presenta nada de flujo. La ecuación que define este comportamiento es la 5.11.

$$\begin{cases} \text{Si } r_x(i) < D_x/2 \text{ y } r_y(i) < D_y/2 & B_z(i) = B_{diente(i)} \\ \text{En cualquier otro caso} & B_z = 0 \end{cases} \quad (5.11)$$

### 5.1.6. Cálculo de las Fuerzas Inducidas.

#### 5.1.6.1. Cálculo de Fuerzas en cada Punto del Inducido.

El cálculo de las fuerzas inducidas se realiza aplicando la ley de Lorentz a cada punto del mallado. La ley de Lorentz implica un producto vectorial, por lo que es necesario realizarlo en 3-D.

En los apartados anteriores se han estado considerando las distintas variables electrodinámicas descompuestas según la dirección del vector unitario del espacio al que están referidas. De esta forma, el producto vectorial se realiza paralelamente como tres productos asociados a cada una de las direcciones espaciales definidas. Todo lo anteriormente comentado se puede ver en la ecuación 5.12. En ésta se puede ver como se construye el producto vectorial para el **punto campo** “i”.

$$\begin{cases} Fx_i = L_y \cdot (Bz_i \cdot Iy_i) \\ Fy_i = -L_x \cdot (Bz_i \cdot Ix_i) \\ Fz_i = 0 \end{cases} \quad (5.12)$$

En la ecuación 5.12 se están teniendo en cuenta los efectos de considerar que existen tubos de flujo en la placa de aluminio. Dicha consideración implica  $I_z = 0$ ,  $B_x = 0$  y  $B_y = 0$  en la placa de aluminio. Además se debe de considerar que el aluminio presenta su propia conductividad.

### 5.1.6.2. Cálculo de Fuerzas Totales en la Máquina.

Aunque es muy interesante tener la fuerza que ejerce el primario sobre cada punto del secundario, es particularmente útil tener la fuerza total que la máquina aplica sobre cada una de las dimensiones consideradas. La forma de obtener la fuerza total que se ejerce sobre el secundario de la máquina, una vez que se ha calculado la distribución de fuerzas, es integrando. Sin embargo, dado que no se ha resuelto el problema por métodos analíticos, es imposible integrar; en su lugar, la fuerza total en cada componente se puede calcular con un sumatorio. Si se expresa matemáticamente se obtiene que:

$$\begin{aligned} Fx_i &= \sum_{i=1}^{df} Fx_i \\ Fy_i &= \sum_{i=1}^{df} Fy_i \end{aligned} \quad (5.13)$$

La ecuación 5.13 presenta un término que es dependiente de la longitud del mallado, de esta forma, a mayor número de puntos, menor aportación de cada uno de ellos. Sin embargo, la fuerza total que se obtiene es la misma<sup>84</sup> en ambos casos.

## 5.2. Resultados Aplicando la Ley de Lorentz.

En este apartado se van a exponer los resultados que *el programa* ha obtenido de las distintas magnitudes que se han ido estudiando a lo largo del apartado 5.1. El objetivo de este apartado no es comentar los resultados, aunque se hará brevemente, sino exponerlos.

En este apartado también se contrastará la fiabilidad y eficiencia<sup>85</sup> del *programa*. La fiabilidad se expondrá de manera teórica puesto que se comparará con otros resultados obtenidos considerados más fiables<sup>86</sup>, pero atendiendo exclusivamente a las formas de las representaciones, no a sus magnitudes.

---

<sup>84</sup> En teoría es la misma. Sin embargo, al depender de más aspectos, las fuerzas no tienen por qué ser constantes. Este aspecto se estudiará en el apartado 5.2.2.

<sup>85</sup> Se ha considerado fiabilidad como la calidad de los resultados, es decir, que los resultados obtenidos por este programa son extrapolables sin mucho fallo a la realidad. En el apartado 5.2.2 se expondrán las limitaciones de la comprobación de fiabilidad realizadas.

Se ha considerado eficiencia como el tiempo que tarda el programa hasta obtener unos resultados.

<sup>86</sup> Se han considerado más fiables porque los autores tienen una reconocida carrera. Además, los resultados han sido contrastados hasta cierto punto.

Para examinar la fiabilidad del **programa** se estudiará la variación de resultados con respecto a la variación de los datos de mallado y de **puntos fuente**. Por último se expondrá el tiempo que tarda el **programa** en llegar a una solución para diversas condiciones de entrada. El objetivo de este estudio es verificar el uso de este **programa** para optimizar una máquina.

Los resultados se han obtenido utilizando las mismas variables geométricas, definidas en la Figura 4-2 del Anexo 2.

Cada una de las Figuras expuestas en los sucesivos subapartados está dibujada utilizando como base la longitud de la máquina. Las Figuras se han girado para que se puedan ver de la mejor forma posible.

Los dibujos se han representado siguiendo un comando de mallado. Se corresponden a una representación espacial del tipo expuesto en la ecuación 5.14. De esta forma, los colores más cálidos representan un mayor valor de la variable estudiada y los colores más fríos un menor valor.

$$Z = f(x, y) \quad (5.14)$$

La mayoría de las variables que se han representado se corresponden con vectores. Por ello las representaciones siguiendo la ecuación 5.14 son diagramas de vectores y han de verse bajo esa perspectiva.

## 5.2.1.Exposición de Resultados.

### 5.2.1.1. Inducción Magnética.

La inducción magnética se compone de las 3 componentes (X, Y, Z). Sin embargo, de ellas la única que sirve para generar fuerzas en X e Y es  $B_z$ .

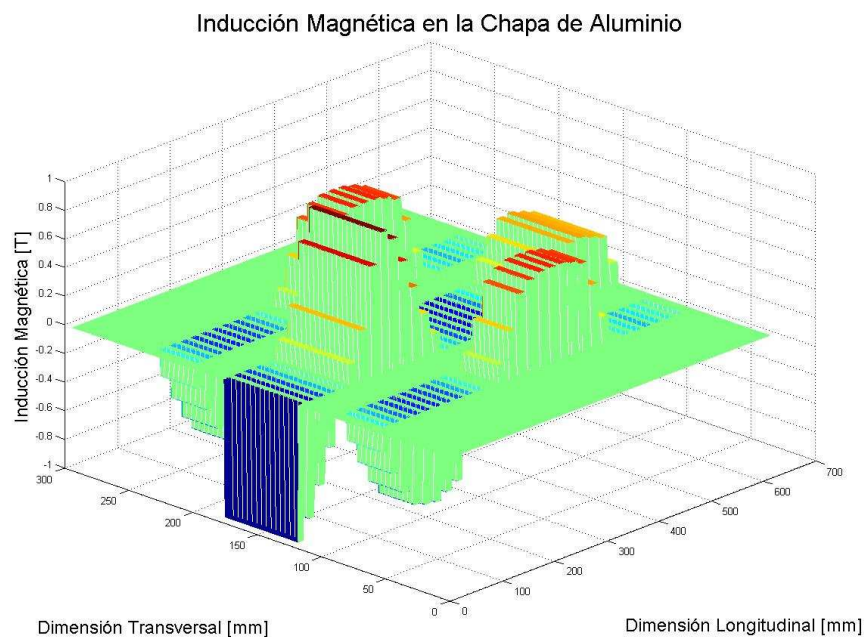


Figura 5-7 Inducción magnética en Z en la chapa de aluminio en 3-D.

### 5.2.1.2. Campo Eléctrico.

El campo eléctrico se ha representado para cada una de las direcciones principales: X e Y.

Campo Eléctrico X en cada Punto del Inducido

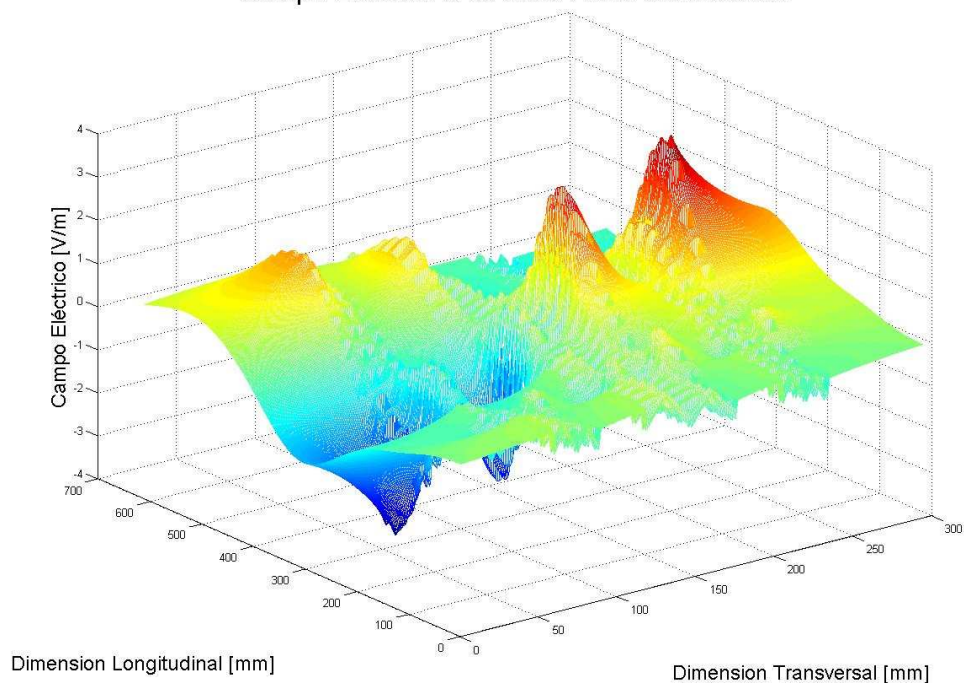


Figura 5-8 Campo eléctrico en la jaula de ardilla en 3-D. Dirección X. Diagrama Vectorial.

Campo Eléctrico Y en cada Punto del Inducido

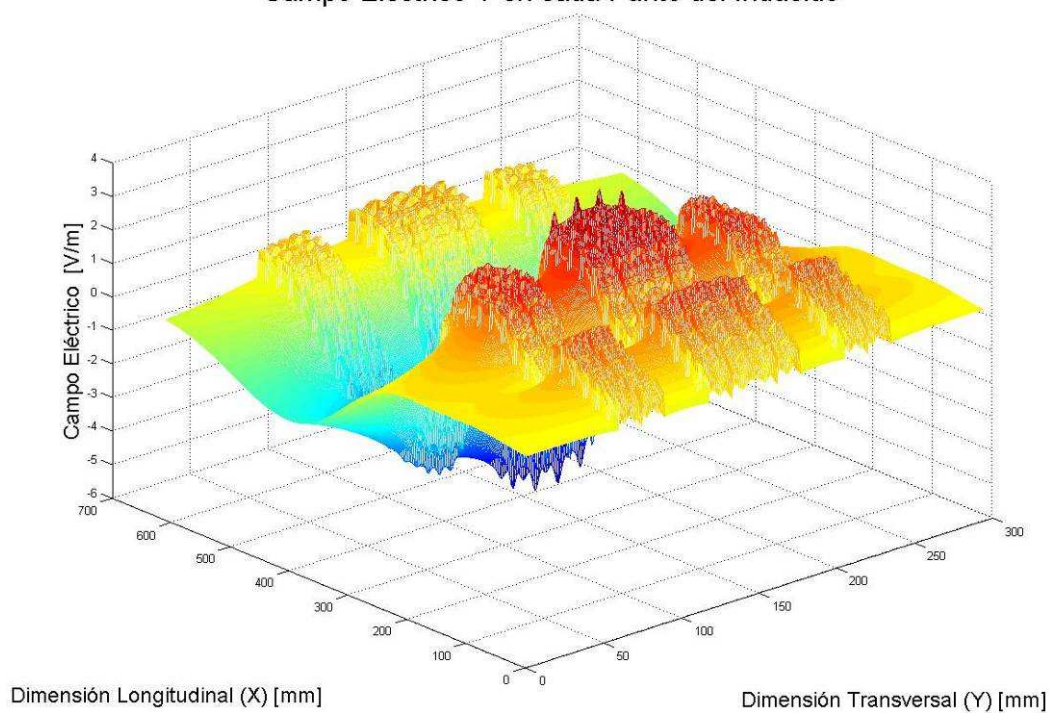
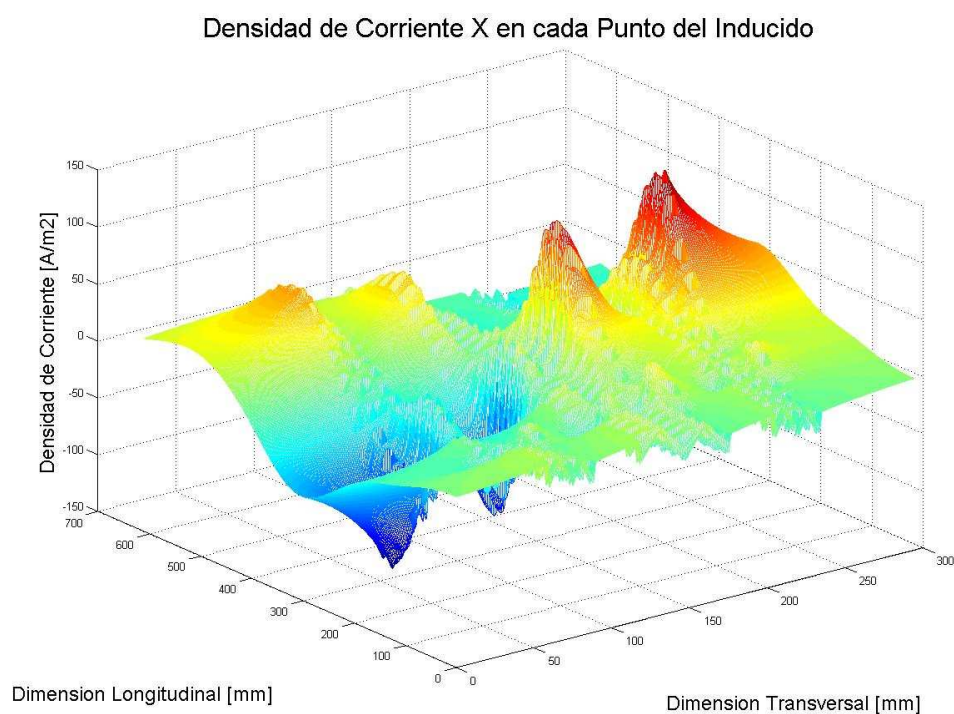


Figura 5-9 Campo eléctrico en la jaula de ardilla en 3-D. Dirección Y. Diagrama Vectorial.

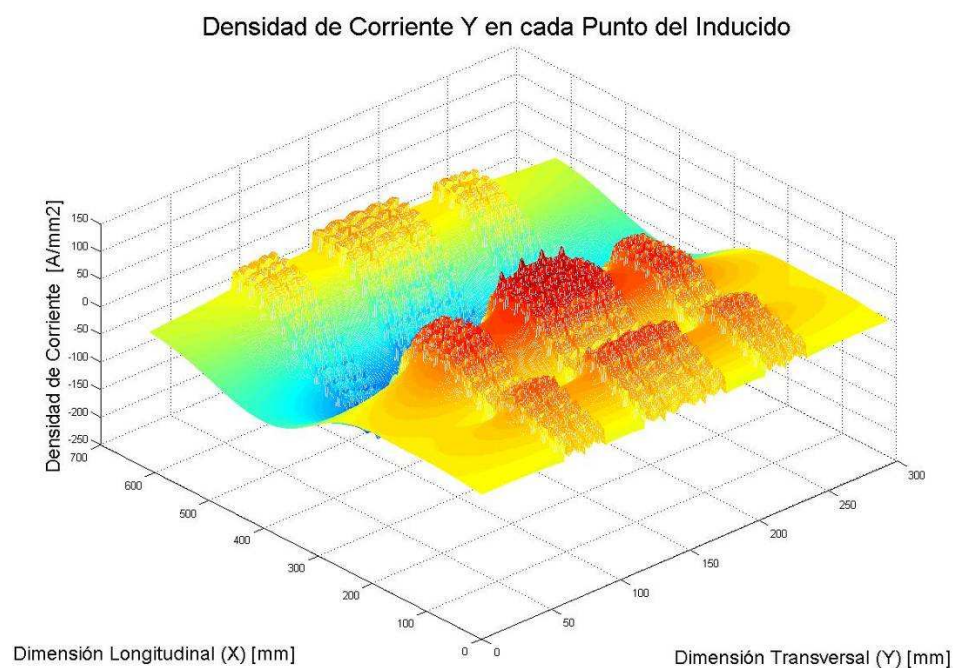


### 5.2.1.3. Densidad de Corriente.

Si se observan la Figura 5-10 y Figura 5-11 y se comparan respectivamente con la Figura 5-8 y la Figura 5-9, se puede observar que tienen la misma forma. Esto se debe a que la densidad de corriente se ha obtenido tan solo multiplicando el campo eléctrico por una constante. Si se observa el valor máximo que alcanza la densidad de corriente, se obtiene un valor muy elevado,  $200 \text{ A/mm}^2$ .



*Figura 5-10 Densidad de corriente en la jaula de ardilla en 3-D. Dirección X. Diagrama Vectorial.*



*Figura 5-11 Densidad de corriente en la jaula de ardilla en 3-D. Dirección Y. Diagrama Vectorial.*

#### 5.2.1.4. Fuerzas.

Fuerza en en cada Punto del Inducido

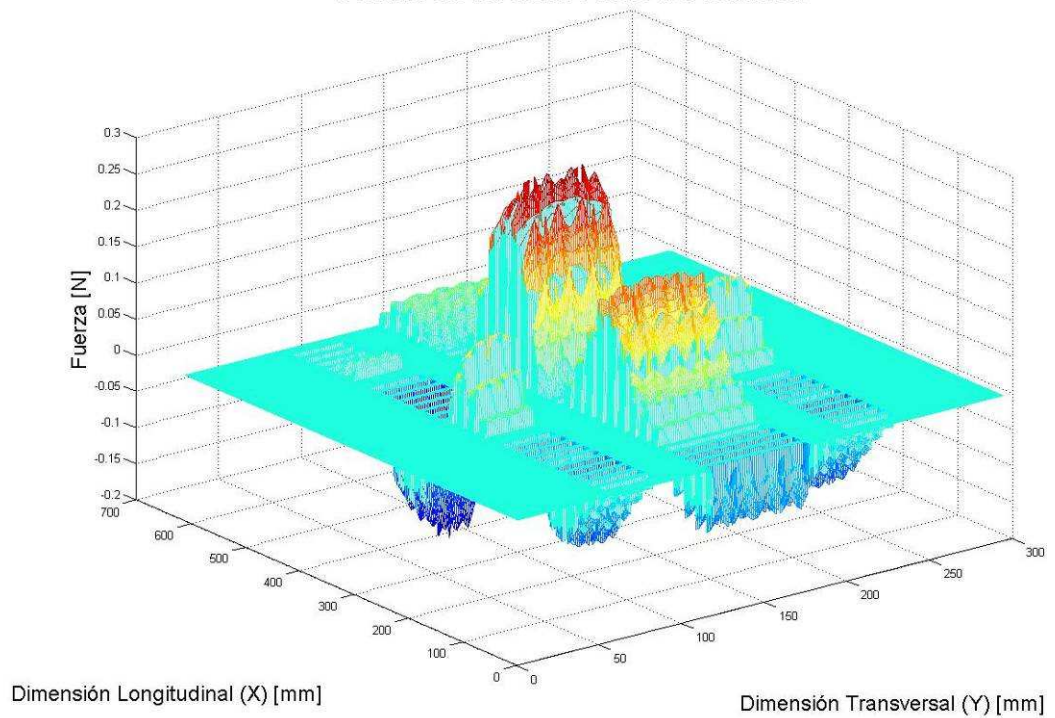


Figura 5-12 Fuerza en 3-D. Dirección X. Diagrama Vectorial.

Fuerza en Y en en cada Punto del Inducido

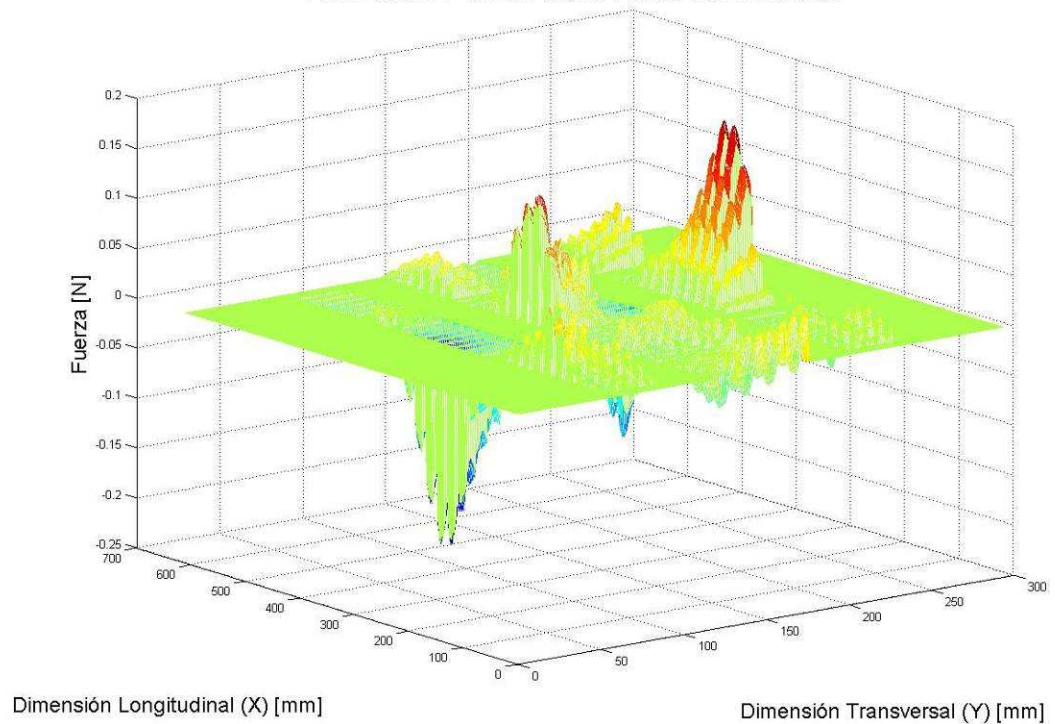


Figura 5-13 Fuerza en 3-D. Dirección Y. Diagrama Vectorial.

### 5.2.2. Fiabilidad.

Para comprobar la fiabilidad del programa, se compararán éstos con los obtenidos en distintas fuentes bibliográficas [9] y [10]. En segundo lugar, se expondrán los resultados que se obtienen en función de distintos cambios en las variables de entrada correspondientes a las condiciones de resolución: precisión del mallado y número de puntos generadores de flujo. Se compararán entre sí buscando cierta coherencia.

Se realiza una comprobación teórica porque no ha sido posible realizar una comprobación práctica. La comprobación práctica se obtendría ensayando el modelo real contra un banco de ensayo.

#### 5.2.2.1. Comprobación Teórica.

Si se compara la Figura 5-10 y la Figura 5-11 con la Figura 5-14, se puede ver que el resultado es correcto, pues ambas Figuras son similares. Si por el contrario se pretende comparar la Figura 5-8 y Figura 5-9 con la Figura 5-15 o con la Figura 5-16, se puede ver que el resultado también es correcto, pues el campo eléctrico gira de la misma forma.

La comprobación con la Figura 5-16 es especialmente relevante, pues esta Figura ha sido obtenida por medios analíticos en lugar de por medios numéricos.

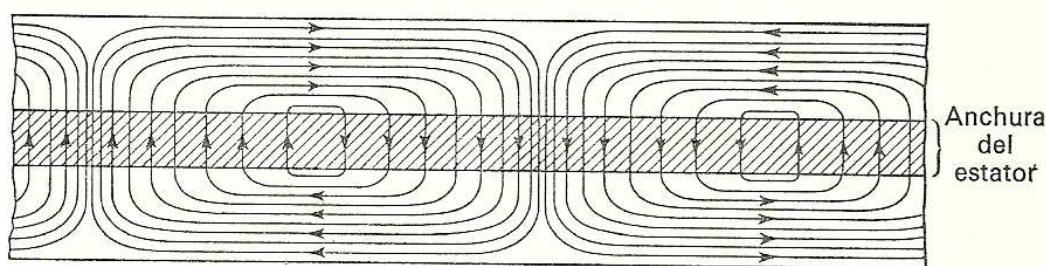


Figura 5-14 Distribución teórica de corriente en la placa del rotor para un motor de estator corto. <sup>[9]</sup>

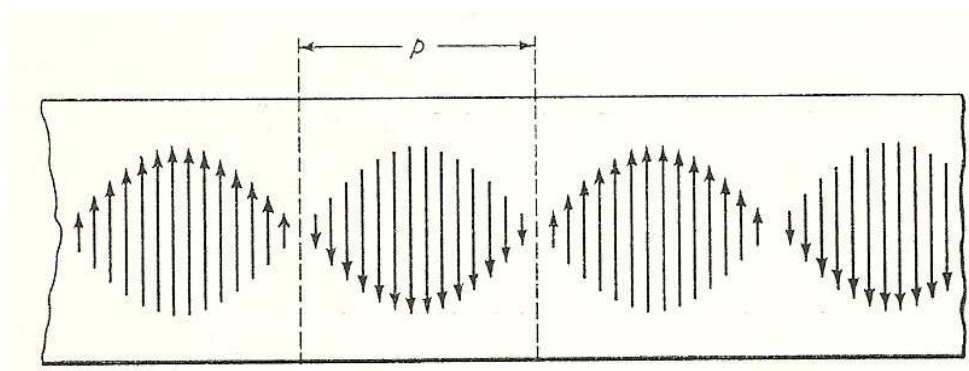


Figura 5-15 Distribución teórica de las f.e.m. para un motor de rotor acortado. <sup>[9]</sup>



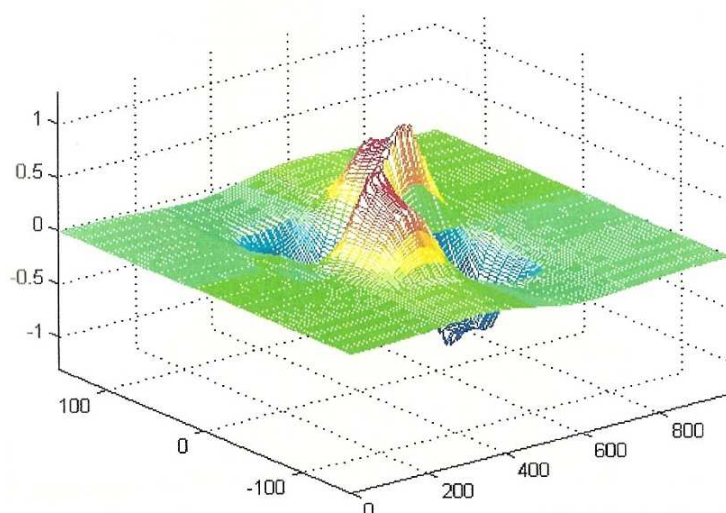


Figura 5-16 Vista espacial de los valores instantáneos de  $E_x$  en la placa. <sup>[10]</sup>

### 5.2.2.2. Coherencia de Resultados.

Al no haber podido ensayar la máquina, se pedirá al menos que *el programa* sea capaz de proporcionar la misma solución independientemente de las condiciones aplicadas. Se pide que al menos los resultados sean coherentes entre sí.

En la Tabla 5-1 se pueden ver los diferentes mallados que se han resuelto para cada caso. El valor<sup>87</sup> en [mm] de la Tabla indica tanto  $L_x$  como  $L_y$ <sup>88</sup> del punto campo. En todos ellos el tamaño del **punto fuente** ha sido de 4 puntos fuente por diente.

| Mallado 1  | Mallado 2  | Mallado 3  | Mallado 4  | Mallado 5  | Mallado 6  |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 0.4 mm     | 0.5 mm     | 0.6 mm     | 0.7 mm     | 0.8 mm     | 0.9 mm     |
| Mallado 7  | Mallado 8  | Mallado 9  | Mallado 10 | Mallado 11 | Mallado 12 |
| 1 mm       | 2 mm       | 3 mm       | 4 mm       | 5 mm       | 6 mm       |
| Mallado 13 | Mallado 14 | Mallado 15 | Mallado 16 |            |            |
| 7 mm       | 8 mm       | 9 mm       | 10 mm      |            |            |

Tabla 5-1 Asociación entre mallados resueltos y tamaño del mallado.

<sup>87</sup> Realmente no es el valor exacto, sino la cota máxima para el mallado en caso de que la división de la placa no se realice de manera homogénea.

<sup>88</sup> Es la distancia entre dos **puntos campo** consecutivos. Se han considerado por comodidad.

La Figura 5-17 y la Figura 5-18 proporcionan las distintas soluciones que proporciona **el programa** para los casos expuestos en la Tabla 5-1. Se puede observar que para los primeros 7 casos, con mallados más finos, los resultados son bastante similares entre sí. Sin embargo, para mallados más grandes (a partir de 2mm), los resultados son bastante más incoherentes entre sí y con los primeros resultados.

| Caso 1 | Caso 2 | Caso 3 | Caso 4 | Caso 5  |
|--------|--------|--------|--------|---------|
| 4      | 16     | 36     | 64     | 100     |
| Caso 6 | Caso 7 | Caso 8 | Caso 9 | Caso 10 |
| 144    | 196    | 256    | 324    | 400     |

Tabla 5-2 Asociación entre casos resueltos y número de **puntos fuente**.

Si por el contrario se observan la Figura 5-19 y la Figura 5-20 proporcionan los resultados que proporciona **el programa** para los casos expuestos Tabla 5-2. Se puede concluir que no presentan grandes cambios a la hora de aumentar el número de **puntos fuente**, pues el error máximo que se aprecia es de 10N y de 2N en el segundo caso.

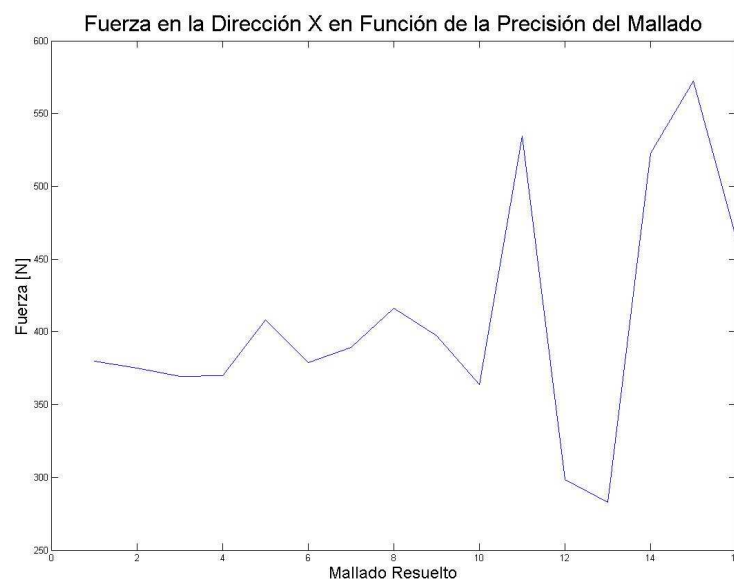


Figura 5-17 Fuerza en X que proporciona el programa como solución para distintos mallados.

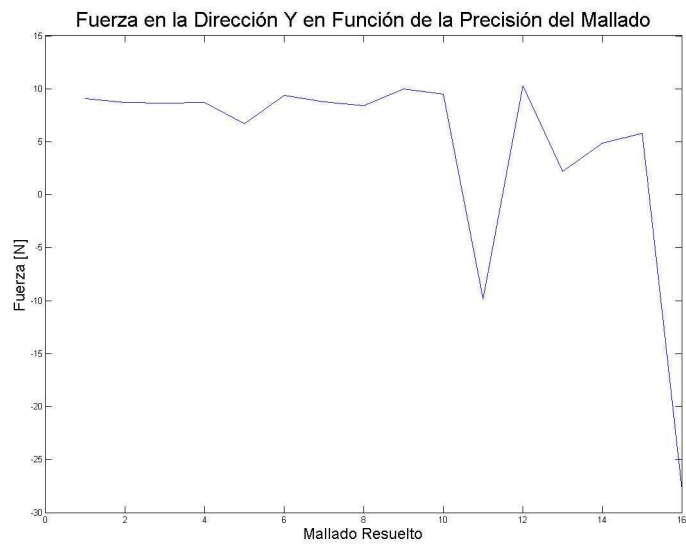


Figura 5-18 Fuerza en Y que proporciona el programa como solución para distintos mallados.

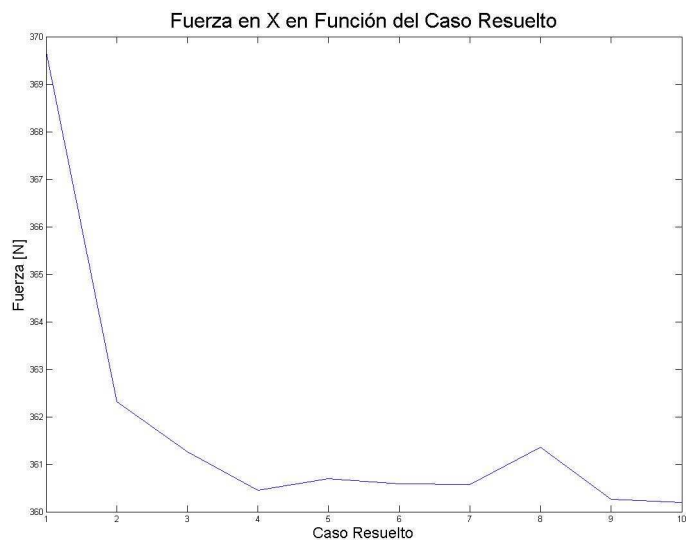


Figura 5-19 Fuerza en X que proporciona el programa para distinto número de puntos fuente.

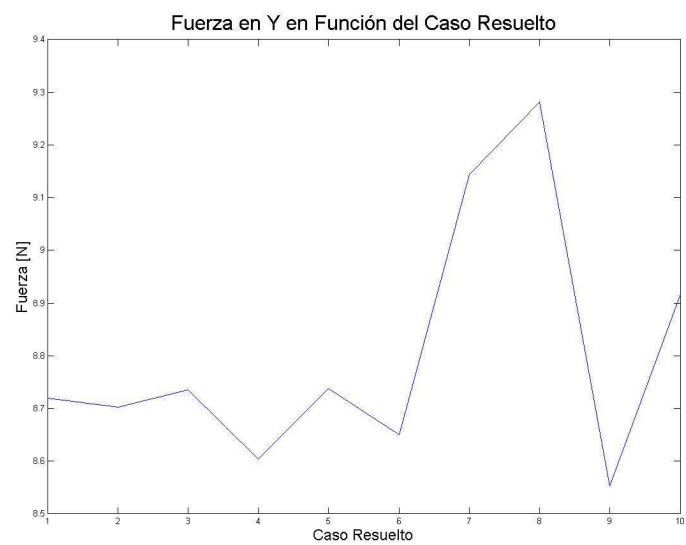


Figura 5-20 Fuerza en Y que proporciona el programa para distinto número de puntos fuente.

### 5.2.2.3. Tiempo de Cálculo.

Para que un programa sea útil, además de que obtener unos resultados coherentes (que en teóricamente son correctos) ha de obtenerlos en poco tiempo. Si no es capaz de obtener los resultados en poco tiempo no se podrá utilizar para lo que se pretende: optimización de las primeras fases de diseño de una máquina.

En la Figura 5-21 se puede ver el tiempo que tarda *el programa* en obtener un resultado asociados respectivamente a cada mallado de la Figura 5-17 y Figura 5-18. Se puede observar que para un mallado más fino *el programa* tarda mucho más en obtener los resultados.

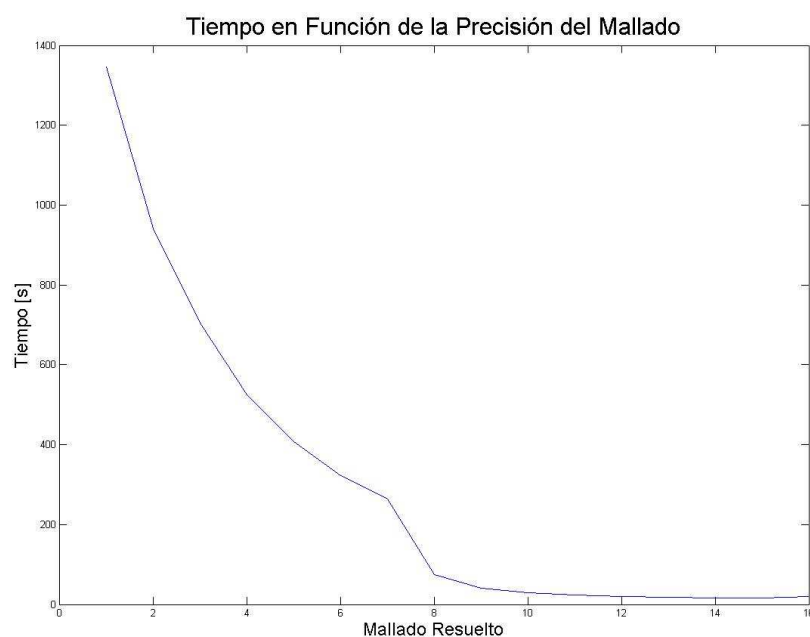


Figura 5-21 Tiempo en obtener los resultados para distintos mallados.

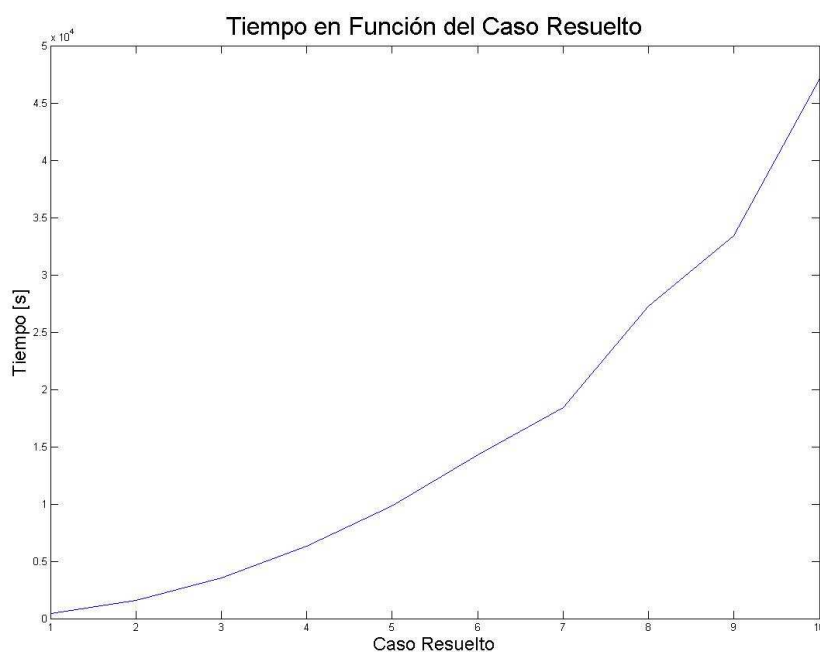


Figura 5-22 Tiempo en obtener resultados para distintos numero de *puntos fuente*.

En la Figura 5-22 se ha representado en tiempo que tarda *el programa* en converger en función del número de **puntos fuente** que se han insertado en cada diente.

Se puede observar en la Figura 5-22 como el tiempo que tarda *el programa* en obtener resultados es cada vez mayor, hasta llegar a los 40000s (más de 11 horas). Si se compara el coste computacional, con los resultados que proporciona, se puede llegar a la conclusión de que no se justifica bajo ningún concepto este coste computacional. Los resultados no mejoran en calidad.



## Capítulo 6. Estudio Económico.

---

En este Capítulo se van a incluir diversos resultados relacionados con el estudio económico. Principalmente estos resultados se clasifican en tres conceptos:

1. Identificación de los recursos disponibles y de los recursos necesarios.
2. División y planificación detallada de las tareas en las que se divide el proyecto. De esta forma se ejecuta de la manera más eficiente posible.
3. Presentación de un presupuesto en acuerdo a los trabajos realizados y al coste de los mismos<sup>89</sup>. Con un precio muy elevado es posible que no se consiga el proyecto. Con uno demasiado bajo es posible que no se ingrese lo suficiente para generar los beneficios deseados.

En el apartado 6.1 se realizará una descripción de los medios disponibles<sup>90</sup> para la realización del proyecto. Se describirá el coste unitario imputable a cada uno de los recursos utilizados en la realización del proyecto.

En el apartado 6.2 expondrá el resultado de la planificación del proyecto en forma de diagrama de Gantt. En diagrama se podrán identificar las distintas tareas que se han identificado para la realización del proyecto y cual es la dependencia que se establece entre ellas. Para realizar este trabajo se ha utilizado el programa comercial Microsoft Project.

En el apartado 6.3 se establecerán los costes de cada uno de los recursos de los que se dispone. El objetivo de este apartado es el de realizar una memoria económica del proyecto, de forma que sea posible realizar el presupuesto del proyecto. Para elaborarlo también se ha utilizado el programa comercial Microsoft Project.

### 6.1. Recursos Necesarios.

Tras la planificación del proyecto se detectaron ciertas necesidades de recursos. La mayoría de recursos estaban disponibles en el inventario, pero algunos recursos no estaban disponibles en absoluto y por ello tuvieron que ser comprados ex profeso para la realización del proyecto.

A la hora de imputar los costes, los materiales se han dividido en dos: los materiales en “stock” y los materiales nuevos. El motivo de dividir en dos los materiales

---

<sup>89</sup> Esta parte es especialmente importante pues es el momento en el que se ponen en relieve la eficiencia de las tareas realizadas.

<sup>90</sup> Los medios disponibles consisten tanto en horas-hombre como en medios materiales.

disponibles es para reflejar con exactitud los costes de amortización y de uso relativo. Para ello se ha decidido lo siguiente:

- A los materiales nuevos se les imputa la parte del coste concerniente a la utilización relativa que el proyecto realizado ha requerido de ellos.
- A los materiales antiguos se les imputa el coste total de amortización que les quedaba. Al considerar la medida de la amortización de esta forma, se está considerando un coste más elevado que si exclusivamente se les imputase el coste relativo a la duración del proyecto, sin embargo, al ser un criterio más conservador se asegura no entrar en pérdidas. De esta forma, al ya haber amortizado por completo el material, el coste de un eventual segundo proyecto sería menor.

La amortización se contempla por medio de la ecuación de amortización constante, de cuota fija. No se considera el interés debido a la inflación. El motivo de esta simplificación es una menor complejidad en los cálculos. Dado que actualmente no existe una inflación muy elevada, el error cometido no es muy grande. La fórmula utilizada es la 6.1:

$$C_{imputable} = \frac{T}{G} \cdot C_{inicial} \cdot D \quad (6.1)$$

### 6.1.1. Recursos Materiales.

- Ordenador personal: 600€ de coste de adquisición. Dos años de antigüedad para una amortización total de tres. La utilización de este equipo es del 70%.<sup>91</sup>

$$C_{ordenador} = \frac{1}{3} \cdot 600 \cdot 0.7 = 140€ \quad (6.2)$$

- Ordenador portátil: 1000€ de coste. Un año y medio de antigüedad para una amortización total de tres. La utilización de este equipo es del 80%.

$$C_{portátil} = \frac{1.5}{3} \cdot 1000 \cdot 0.8 = 400€ \quad (6.3)$$

- Metro Profi Series VT: 7€. Dedicación 100%.

$$C_{metro} = 7€ \quad (6.4)$$

- Licencia del programa informático Matlab: 2150USD. Añadidos 3 complementos a la licencia: 3000USD. Paridad USD/euro: 1,31460 USD/euro.<sup>92</sup>. Adquirida en Febrero. Dedicación 100%.

---

<sup>91</sup> La utilización se define con respecto a una jornada estándar de trabajo. Para las personas esta jornada es de 8 horas, para los equipos la jornada es de 24 horas.



$$C_{LicenciaMEC} = \frac{(2150 + 3 \cdot 1000)}{1,31460} \cdot 100\% = 3917\text{€} \quad (6.5)$$

### 6.1.2. Recursos Humanos.

- Ingeniero Junior: Álvaro Alonso Macías. Coste de la hora: 10.28€/h
- Ingeniero Senior: Javier José María Rivas Conde. 70€/h<sup>93</sup>
- Arquitecto Junior: Luis Lope de Toledo Sáez. Coste subcontratación: 80€.

---

<sup>92</sup> Fecha 2/02/2012. Dato recogido de la web: <http://es.exchange-rates.org/HistoricalRates>

<sup>93</sup> Se ha considerado las horas dedicadas por Javier como horas de consultor externo, ya que el trabajo de desarrollaba era de supervisión, coordinación y explicación de conceptos relevantes. Del mismo modo proporcionaba información útil a petición. Se ha considerado que estas tareas las podía proporcionar un consultor externo y por eso se ha incluido de este modo.

La inclusión como agente externo motiva el alto salario, ya que él debe de soportar muchos costes como autónomo.

## 6.2. Diagrama de Gantt.

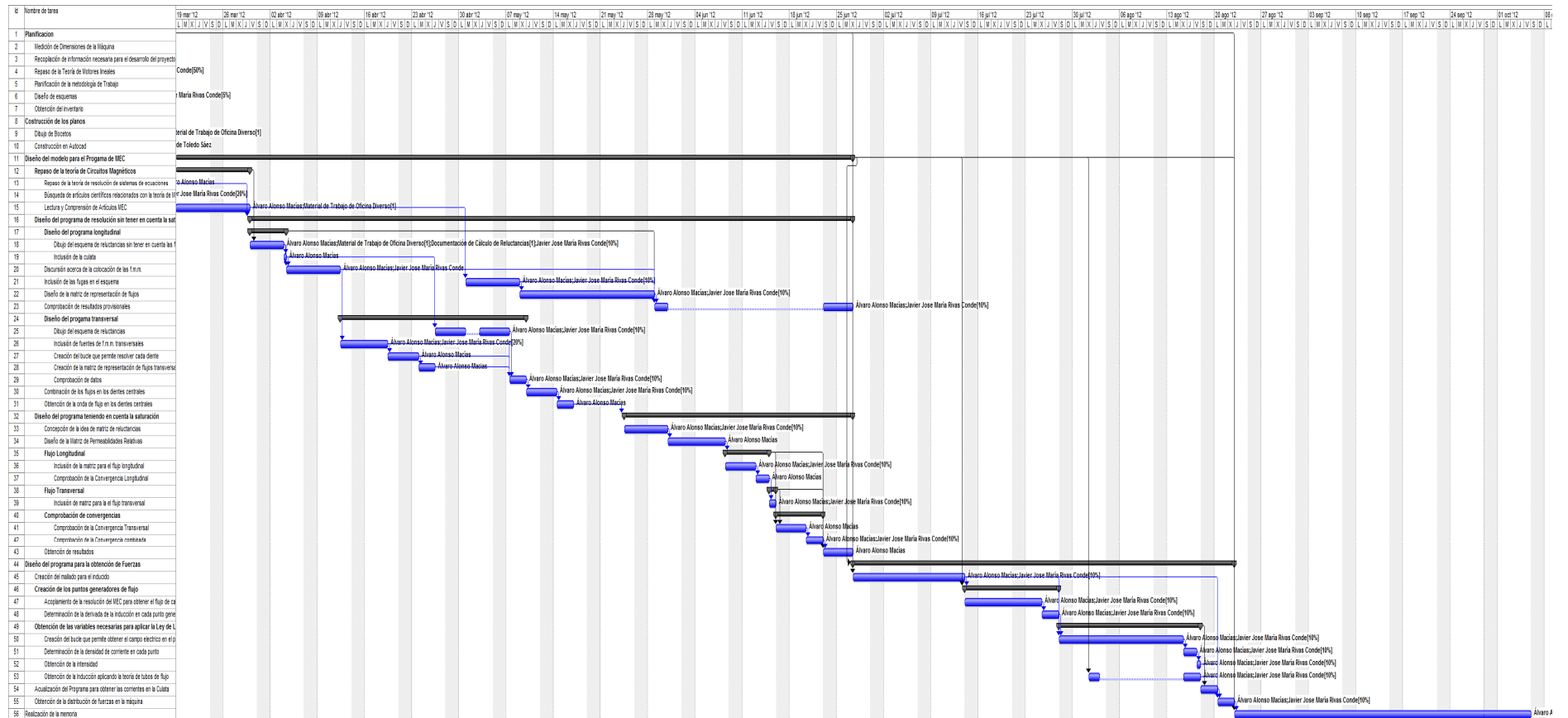


Tabla 6-1 Diagrama de Gantt del proyecto

| <b>Id</b> | <b>Nombre del recurso</b>              | <b>Costo</b>      | <b>Costo previsto</b> | <b>Variación</b>  | <b>Costo real</b> | <b>Restante</b>   |
|-----------|--|-------------------|-----------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1         | Metro Porfi                            | 7.00 €            | 0.00 €                | 7.00 €            | 0.00 €            | 7.00 €            |
| 2         | Licencia Matlab                        | 3,917.00 €        | 0.00 €                | 3,917.00 €        | 0.00 €            | 3,917.00 €        |
| 6         | Material de Trabajo de Oficina Diverso | 66.00 €           | 0.00 €                | 66.00 €           | 0.00 €            | 66.00 €           |
| 7         | Ordenador Físico                       | 0.00 €            | 0.00 €                | 0.00 €            | 0.00 €            | 0.00 €            |
| 8         | Portátil Físico                        | 0.00 €            | 0.00 €                | 0.00 €            | 0.00 €            | 0.00 €            |
| 9         | Documentación de Cálculo de Reluctanci | 80.00 €           | 0.00 €                | 80.00 €           | 0.00 €            | 80.00 €           |
|           |  | <b>4,070.00 €</b> | <b>0.00 €</b>         | <b>4,070.00 €</b> | <b>0.00 €</b>     | <b>4,070.00 €</b> |

*Tabla 6-2 Costo por Material. Resumen.*

| <b>Id</b> | <b>Nombre del recurso</b>     | <b>Costo</b>       | <b>Costo previsto</b> | <b>Variación</b>   | <b>Costo real</b> | <b>Restante</b>    |
|-----------|-------------------------------|--------------------|-----------------------|--------------------|-------------------|--------------------|
| 3         | Álvaro Alonso Macías          | 13,248.92 €        | 0.00 €                | 13,248.92 €        | 0.00 €            | 13,248.92 €        |
| 4         | Javier Jose María Rivas Conde | 11,452.64 €        | 0.00 €                | 11,452.64 €        | 0.00 €            | 11,452.64 €        |
| 5         | Luis Lope de Toledo Sáez      | 180.00 €           | 0.00 €                | 180.00 €           | 0.00 €            | 180.00 €           |
|           |                               | <b>24,881.56 €</b> | <b>0.00 €</b>         | <b>24,881.56 €</b> | <b>0.00 €</b>     | <b>24,881.56 €</b> |

*Tabla 6-3 Costo por Recurso Humano del Proyecto.*

En la Tabla 6-1 se muestra, mediante un diagrama de Gantt, las diferentes tareas y subtareas en las que se ha desarrollado el proyecto.

### 6.3. Costes del Proyecto.

El programa de Microsoft Project es también capaz de evaluar los costes en función de las variables de entrada. Los costes de los materiales necesarios en el proyecto se pueden consultar en el apartado 6.1. En este apartado únicamente se expondrá el resumen de costes la Tabla 6-4. En el Anexo 14 se muestran en detalle otras formas desglosadas de obtener los costes del proyecto.

| RESUMEN DE COSTES |                    |
|-------------------|--------------------|
| Personal          | 24.881,56 €        |
| Costes Fijos      | 4.070 €            |
| Total             | <b>28.951,56 €</b> |

*Tabla 6-4 Resumen de costes del proyecto.*

## Capítulo 7. Conclusiones y Futuros Estudios.

---

En este capítulo se van a exponer las distintas ventajas e inconvenientes que se han detectado mientras se desarrollaba *el programa*. Se deja al lector que establezca sus propias conclusiones con respecto a la utilidad del MEC. En el último apartado de este capítulo se incluyen las propias conclusiones.

### 7.1. Ventajas del MEC.

A lo largo de la memoria se han ido exponiendo de distinta forma resultados que es capaz de obtener el MEC.

#### 7.1.1. Obtención Ondas de Inducción Instantánea.

Se ha visto que el MEC es capaz de obtener la saturación en elementos permitiendo obtener sus permeabilidades relativas. También es capaz de obtener la distribución de la inducción en cada cabeza de cada diente, e incluso de obtener las variaciones en el tiempo de estas distribuciones espaciales. Al obtener las variables instantáneas, se puede operar con estos valores, en lugar de las distintas simplificaciones que se suelen hacer en las máquinas eléctricas<sup>94</sup>.

Al permitir operar con valores instantáneos, los cálculos se pueden ajustar más, lo que permite un ahorro de costes en la fabricación de las máquinas. Esta propiedad es especialmente relevante para grandes tamaños de máquina o para grandes series de fabricación.

#### 7.1.2. Representación de Diferentes Ondas de Excitación.

Otra de las propiedades del MEC es la posibilidad de obtener las distribuciones espaciales de inducción para distintos tipos de excitaciones. Esta propiedad tiene especial relevancia cuando la máquina tiene diferentes excitaciones distribuidas en distintas capas de devanado (como es el caso que se ha estudiado). Al permitir estudiar por separado efectos que podrían resultar enmascarados al incorporar otras ondas, se pueden corregir estos fallos de diseño e incluso probar devanados mucho más

---

<sup>94</sup> Un ejemplo de estas simplificaciones es la famosa expresión  $V = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot \Phi_{\max}$ . Esta expresión asume implícitamente una distribución senoidal, cuando se sabe que no se da el caso.

complejos, permitiendo conseguir la forma de onda que más se ajuste a las necesidades de uso de la máquina.

### 7.1.3. Rapidez de Cálculo.

La rapidez con la que obtiene resultados es algo notable. El MEC es capaz de dar unos resultados coherentes en unos pocos segundos. Si se compara con el tiempo que suele tardar un Análisis por Elementos Finitos (FEA) en converger, la ventaja se acentúa. Normalmente se obtienen resultados en unas 60 veces menos de tiempo<sup>[12]</sup> en el MEC que en el FEA.

Esta rapidez en obtener los resultados proporciona unas enormes ventajas en las primeras fases de diseño, en las que a partir de un buen diseño se puede ir optimizando. También proporciona una enorme sencillez y rapidez a la hora de implementar los cambios de diseño en la máquina.

### 7.1.4. Coste Mínimo de Operación.

Otra ventaja que se ha detectado es el coste mínimo de operación que requiere. Una vez **el programa** está realizado, los costes de operación son nulos. Esta es una de las grandes ventajas que proporciona este método de estudio. Es necesario enfatizar las grandes ventajas que esto puede proporcionar a una empresa, sobre todo en el panorama actual, en que existe una grave crisis especialmente importante en el apartado de financiación.

### 7.1.5. Posibilidad de Nuevas Aplicaciones

La última de las ventajas que proporciona **el programa** es la libertad que le proporciona al usuario para definir sus propias metas y métodos. Es posible estudiar cosas tan dispares como la descomposición en armónicos de cada onda, estudiando por separado cada uno de los armónicos y permitiendo ver que armónicos se introducirían en la red, es posible estudiar el comportamiento para distintas frecuencias, materiales, etc... Todo ello de una forma muy rápida.

## 7.2. Inconvenientes del MEC.

### 7.2.1. Necesidad de un Mallado.

En primer lugar, el MEC tal y como se ha presentado en esta memoria presenta un grave problema: no es capaz de obtener toda la potencialidad que este método tiene. Para poder obtener esa potencialidad, se necesita realizar un mallado. Este mallado puede ser de dos formas:

- Un mallado de reluctancias<sup>95</sup>
- Un mallado “vectorial”. El nombre se le ha dado porque es un mallado en el que se va a realizar un producto vectorial. El mallado vectorial se ha realizado para que, aplicando las leyes de Faraday-Lenz, y Lorentz, se pueda obtener la fuerza aplicada sobre cada punto del mallado. Es el mallado realizado en el presente proyecto.

Al obtener el mallado y aplicar sobre él los resultados obtenidos en el MEC, se ha obtenido la distribución instantánea de fuerzas en la máquina. Este resultado es especialmente importante de cara a calcular el equilibrado de la máquina. También se pueden obtener resultados cambiando la excitación; para estudiar cada una de ellas por separado. Sin embargo, tiene un coste computacional más elevado, pasando a incrementar el tiempo requerido a unos pocos minutos<sup>96</sup> (en lugar de unos pocos segundos).

### 7.2.2. Ignora Pérdidas en el Hierro.

Otro de los problemas que plantea el MEC es que ignora las pérdidas por efecto de Foucault e histéresis, que son indispensables para conocer el rendimiento de la máquina. Sin embargo, se pueden obtener unos valores con los datos de pérdidas por kilogramo proporcionados por el fabricante, pero esos resultados no están incluidos en *el programa* ya que es muy difícil su implementación en un programa de MEC<sup>[13]</sup>.

### 7.2.3. Precisión en Algunas Variables.

El MEC es capaz de proporcionar la saturación en los tubos de flujo definidos. Sin embargo, con frecuencia los tubos de flujo son bastante grandes, lo que hace que sólo se pueda ver la saturación a nivel general.

Otros métodos (como el FEA) utilizan un mallado mucho más fino, con los que se puede apreciar la saturación puntual. Esta saturación frecuentemente se da en las zonas puntiagudas de las máquinas (como por ejemplo pueden ser las esquinas).

### 7.2.4. Costes Ocultos.

El inconveniente que probablemente sea el más importante es el coste en conocimiento. Para poder operar con un programa de MEC, se debe de conocer

---

<sup>95</sup> El mallado de reluctancias consiste en dividir la máquina en células cada una de las cuales posee una reluctancia. Es análogo a la resolución que se ha realizado, salvo por que es tridimensional y posee un número mucho mayor de células.

Estos programas pueden utilizar típicamente del orden de 300-1.000 elementos para una máquina de baja potencia por unas 200 utilizadas en esta memoria, una máquina de una potencia media.

Los programas con mallado por reluctancias suelen utilizar el Tensor de Stress de Maxwell para calcular las fuerzas, sin necesidad de un segundo mallado como se ha utilizado en esta memoria.

Las referencias bibliográficas [11][12][13] utilizan esta forma de cálculo.

<sup>96</sup> El tiempo puede ser mucho mayor, especialmente si se resuelve con un mallado fino.

perfectamente qué es un tubo de flujo y dónde definirlo. Además también se debe de saber interpretar los resultados que proporciona cada tubo de flujo. Una disposición incorrecta de tubos de flujo es análoga a un mallado incorrecto en un programa de FEA<sup>[13]</sup>, y con mucha frecuencia es mucho peor.

Además al no elegir óptimamente el circuito magnético, puede darse el caso en el que el número de condición del *programa* sea lo suficientemente grande como para que no se pueda solucionar correctamente la ecuación<sup>[14]</sup>.

### 7.3. Resultados.

En esta memoria, se ha realizado un estudio del método de resolución del problema por MEC, dejando de lado los resultados obtenidos en este tipo de máquinas. Sin embargo, en este apartado se va a hacer un breve comentario de los mismos.

El diseño en forma de “E” aporta un nuevo camino en el diseño de máquinas de inducción lineales. Sin embargo, los resultados han sido en cierta manera algo pobres, a pesar de estar introduciendo una grandísima intensidad. Ello se debe a que sólo la columna central aporta fuerza positiva, las columnas laterales aportan fuerzas negativas (ver Figura 5-12), lo cual es algo frustrante porque reduce el empuje útil de la máquina. También es peligroso, porque induce una poderosa fuerza de cizalla en la máquina.

Por otro lado, esas mismas columnas laterales aportan un empuje que consigue centrar a la máquina, impidiendo empujes laterales, típico de estas máquinas<sup>97[7]</sup>.

### 7.4. Comentarios.

Pese a las diferencias existentes entre los diferentes métodos de resolución del problema, no se tiene que escoger entre un método u otro. Ambos métodos son compatibles y complementarios, es más, es conveniente contrastar un método con otro para tener una herramienta más para contrastar los resultados. Normalmente la secuencia de contraste sería resolver primero con el MEC para verificar con el FEA.

### 7.5. Últimas Conclusiones.

Pese a todos los problemas que se han tenido y simplificaciones realizadas, se ha resuelto una máquina de flujo mixto con pérdidas de flujo y saturación. Además *el programa* permite la posibilidad de realizar modificaciones en las dimensiones y los mallados.

Por ello, las conclusiones son que se ha logrado sobradamente los objetivos que se pusieron al principio. La resolución de unos sistemas de ecuaciones variables en dos

---

<sup>97</sup> Notar que la Fuerza en “Y” es de unos 7N en el peor caso comparadas con 400N en “X”.



dimensiones de manera iterativa es un gran logro, así como la obtención de la distribución de fuerzas en la máquina en función del tiempo.

## **7.6. Desarrollo de Nuevas Herramientas.**

A lo largo del desarrollo del programa se han realizado diversas hipótesis devidamente justificadas. La mayoría de ellas tenían como objetivo simplificar el problema e implementar un cálculo más sencillo. De esta forma, si se consigue ignorar algunas de las hipótesis realizadas con el fin de simplificar los cálculos, la solución será mucho más realista. Las principales características que se deberían de considerar para perfeccionar el programa son las siguientes:

### **7.6.1. Corrientes Inducidas.**

Los resultados obtenidos en esta memoria no han tenido en cuenta las corrientes inducidas en el rotor, por ello se pueden considerar solo como obtenidos para rotor bloqueado. Al no tener en cuenta las corrientes inducidas, se está ignorando una de las características más importantes de la máquina de inducción<sup>98</sup>, lo que imposibilita la obtención de la curva par-velocidad de la máquina (en este caso empuje-velocidad). Al no poder obtener la curva par-velocidad de la máquina, ocurren dos cosas:

- El estudio queda un poco cojo, porque no se obtiene la curva que mejor representa el comportamiento de la máquina.
- No se puede calcular el circuito equivalente.
- Adicionalmente no se puede comparar con una resolución genérica obtenida en el FEA y por tanto obtener ventajas de ambos métodos.

De esta forma, el hecho de que la máquina sólo se pudiese estudiar a rotor bloqueado resulta algo frustrante. Realmente es una pena que por ahora la técnica de MEC no esté lo suficientemente desarrollada para realizar los mismos estudios que se pueden realizar mediante un FEA.

### **7.6.2. Movimiento de la Máquina.**

En la realización de la memoria no se ha tenido en cuenta el movimiento de la misma, tanto en las ecuaciones aplicadas, como en la forma de mallado. Al no presentar movimiento, el problema ha sido mucho más fácil de resolver.

Tener en cuenta el aspecto del movimiento viene definido en primer lugar por un cambio del campo eléctrico en la máquina. En segundo lugar viene definido por la incorporación de elementos dinámicos (referentes a fuerzas) con la incorporación de las

---

<sup>98</sup> La característica que se está ignorando es la reacción de inducido que es precisamente uno de los factores que ayudan a explicar como se producen las Fuerzas en la máquina.

ecuaciones de Newton del movimiento. Esta ecuación debería de ir asociada a las eléctricas, tal y como se establece en [13]. Por otro lado, en la variación de flujo (y por tanto de corrientes asociadas) entraría un término de movimiento que no se ha considerado en el proyecto.

### 7.6.3. Estabilidad de la Máquina.

Dado que se ha obtenido la distribución de fuerzas en cada punto de la máquina se podría haber seguido implementado un programa que permita calcular los posibles errores en el equilibrado de la máquina. Alternativamente, los datos se podrían cargar en un programa de análisis mecánico. De esta forma, al realizar un diseño integrado se podría intentar equilibrar la máquina desde un principio.

El diseño integrado de una máquina eléctrica es relevante. Pero además, en el caso de una máquina lineal, es especialmente importante. El motivo es que las máquinas lineales en general tienden a desviarse, sobre todo si están alimentadas exclusivamente por un devanado<sup>[7]</sup>.

### 7.6.4. Contrastar Resultados con Máquinas Construidas.

Todos los resultados que se han obtenido no se han contrastado con ninguna máquina construida. Además de contrastar con un programa de FEA, es bastante importante contrastar el modelo matemático con una máquina real. Esto es debido a que por muy preciso que sea el mallado construido, *el programa* de FEA no es infalible.

El no haber podido contrastar los resultados es especialmente relevante, en esta memoria pues no se ha podido validar plenamente el modelo matemático propuesto. Por ello tan sólo se han podido comparar los resultados consigo mismo.

### 7.6.5. Expandir este Método para Todo Tipo de Máquinas.

*El programa* ha intentado ser una base sobre la que se pudiera resolver cualquier tipo de máquina, sin embargo, este objetivo no se ha cumplido del todo.

En primer lugar, porque se los distintos mallados que se han realizado incluyen implícitamente las coordinas cartesianas, típicas de las máquinas lineales. Si se incorporara una opción para mallar en coordenadas cilíndricas, se podría implementar una forma para resolver máquinas rotativas.

En segundo lugar, porque el devanado realizado marca unas cuantas estructuras del *programa* de resolución, de esta forma, operar con otro mallado implicaría la necesidad de modificar ligeramente *el programa*.

En tercer lugar, porque la geometría de la máquina es bastante rígida. Aunque es posible cambiar la geometría de diseño de la máquina, no es nada fácil hacer esta implementación, entre otras cosas porque implicaría una necesidad de modificar el

circuito magnético. Esta dificultad no es aplicable si se conserva la geometría original y tan solo se implementan cambios en las dimensiones de la misma.

## 7.7. Máquinas Lineales.

En esta memoria la máquina lineal estudiada se habría construido con chapas de transformador en forma de “E”, diseño que modifica algunas de las propiedades tradicionales de los motores, que normalmente tienen un diseño en “C”. Aunque esta disposición no ha conseguido unos resultados notables, se puede seguir explorando en distintos tipos de diseño de dientes, con el fin de reducir el flujo de dispersión y conseguir la sustentación magnética. Uno de los modelos con los que se está trabajando es un motor con imanes permanentes en cada ranura, con el fin de reducir las pérdidas al mínimo [16]. De esta forma se conseguiría aumentar la normalmente baja eficiencia de estos motores relegados al ostracismo, pese al evidente potencial que tienen para desarrollar determinadas tareas.

Aunque se ha demostrado que la utopía de un tren con levitación es cierta<sup>99</sup>, lo que por ahora sí que es una fantasía es que estos motores ocupen cierta importancia en determinadas aplicaciones. Los problemas de tracción que solventan acarrear, por ahora, muchos más problemas<sup>100</sup>. El teórico mejor rendimiento no es tal, por lo que la producción en serie de estos motores no está justificada.

Sin embargo, si mediante un motor lineal se consigue reducir el peso de una cabeza tractora se abrirían sin duda nuevas posibilidades. Entre las múltiples posibilidades que se podrían abrir, sería liberar la rueda de la función de sustentación del tren. De esta forma, las ruedas podrían ser más ligeras y estar diseñadas para una mayor velocidad, incrementando en un centenar de kilómetros por hora la velocidad máxima del tren<sup>[10]</sup>.

El otro campo en el que la tracción ferroviaria a base de motores lineales está siendo desarrollada es en el uso de máquinas síncronas. Mediante este tipo de máquinas, se consigue en teoría un mejor rendimiento, pero por ahora tienen una serie de problemas relacionados con la alimentación. La aplicación que más está destacando es la del motor lineal síncrono de imanes permanentes. Sin embargo, este tipo de máquinas se utilizarían exclusivamente para tracción ferroviaria, descartando otros posibles usos en los que se podría utilizar las máquinas asíncronas, como pueden ser ascensores, accionamientos lineales, etc...

---

<sup>99</sup> Por ejemplo, el HSST japonés lleva más de 20 años operando con un motor de inducción lineal con levitación.

<sup>100</sup> Entre ellos problemas de equilibrio, de construcción, de servicio, de ensayo y de lo que es más importante: de rendimiento eléctrico.



# Bibliografía.

---

## ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

[1] David K. Cheng. “Fundamentos de electromagnetismo para ingeniería”. Primera Edición, 1998. Pearson Education, Inc.

[2] Jesús Fraile Mora. “Electromagnetismo y Circuitos eléctricos”. Cuarta Edición, 2005. Editorial McGraw Hill.

[3] David J. Griffiths. “Introduction to Electrodynamics”. Third Edition, 2008. Pearson Education Inc.

## MATEMÁTICAS

[4] Apuntes de “Métodos Numéricos” de la carrera de Ingeniería Industrial. UC3M. 2008.

[5] Apuntes de la asignatura “Álgebra II” (Plan 2000). Javier García de Jalón Madrid. UPM. Abril de 2003.

## TEORÍA DE CIRCUITOS

[6] A. Bruce Carlson. “Teoría de Circuitos”. Primera Edición. International Thomson Editores Spain, 2002.

## MÁQUINAS ELÉCTRICAS

[7] Jesús Fraile Mora. “Máquinas Eléctricas”. Quinta Edición, 2003. Editorial McGraw Hill.

[8] Juan Corrales Martín. “Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas”. Tomos 1 y 2. Primera Edición, 1976. Publicaciones Reunidas.

[9] Eric R. Laithwaite. “Máquinas de inducción especiales”. Primera Edición, 1976. Editorial Labor.

[10] Javier José María Rivas Conde. “Estudio de la Interacción Magneto-Eléctrica en el entrehierro de los motores lineales de inducción de flujo transversal. Aplicación al diseño de un prototipo para tracción ferroviaria de tren monoviga”. Tesis doctoral, UPM 2003.

## ARTÍCULOS CIENTÍFICOS

[11] Force Calculation in 3-D Magnetic Equivalent Circuit Networks with a Maxwell Stress Tensor. Marco Amrhein, Philip T. Krein

[12] Induction Machine Modeling Approach Based on 3-D Magnetic Equivalent Circuit Framework. Marco Amrhein, Philip T. Krein

[13] 3-D Magnetic Equivalent Circuit Framework for Modeling Electromechanical Devices. Marco Amrhein, Philip T. Krein

[14] Incorporating Motion in Mesh-Based Magnetic Equivalent Circuits. Michelle L. Bash, Joshua M. Williams and Steven D. Pekarek.

[15] A Comparison of Nodal –and Mesh-Based Magnetic Equivalent Circuit Models. Hamza W.Derbas, Joshua M Williams, Andreas C.Koering and Steven D. Pekarek.

[16] Design of an Integrated Propulsion, Guidance and Levitation System by Magnetically Excited Transverse Flux Linear Motor (TFM-LM). Do Hyun Kang and Herbert Web.

## HOJAS DE CATÁLOGO

[17] Hoja de chapas de catálogo de la empresa r.bourgeois. [www.rbourgeois.com](http://www.rbourgeois.com). FR25002. Besançon, Doubs, Franco Condado, Francia.

## DIBUJOS

[18] Todos los dibujos en los que se incluya este número han sido realizados ex profeso para este proyecto por el arquitecto junior Luis Lope de Toledo Sáez.



## Capítulo 8. ANEXOS.

---

### Anexo 1: Nombre de variables.

#### Constantes universales

$\epsilon_0 \equiv$  Permitividad del vacío. Tiene el valor de  $8.842 \cdot 10^{-12}$  [F/m].

$\mu_0 \equiv$  Permeabilidad del vacío. Tiene el valor de  $4\pi \cdot 10^{-7}$  [H/m].

### Capítulo 2.

$\rho_v \equiv$  Densidad volumétrica de carga eléctrica. [C/m<sup>3</sup>].

$\bar{D} \equiv$  Desplazamiento eléctrico. [C/m<sup>2</sup>].

$S \equiv$  Superficie. [m<sup>2</sup>].

$Q \equiv$  Carga eléctrica total. [C].

$\bar{B} \equiv$  Inducción magnética. [T].

$\bar{H} \equiv$  Intensidad del campo magnético o excitación magnética. [A/m].

$\bar{J} \equiv$  Densidad de Corriente. [A/m<sup>2</sup>].

$\Omega \equiv$  Superficie Arbitraria utilizada para aplicar la ley de Ampere-Maxwell.

$\gamma \equiv$  Línea cerrada que cierra la superficie  $\Omega$ .

$\ell \equiv$  Longitud. [m].

$I \equiv$  Intensidad. [A].

$I_d \equiv$  Intensidad de Desplazamiento. [A].

$J_d \equiv$  Densidad de corriente de desplazamiento. [A/m<sup>2</sup>].

$\epsilon \equiv$  Permitividad eléctrica. [F/m].

$\sigma \equiv$  Conductividad. [S/m].

$N \equiv$  Número de espiras. [].

$f.m.m. \equiv$  Fuerza magnetomotriz. [Av].

$t \equiv$  Tiempo. [s].

$\omega \equiv$  Pulsación. [ $s^{-1}$ ].

$f \equiv$  Frecuencia. [ $s^{-1}$ ].

$f.e.m. \equiv$  Fuerza electromotriz. [V].

$\Phi \equiv$  Flujo magnético. [Wb].

$\overline{E} \equiv$  Intensidad de campo eléctrico. [N/C ó V/m].

$\mu \equiv$  Permeabilidad magnética. [H/m].

$\mu_r \equiv$  Permeabilidad magnética relativa. [].

$\Re \equiv$  Reluctancia. [ $H^{-1}$ ].

$A \equiv$  Área. [ $m^2$ ].

$u_1 \equiv$  F.m.m. del Punto inicial. [Av].

$u_2 \equiv$  F.m.m. del Punto final. [Av].

$\Re_{ra} \equiv$  Reluctancia de ranura abierta. [ $H^{-1}$ ].

$a \equiv$  Anchura de la ranura abierta. [m].

$L_m \equiv$  Longitud efectiva de ranura. [m].

$a \equiv$  Altura de la ranura abierta. [m].

$\Re_{cp} \equiv$  Reluctancia de concatenación progresiva. [ $H^{-1}$ ].

$C_R \equiv$  Cociente entre las reluctancias principales y de dispersión. [].

$\Re_{principal} \equiv$  Reluctancia que posee el camino del flujo principal. [ $H^{-1}$ ].

$\Re_{dispersion} \equiv$  Reluctancia que posee el camino del flujo de dispersión. [ $H^{-1}$ ].

$p \equiv$  Pares de polos. [].

$n \equiv$  Velocidad de giro de una máquina rotativa. [rpm].

$\Omega_m \equiv$  Velocidad angular mecánica. [Hz].

$R \equiv$  Radio de giro. [m].

$\tau_p \equiv$  Paso polar. [m].



$v_s \equiv$  Velocidad de sincronismo. [m/s].

$[A] \equiv$  Matriz de los coeficientes.

$\bar{x} \equiv$  Vector columna de las incógnitas.

$\bar{b} \equiv$  Vector columna del término independiente.

$\bar{x}_0 \equiv$  Vector solución exacta del sistema de ecuaciones  $[A] \cdot \bar{x} = \bar{b}$ .

$[\tilde{A}] \equiv$  Matriz aproximada de los coeficientes. Es normalmente resultado de una medición exacta y un error de precisión generalmente bastante bajo.

$\tilde{b} \equiv$  Vector aproximado columna del término independiente. Se corresponde, igualmente al resultado de una medición exacta y un error de precisión.

$\tilde{x}_0 \equiv$  Vector solución aproximada. Este vector es solución exacta del sistema de ecuaciones  $[\tilde{A}] \cdot \bar{x} = \tilde{b}$ .

$c(A) \equiv$  Número de condición de la matriz  $[A]$ .

### **Capítulo 3.**

$U \equiv$  Fase U.

$V \equiv$  Fase V.

$W \equiv$  Fase W.

$N_{chapas} \equiv$  Número de chapas que forman un diente. [].

$D_x \equiv$  Longitud del diente según la coordenada X. [mm].

$Espesor_{Chapa} \equiv$  Espesor de una chapa. [mm].

$\tau_{teórico} \equiv$  Paso polar teórico. [].

$N_{fases} \equiv$  Número de fases. [].

$N_{conductores} \equiv$  Número de conductores. [].

Acortamiento  $\equiv$  Tanto por ciento de reducción en el paso de un conductor. [].

$Avance_{real} \equiv$  Avance real del devanado. [].

$Avance_{teórico} \equiv$  Avance teórico del devanado. [].

$Long_{real} \equiv$  Longitud real de la máquina [mm].

$m_1 \equiv$  Primera constante de la ecuación de Fröelich. Hace referencia al límite de saturación del material.

$m_2 \equiv$  Segunda constante de la ecuación de Fröelich. Hace referencia a la forma del codo de saturación.

$m_3 \equiv$  Tercera constante de la ecuación de Fröelich. Se relaciona con el resto de constantes para obtener lo que calculan. Está implicada en la permeabilidad relativa.

$B_0 \equiv$  Inducción a partir de la cual se deja de cumplir la ecuación de Fröelich y el material ferromagnético se empieza a comportar como aire. [T].

$H_0 \equiv$  Valor de la excitación que está asociada a la inducción  $B_0$ . [A/m].

$Ex_{Longitudinal}(i) \equiv$  Excitación Magnética en el diente “i”. Sentido de las líneas de campo magnético: Longitudinal. [Av].

$N \cdot I_j \equiv$  Producto del número de vueltas de la bobina por la intensidad de la ranura “j”. Resultado de sumar la influencia de la capa superior con la de la capa inferior. [Av].

$Ex_{Transversal}(i) \equiv$  Excitación Magnética en el diente “i”. Sentido de las líneas de campo magnético: Transversal. [Av].

$N \cdot I(i)_U \equiv$  Producto del número de vueltas de la bobina por la intensidad de la ranura “i”. Exclusivamente para la fase U. Resultado de sumar la influencia de la capa superior con la de la capa inferior. [Av].

$N \cdot I(i)_V \equiv$  Producto del número de vueltas de la bobina por la intensidad de la ranura “i”. Exclusivamente para la fase V. Resultado de sumar la influencia de la capa superior con la de la capa inferior. [Av].

$N \cdot I(i)_W \equiv$  Producto del número de vueltas de la bobina por la intensidad de la ranura “i”. Exclusivamente para la fase W. Resultado de sumar la influencia de la capa superior con la de la capa inferior. [Av].

## **Capítulo 4.**

$S_a \equiv$  Superficie de la cabeza de diente. [mm<sup>2</sup>].

$S_b \equiv$  Superficie devanada por el conductor de la capa superior. [mm<sup>2</sup>].

$S_c \equiv$  Superficie de la de separación entre los devanados superior e inferior. [mm<sup>2</sup>].

$S_d \equiv$  Superficie devanada por el conductor de la capa inferior. [mm<sup>2</sup>].

$S_e \equiv$  Superficie sin devanar que comprende a la parte inferior de la “E”. [mm<sup>2</sup>].

$S_{culata} \equiv$  Superficie de la culata. [mm<sup>2</sup>].

$\mu_{r(Caso\ Lineal)} \equiv$  Permeabilidad relativa del material ferromagnético relativo al flujo longitudinal. Esta permeabilidad se considera constante. [].

$\mu_{rt(Caso\ Lineal)} \equiv$  Permeabilidad relativa del material ferromagnético relativo al flujo transversal. Esta permeabilidad se considera constante. [].

$S_{culata(X)} \equiv$  Superficie de la culata según la dirección X. [mm<sup>2</sup>].

$S_{carril(X)} \equiv$  Superficie de la culata según la dirección X. [mm<sup>2</sup>].

$S_{culata(Y)} \equiv$  Superficie de la culata según la dirección Y. [mm<sup>2</sup>].

$S_{carril(Y)} \equiv$  Superficie de la culata según la dirección Y. [mm<sup>2</sup>].

$S_{diente} \equiv$  Superficie del diente. [mm<sup>2</sup>].

$\mu_r[8,i] \equiv$  Entrada (8,i) de la matriz de reluctancias longitudinales. Se corresponde con el elemento 8 del diente “i”. [].

$D_{h(X)} \equiv$  Longitud del Hueco según la coordenada X. [mm].

$D_{h(Y)} \equiv$  Longitud del Hueco según la coordenada Y. [mm].

$\mathfrak{R}_8(i) \equiv$  Reluctancia 8 del diente “i”. Existen valores descritos para cada reluctancia de la Figura 4-6. Lo mejor es consultar el resumen al final de este apartado, dedicado a las reluctancias longitudinales. [H<sup>-1</sup>].

$\mathfrak{R}_a \equiv$  Reluctancia “a”. Existen valores descritos para cada reluctancia de la Figura 4-6. [H<sup>-1</sup>].

$K_1 \equiv$  Constante geométrica de la máquina. Resultado del cociente:  $\frac{D_{h(X)}}{D_y}$ . [].

$\mathfrak{R}_{propia} \equiv$  Reluctancia relativa de una malla consigo misma. [H<sup>-1</sup>].

$\mathfrak{R}_{mutua} \equiv$  Reluctancia relativa de una malla con las mallas adyacentes. [H<sup>-1</sup>].

$\mu_{rt}(1,i) \equiv$  Entrada (1,i) de la matriz de reluctancias relativas transversales. Se corresponde con la reluctancia 1 del diente “i”. [].

$\mathfrak{R}_{lt}(i) \equiv$  Reluctancia transversal 1 del diente “i”. Existen valores descritos para cada reluctancia de la Figura 4-10. Lo mejor es consultar el resumen al final de este apartado, dedicado a las reluctancias transversales. [ $H^{-1}$ ].

$\mathfrak{R}_{et} \equiv$  Reluctancia “e”. Existen valores descritos para cada reluctancia de la Figura 4-10. [ $H^{-1}$ ].

$l_{1-8} \equiv$  Para esas longitudes lo mejor es mirar en la Figura 4-2. Explicación y valores en Anexo 2. [mm].

$S_{a-e} \equiv$  Para estas superficies lo mejor es mirar la Figura 4-2. Explicación y valores en Anexo 2. [ $mm^2$ ].

$[\mathfrak{R}] \equiv$  Matriz de reluctancias de la máquina. [ $H^{-1}$ ].

$\bar{\phi} \equiv$  Vector de flujos. Solución del sistema de ecuaciones. [Wb].

$\overline{NI} \equiv$  Vector de fuerzas magnetomotrices. [Av].

$[\mathfrak{R}_{sup}] \equiv$  Matriz de reluctancias correspondiente al flujo longitudinal superior de la máquina. [ $H^{-1}$ ].

$[\mathfrak{R}_{inf}] \equiv$  Matriz de reluctancias correspondiente al flujo longitudinal inferior de la máquina. [ $H^{-1}$ ].

$\overline{\phi_{sup}} \equiv$  Vector de flujos solución del flujo longitudinal superior. [Wb].

$\overline{\phi_{inf}} \equiv$  Vector de flujos solución del flujo longitudinal inferior. [Wb].

$[\Phi_{total}] \equiv$  Matriz de flujos de malla longitudinales totales. Ver Figura 4-12. [Wb].

$[\Phi_{inf}] \equiv$  Matriz de flujos de malla debidos exclusivamente a la excitación longitudinal inferior. [Wb].

$[\Phi_{sup}] \equiv$  Matriz de flujos de malla debidos exclusivamente a la excitación longitudinal superior. [Wb].

$[\mathfrak{R}_t(i)_{sup}] \equiv$  Matriz de reluctancias correspondiente al flujo transversal superior del diente “i”. Recordar que el flujo de los dientes transversales es independiente entre diente y diente. [ $H^{-1}$ ].

$[\mathfrak{R}_t(i)_{inf}] \equiv$  Matriz de reluctancias correspondiente al flujo transversal inferior del diente “i”. Recordar que el flujo de los dientes transversales es independiente entre diente y diente. [ $H^{-1}$ ].

$\overline{\phi_{trans,sup}}(i) \equiv$  Vector de flujos, solución correspondiente al flujo transversal superior del diente “i”. Recordar que el flujo de los dientes transversales es independiente entre diente y diente. [Wb].

$\overline{\phi_{trans,inf}}(i) \equiv$  Vector de flujos, solución correspondiente al flujo transversal inferior del diente “i”. Recordar que el flujo de los dientes transversales es independiente entre diente y diente. [Wb].

$\overline{NI_{trans,sup}}(i) \equiv$  Vector de *f.m.m*, término independiente correspondiente al flujo transversal superior del diente “i”. [Av].

$\overline{NI_{trans,inf}}(i) \equiv$  Vector de *f.m.m*, término independiente correspondiente al flujo transversal inferior del diente “i”. [Av].

$[\Phi_{trans,sup}] \equiv$  Matriz de flujos de malla debidos exclusivamente a la excitación transversal inferior. [Wb].

$[\Phi_{trans,inf}] \equiv$  Matriz de flujos de malla debidos exclusivamente a la excitación transversal superior. [Wb].

$[\Phi_{trans,total}] \equiv$  Matriz de flujos de malla debidos a la excitación transversal total. [Wb].

$[\Theta] \equiv$  Matriz representación de flujos longitudinales en los elementos. [Wb].

$[\Theta]_{trans} \equiv$  Matriz representación de flujos transversales en los elementos. La matriz se corresponde con el flujo de los elementos de todos los dientes que poseen flujo transversal. Los flujos de un diente son independientes del resto de dientes. [Wb].

$[\Theta]_{tot} \equiv$  Matriz representación de flujos totales en los elementos. La representación es longitudinal, pues los flujos que almacena esta matriz son exclusivamente en los dientes centrales. [Wb].

$\Theta_{ij} \equiv$  Elemento de la matriz  $[\Theta]$  que representa el flujo en la reluctancia “i” del diente “j”. [Wb].

$B_{tot}(i, j) \equiv$  Inducción total del elemento *i,j* de la matriz de inducciones. Representa la inducción en la reluctancia “i” del diente “j”. [T].

$S_{ij} \equiv$  Superficie asociada al paso de flujo por el elemento (*i,j*). Representa el área de la reluctancia “i” del diente “j”. Es necesaria para calcular la inducción de elemento. [mm<sup>2</sup>].

$[\Delta_{ejemplo}] \equiv$  Matriz representación de ejemplo. [H<sup>-1</sup>].

$\delta_i \equiv$  Entrada “i” de la matriz  $[\Delta_{ejemplo}]$ . Se corresponde con un valor de reluctancia del elemento correspondiente. [H<sup>-1</sup>].

$[M] \equiv$  Matriz de permeabilidades relativas longitudinales. [].

$[M_{trans}] \equiv$  Matriz de permeabilidades relativas transversales. [].

$[M_{incial}] \equiv$  Matriz de permeabilidades relativas que se introduce como dato para la obtención de los flujos. [].

$[M_{Calculada}] \equiv$  Matriz de permeabilidades relativas que sería la que se obtendría de los flujos que pasan por la máquina. [].

$[M_{Siguiente iteración}] \equiv$  Matriz de permeabilidades relativas que será la próxima que se introducirá como dato. Se que se obtiene aplicando el algoritmo 4.22 entre las matrices  $[M_{incial}]$  y  $[M_{Calculada}]$ . [].

$\zeta \equiv$  Constante de amortiguamiento. Su valor absoluto debe de ser menor que uno. [].

$B_x \equiv$  Inducción Longitudinal. [T].

$B_y \equiv$  Inducción Transversal. [T].

### Reluctancias longitudinales

$\mathfrak{R}_8 \equiv$  Reluctancia de la culata. [ $H^{-1}$ ].

$\mathfrak{R}_7 \equiv$  Reluctancia del hierro entre la culata y el conductor de abajo. [ $H^{-1}$ ].

$\mathfrak{R}_6 \equiv$  Reluctancia del hierro que comprende al conductor de abajo. [ $H^{-1}$ ].

$\mathfrak{R}_5 \equiv$  Reluctancia del hierro que comprende la distancia entre ambos conductores. [ $H^{-1}$ ].

$\mathfrak{R}_4 \equiv$  Reluctancia del hierro que comprende al conductor de arriba. [ $H^{-1}$ ].

$\mathfrak{R}_3 \equiv$  Reluctancia del hierro que comprende la distancia desde el conductor de arriba a la cabeza del diente. [ $H^{-1}$ ].

$\mathfrak{R}_{ent} \equiv$  Reluctancia del entrehierro. [ $H^{-1}$ ].

$\mathfrak{R}_2 \equiv$  Reluctancia del hierro que comprende la distancia desde la parte baja del rail hasta la parte central del mismo. [ $H^{-1}$ ].

$\mathfrak{R}_1 \equiv$  Reluctancia del rail como camino de vuelta del flujo. [ $H^{-1}$ ].

$\mathfrak{R}_e \equiv$  Reluctancia de dispersión entre la culata y el conductor de abajo. [ $H^{-1}$ ].

$\mathfrak{R}_d \equiv$  Reluctancia de dispersión del conductor de abajo.  $[H^{-1}]$ .

$\mathfrak{R}_c \equiv$  Reluctancia de dispersión entre ambos conductores.  $[H^{-1}]$ .

$\mathfrak{R}_b \equiv$  Reluctancia de dispersión del conductor de arriba.  $[H^{-1}]$ .

$\mathfrak{R}_a \equiv$  Reluctancia de dispersión del conductor de arriba y la cabeza del diente.  $[H^{-1}]$ .

### Reluctancias transversales

$\mathfrak{R}_{14t} \equiv$  Reluctancia de la culata en la dirección Y.  $[H^{-1}]$ .

$\mathfrak{R}_{13t} \equiv$  Reluctancia del hierro entre la culata y el conductor de abajo en el lateral.  $[H^{-1}]$ .

$\mathfrak{R}_{11t} \equiv$  Reluctancia del hierro que comprende al conductor de abajo en el lateral.  $[H^{-1}]$ .

$\mathfrak{R}_{9t} \equiv$  Reluctancia del hierro que comprende la distancia entre ambos conductores.  $[H^{-1}]$ .

$\mathfrak{R}_{7t} \equiv$  Reluctancia del hierro que comprende al conductor de arriba en el lateral.  $[H^{-1}]$ .

$\mathfrak{R}_{5t} \equiv$  Reluctancia del hierro que comprende la distancia desde el conductor de arriba a la cabeza del diente en el lateral.  $[H^{-1}]$ .

$\mathfrak{R}_{ent} \equiv$  Reluctancia del entrehierro.  $[H^{-1}]$ .

$\mathfrak{R}_{3t} \equiv$  Reluctancia del hierro que comprende la distancia desde la parte baja del rail hasta la parte central del mismo en el lateral.  $[H^{-1}]$ .

$\mathfrak{R}_{1t} \equiv$  Reluctancia del rail como camino de vuelta del flujo en el lateral.  $[H^{-1}]$ .

$\mathfrak{R}_{et} \equiv$  Reluctancia de dispersión entre la culata y el conductor de abajo en el lateral.  $[H^{-1}]$ .

$\mathfrak{R}_{dt} \equiv$  Reluctancia de dispersión del conductor de abajo en el lateral.  $[H^{-1}]$ .

$\mathfrak{R}_{ct} \equiv$  Reluctancia de dispersión entre ambos conductores en el lateral.  $[H^{-1}]$ .

$\mathfrak{R}_{bt} \equiv$  Reluctancia de dispersión del conductor de arriba en el lateral.  $[H^{-1}]$ .

$\mathfrak{R}_{at} \equiv$  Reluctancia de dispersión del conductor de arriba y la cabeza del diente en el lateral.  $[H^{-1}]$ .

## Capítulo 5.

$L_x \equiv$  Longitud del mallado según la dirección X. [mm].

$L_y \equiv$  Longitud del mallado según la dirección Y. [mm].

$\Phi_i \equiv$  Flujo del diente “i”. [Wb].

$B_i \equiv$  Inducción del diente “i”. [T].

$S_{dd} \equiv$  Superficie del diferencial de diente o **punto fuente**. [mm].

$\Delta t \equiv$  Incremento de tiempo finito. [mm].

$\Phi(t) \equiv$  Flujo en el tiempo “t”. [mm].

$r \equiv$  Distancia en el plano XY desde la proyección del **punto fuente** en el plano correspondiente a la mitad de la altura de la chapa de aluminio hasta el **punto campo**. [mm].

$\overline{u_\theta} \equiv$  Vector unitario en el sentido de la coordenada  $\theta$ .

$\overline{E}_p \equiv$  Campo eléctrico en el **punto campo** genérico “p”.

$d.d._c \equiv$  Número de puntos fuente relativos a dientes centrales. [].

$d.d._{lat} \equiv$  Número de puntos fuente relativos a dientes laterales. [].

$\overline{E}_i \equiv$  Campo que eléctrico que crean los dientes centrales. [V/m].

$\overline{E}_j \equiv$  Campo que eléctrico que crean los dientes laterales (de un lateral). [V/m].

$\overline{E}_k \equiv$  Campo que eléctrico que crean los dientes (del otro lateral). [V/m].

$E_x \equiv$  Campo eléctrico según la dirección X. [V/m].

$E_y \equiv$  Campo eléctrico según la dirección Y. [V/m]

$h \equiv$  Altura de la chapa de aluminio. [mm].

$J_x \equiv$  Densidad de corriente según la dirección X. [A/mm<sup>2</sup>].

$J_y \equiv$  Densidad de corriente según la dirección Y. [A/mm<sup>2</sup>].

$I_x \equiv$  Intensidad según la dirección X. [A].



$I_y \equiv$  Intensidad según la dirección Y. [A].

$I_x(0, y) \equiv$  Intensidad X en el borde exterior derecho del final de la placa para cualquier punto según varíe Y. [A].

$I_x(End_x, y) \equiv$  Intensidad X en el borde exterior izquierdo del final de la placa para cualquier punto según varíe Y. [A].

$I_y(x, 0) \equiv$  Intensidad Y en el borde exterior sur del final de la placa para cualquier punto según varíe Y. [A].

$I_y(x, End_y) \equiv$  Intensidad Y en el borde exterior norte del final de la placa para cualquier punto según varíe Y. [A].

$r_x(i) \equiv$  Distancia según X entre un punto cualquiera y el centro del diente (i). [mm].

$D_x \equiv$  Dimensión del diente según X. [mm].

$r_y(i) \equiv$  Distancia según Y entre un punto cualquiera y el centro del diente (i). [mm].

$D_y \equiv$  Dimensión del diente según Y. [mm].

$Fx_i \equiv$  Fuerza según X del *punto campo* “i”. [N].

$Fy_i \equiv$  Fuerza según Y del *punto campo* “i”. [N].

$df \equiv$  Número de *puntos campo* totales. [].

$F_x(i) \equiv$  Fuerza total en la dirección X que se aplica sobre toda la máquina. [N].

$F_y(i) \equiv$  Fuerza total en la dirección Y que se aplica sobre toda la máquina. [N].

$Z(x, y) \equiv$  Función genérica de las coordenadas X e Y.

### **Figura 5-3**

$C \equiv$  Centro del Área correspondiente a la proyección del punto funte sobre la placa de aluminio.

$Erojo_x \equiv$  Campo eléctrico que crea el área rojo en la dirección X. [V/m].

$Erojo_y \equiv$  Campo eléctrico que crea el área rojo en la dirección Y. [V/m].

$Emagenta_x \equiv$  Campo eléctrico que crea el área magneta en la dirección X. [V/m].

$Emagenta_y \equiv$  Campo eléctrico que crea el área magneta en la dirección Y. [V/m].

$Everde_x \equiv$  Campo eléctrico que crea el área verde en la dirección X. [V/m].

$Everde_y \equiv$  Campo eléctrico que crea el área verde en la dirección Y. [V/m].

$Eazul_x \equiv$  Campo eléctrico que crea el área azul en la dirección X. [V/m].

$Eazul_y \equiv$  Campo eléctrico que crea el área azul en la dirección Y. [V/m].

$A_1 \equiv$  Área asociada a la subdivisión 1. Sin rallar. Se corresponde con el área magenta. [mm<sup>2</sup>].

$A_2 \equiv$  Área asociada a la subdivisión 2. Rallada de inferior izquierda a superior derecha. Se corresponde con el área azul. [mm<sup>2</sup>].

$A_3 \equiv$  Área asociada a la subdivisión 3. Rallada de superior izquierda a inferior derecha. Se corresponde con el área roja. [mm<sup>2</sup>].

$A_4 \equiv$  Área asociada al Punto 3. Rallada verticalmente. Se corresponde con el área verde. [mm<sup>2</sup>].

$r_1 \equiv$  Distancia total desde el Punto 1 hasta el **punto campo**. [mm].

$r_2 \equiv$  Distancia total desde el Punto 2 hasta el **punto campo**. [mm].

$r_3 \equiv$  Distancia total desde el Punto 3 hasta el **punto campo**. [mm].

$r_4 \equiv$  Distancia total desde el Punto 4 hasta el **punto campo**. [mm].

$\alpha_1 \equiv$  Ángulo marcado en magenta. Por ejemplo, su seno se corresponde con el cociente  $\frac{x_{d3}}{r_1}$ . [].

$\alpha_2 \equiv$  Ángulo marcado en azul. Por ejemplo, su seno se corresponde con el cociente  $\frac{x_{d2}}{r_2}$ . [].

$\alpha_3 \equiv$  Ángulo marcado en rojo. Por ejemplo, su seno se corresponde con el cociente  $\frac{x_{d3}}{r_3}$ . [].

$\alpha_4 \equiv$  Ángulo marcado en verde. Por ejemplo, su seno se corresponde con el cociente  $\frac{x_{d2}}{r_4}$ . [].

$x_{d2} \equiv$  Distancia Horizontal desde  $P_2$  o  $P_4$  hasta el **punto campo**. [mm].

$x_{d3} \equiv$  Distancia Horizontal desde  $P_1$  o  $P_3$  hasta el **punto campo**. [mm].

$y_{d2} \equiv$  Distancia Vertical desde  $P_1$  o  $P_4$  hasta el **punto campo**. [mm].

$y_{d3} \equiv$  Distancia Vertical desde  $P_3$  o  $P_4$  hasta el **punto campo**. [mm].

## **Capítulo 6.**

$C_{imputable} \equiv$  Coste del material imputable al proyecto desarrollado. [€].

$T \equiv$  Número de años de antigüedad del material.

$G \equiv$  Número de años en los que se considera que el objeto está amortizado.

$D \equiv$  Tanto por uno de dedicación que se le da al material con respecto al máximo.

## **Anexo 3.**

$\theta \equiv$  Ángulo con respecto al eje de la bobina que pasa por el máximo en el instante  $t=0$ .

$f.m.m._a(t, \theta) \equiv$  f.m.m. de la fase A dependiente del tiempo y del ángulo de posición. [Av].

$s \equiv$  Deslizamiento. [].

$n \equiv$  Velocidad de sincronismo de la red. [rpm].

$n_1 \equiv$  Velocidad de la máquina. [rpm].

## **Anexo 4.**

$L_{ran} \equiv$  Longitud del devanado de una ranura. Ver Figura 8-3. [m].

$L_{espira} \equiv$  Longitud del devanado de una ranura. Ver Figura 8-3. [m].

$L_{bobina} \equiv$  Longitud de una bobina. [m].

$L_{tot} \equiv$  Longitud total del devanado. [m].

$L_{via} \equiv$  Longitud de la vía. [m].

$\sigma_{Cu} \equiv$  Conductividad del cobre. [S/m].

$R_{via} \equiv$  Resistencia de la vía. [ $\Omega$ ].

$R_{fase} \equiv$  Resistencia de la fase. [ $\Omega$ ].

$L_{fase} \equiv$  Longitud de la fase. [m].

## **Anexo 9.**

$\delta \equiv$  Longitud del entrehierro. [mm].

$C_c \equiv$  Carga de Corriente en el primario. [A/m]

$k_{(C_c-B)} \equiv$  Constante que depende del diseño de la máquina. [].

$F_A \equiv$  Fuerza de atracción. [ $N/m^2$ ].

$F_R \equiv$  Fuerza de repulsión. [ $N/m^2$ ].

## **Anexo 13.**

$q \equiv$  Carga eléctrica. [C].

$Vol \equiv$  Volumen. [ $m^3$ ].

$\overline{F} \equiv$  Fuerza. [N].

$\varepsilon_r \equiv$  Permitividad eléctrica relativa. [].

$\chi_e \equiv$  Susceptibilidad eléctrica. [].

$V \equiv$  Potencial eléctrico. [V].

$W \equiv$  Trabajo. [J].

$\overline{P} \equiv$  Vector de polarización. [ $C/m^2$ ].

$\overline{p_k} \equiv$  Vector de polarización de una molécula. [ $C/m^2$ ].

$N_i \equiv$  Número de portadores. [].

$\chi_m \equiv$  Susceptibilidad magnética. [].

$\bar{A} \equiv$  Potencial magnético vector. [Wb/m].

$\bar{M} \equiv$  Vector de Magnetización. [A/m].

$q_i \equiv$  Carga nominal de cada portador. [C].

$u_i \equiv$  Velocidad de desplazamiento. [m/s].

$\rho_e \equiv$  Densidad de carga. [C/m<sup>3</sup>].

$m_e \equiv$  Movilidad del electrón. [m<sup>2</sup>/V·s].



## Anexo 2: Tabla con las variables de entrada significado y valor numérico

Se ha comentado en multitud de ocasiones que *el programa* es capaz de resolver el problema en función de múltiples variables de entrada. En este Anexo se han expuesto los valores numéricos que se asignan a cada variable para la obtención de las gráficas presentadas en este proyecto.

Se marcan en rojo las entradas. El resto de valores son solo explicativos. Pueden servir para explicar algunos de los resultados que obtiene *el programa*.

| Variable            | Significado Físico   | Valor Numérico       |
|---------------------|--|----------------------|
| $l_{ent}$           | <b>Longitud del entrehierro</b>  | 2mm                  |
| $S_{culata}$        | Superficie de la culata  | 4350mm <sup>2</sup>  |
| $S_{diente}$        | Superficie del diente  | 667mm <sup>2</sup>   |
| $S_{dientePequeño}$ | Superficie del diente lateral  | 333.5mm <sup>2</sup> |
| $S_{carril}$        | Superficie del carril  | 2610mm <sup>2</sup>  |
| $D_h$               | <b>Distancia del hueco entre diente y diente</b>                               | 8.5mm                |
| $D_y$               | <b>Longitud del diente según la coordenada Y</b>                               | 29mm                 |
| K                   | Constante que relaciona el hueco entre diente y diente con su longitud según Y | 0.293                |
| $S_a$               | Superficie de fugas entre la cabeza del diente y el primer devanado            | 2291 mm <sup>2</sup> |
| $S_b$               | Superficie de fugas del conductor de la parte de arriba                        | 2146 mm <sup>2</sup> |
| $S_c$               | Superficie de fugas entre ambos conductores                                    | 116 mm <sup>2</sup>  |
| $S_d$               | Superficie de fugas del conductor de la parte de abajo                         | 2146 mm <sup>2</sup> |
| $S_e$               | Superficie de fugas entre el conductor de abajo y el rail                      | 696 mm <sup>2</sup>  |
| $l_a$               | <b>Distancia entre la cabeza del diente y el primer devanado</b>               | 12mm                 |
| $l_b$               | <b>Distancia del conductor de la parte de arriba</b>                           | 37mm                 |
| $l_c$               | <b>Distancia entre ambos conductores</b>                                       | 2mm                  |
| $l_d$               | <b>Distancia del conductor de la parte de abajo</b>                            | 37mm                 |
| $l_e$               | <b>Distancia entre el conductor de abajo y el rail</b>                         | 29mm                 |
| $l_1$               | <b>Alto Cuerpo E</b>   | 29mm                 |
| $l_2$               | <b>Culata</b>  | 25mm                 |
| $l_3$               | <b>Alto Devanado</b>   | 37mm                 |
| $l_4$               | <b>Separación entre conductores</b>  | 2mm                  |
| $l_6$               | <b>Cabeza de Diente</b>  | 12mm                 |
| $l_7$               | <b>Alto Carril</b>   | 15mm                 |

Tabla 8-1 Significado y valores de las variables para el Flujo Longitudinal

| <i>Variable</i> | <i>Significado Físico</i>   | <i>Valor Numérico</i>  |
|-----------------|---|------------------------|
| $S_{culata(Y)}$ | Superficie de la culata perpendicular al flujo transversal                              | 287.5mm <sup>2</sup>   |
| $S_{rail(Y)}$   | Superficie del rail perpendicular al flujo transversal                                  | 172.5mm <sup>2</sup>   |
| $D_{h(Y)}$      | <b>Distancia del hueco entre diente central y diente lateral</b>                        | 29mm                   |
| $D_x$           | <b>Longitud del diente según la coordenada X</b>  | 11.5mm                 |
| $K_2$           | Constante que relaciona el hueco entre diente central y lateral con su longitud según X | 2.522                  |
| $S_{a(Y)}$      | Superficie de fugas entre la cabeza del diente y el primer devanado                     | 69 mm <sup>2</sup>     |
| $S_{b(Y)}$      | Superficie de fugas del conductor de la parte de arriba                                 | 212.75 mm <sup>2</sup> |
| $S_{c(Y)}$      | Superficie de fugas entre ambos conductores   | 11.5 mm <sup>2</sup>   |
| $S_{d(Y)}$      | Superficie de fugas del conductor de la parte de abajo                                  | 212.75 mm <sup>2</sup> |
| $S_{e(Y)}$      | Superficie de fugas entre el conductor de abajo y el rail                               | 304.75 mm <sup>2</sup> |

Tabla 8-2 Significado y valores de las variables para el Flujo Longitudinal



## Anexo 3: Teorema de Ferraris.<sup>[7]</sup>

El Teorema de Ferraris dice que un sistema trifásico desfasado 120° eléctricos en el espacio es capaz de crear un campo giratorio. Es el teorema fundamental para entender el funcionamiento de una máquina eléctrica alimentada por corrientes alternas. En los párrafos siguientes se expondrá la deducción de este teorema para una máquina rotativa.

En la Figura 8-1 se puede ver un sistema formado por tres devanados desfasados 120° eléctricos en el espacio. Las distintas fases son AA' BB' y CC'. Cada fase está compuesta por N vueltas de espira.

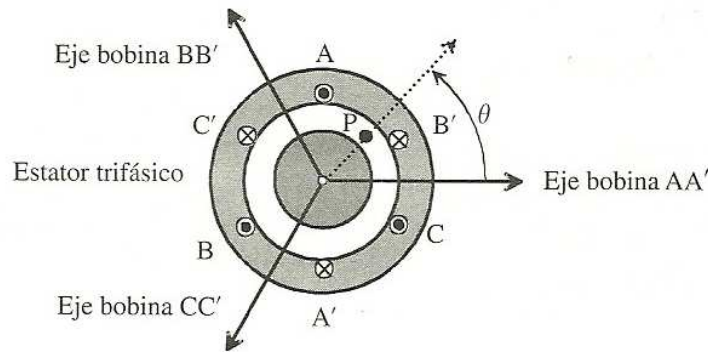


Figura 8-1 Representación de tres devanados desfasados 120° eléctricos<sup>[7]</sup>

Por cada una de las fases se supone que circula un sistema trifásico equilibrado de corrientes:

$$\begin{aligned} i_a &= I_m \cos \omega t \\ i_b &= I_m \cos(\omega t + 120^\circ) \\ i_c &= I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \end{aligned} \quad (8.1)$$

Para calcular la *f.m.m.* que existe en un punto del entrehierro, determinado por el ángulo  $\theta$  respecto al eje del devanado AA' se debe sumar la *f.m.m.* que añade cada una de las distintas fases. La *f.m.m.* que añade cada uno de los devanados es:

$$\begin{aligned} f.m.m._a(t, \theta) &= f.m.m._m \cdot \cos \omega t \cdot \cos \theta \\ f.m.m._b(t, \theta) &= f.m.m._m \cdot \cos(\omega t - 120^\circ) \cdot \cos(\theta - 120^\circ) \\ f.m.m._c(t, \theta) &= f.m.m._m \cdot \cos(\omega t + 120^\circ) \cdot \cos(\theta + 120^\circ) \end{aligned} \quad (8.2)$$

Con lo que la *f.m.m.* en cada punto de la máquina es:

$$f.m.m.(t, \theta) = f.m.m._a(t, \theta) + f.m.m._b(t, \theta) + f.m.m._c(t, \theta) \quad (8.3)$$

En la ecuación 8.3 se puede ver como las *f.m.m.* dependen tanto del espacio como del tiempo. De esta forma, se establece un campo en la máquina que en primera aproximación se puede considerar que es sinusoidal tanto en el espacio como en el tiempo. Con ello se quiere decir que en cada momento se establecerá en la máquina una onda sinusoidal. Esta onda irá variando en el tiempo. De tal forma, la *f.m.m.* resultante en cada punto del entrehierro es la 8.4.

$$f.m.m.(\theta, t) = \frac{3}{2} f.m.m._m \cdot \cos(\omega t - \theta) \quad (8.4)$$

Se observa que varía en función del tiempo como una senoide de amplitud  $3/2 f.m.m.$  Para un determinado instante de tiempo se distribuye como una senoide. Es por tanto una onda sinusoidal viajera en el tiempo.

En la Figura 8-2 se puede ver como la onda resultante de  $f.m.m.$  va viajando en el espacio. En la parte superior se puede ver como van variando la intensidad del sistema trifásico equilibrado. En la parte inferior se puede ver como se va moviendo la flecha que indica el máximo del fasor espacial. El sentido de giro es antihorario. Por otro lado, el valor máximo de la  $f.m.m.$  resultante coincide con el eje del devanado que está llevando en ese momento la corriente máxima.

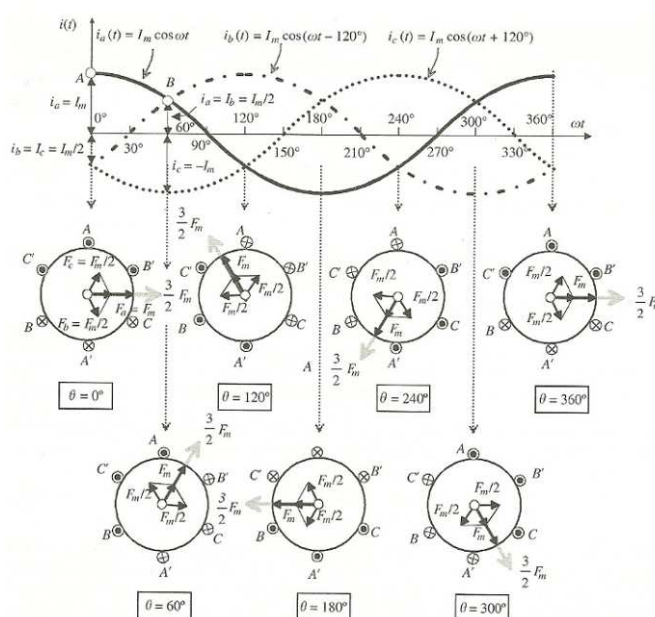


Figura 8-2 Variación de la  $f.m.m.$  de la máquina con respecto al ángulo de corriente <sup>[7]</sup>

El campo magnético giratorio presenta dos características fundamentales:

- Amplitud constante igual a  $3/2$  de  $f.m.m.$
- Gira a una velocidad constante

En este ejemplo se ha presentado una máquina bipolar, pero el caso es extrapolable para una máquina que tenga cualquier número de polos. Lo único que hay que tener en cuenta es que  $360^\circ$  eléctricos equivalen a  $\frac{360^\circ}{p}$  espaciales.

El teorema es también extrapolable a un sistema con muchas fases. Lo único que hay que cambiar es la expresión de la  $f.m.m.$  que queda de la forma expuesta en 8.5.

$$f.m.m.(\theta, t) = \frac{\text{Fases}}{2} f.m.m._{\max} \cdot \cos(\omega t - \theta) \quad (8.5)$$

## Anexo 4 Longitud de la Espira Unitaria.

### Cálculo de la resistencia del primario<sup>[10]</sup>.

En este apartado se va a calcular la resistencia que presenta el bobinado del primario. El cálculo de la resistencia del circuito se va a realizar únicamente para demostrar que es importante en cualquier tipo de máquina.

El motivo de no tener en cuenta la resistencia, es que se está suponiendo que la máquina está siendo alimentada por un sistema trifásico equilibrado de corrientes. De esta forma, la causa de los fenómenos electromagnéticos pasa a ser la intensidad, en lugar de ser el voltaje<sup>101</sup>. El cálculo de la resistencia del primario se realizará aplicando las ecuaciones 8.82 y 8.84.

En la Figura 8-3 se pueden observar las dimensiones de la espira elemental que compone el recorrido de la intensidad.

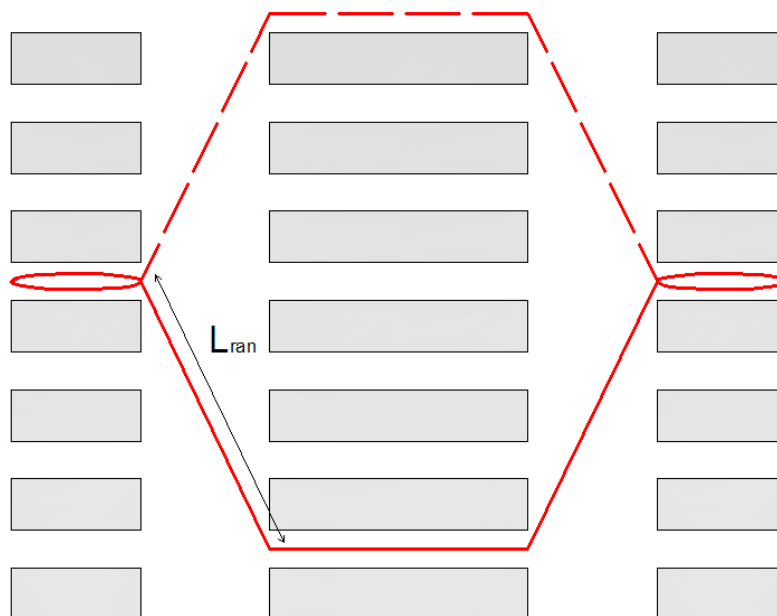


Figura 8-3 Longitud de la espira unitaria que compone el devanado de la máquina<sup>[18]</sup>

Para realizar el cálculo se supone que la densidad de corriente que está soportando la el conductor es de un máximo de  $4\text{A/mm}^2$ . Del mismo modo, se ha estimado que el conductor da 44 vueltas de espira<sup>102</sup>.

<sup>101</sup> Esta suposición no es del todo correcta, pues se sabe que una corriente siempre será originada por un voltaje. Sin embargo, al operar de este modo se consiguen simplificar los cálculos.

<sup>102</sup> El dato de las 44 vueltas de espira se ha tomado de la referencia Bibliográfica [10] Pág. 58. Se ha tomado porque para el diseño y construcción de la máquina el autor ha escogido la misma cantidad.

$$\begin{aligned}
L_{ran} &= \sqrt{(29)^2 + (20 \cdot 2 + 11.5)^2} = 59.1mm \\
L_{espira} &= 2 \cdot 58 + 4 \cdot L_{ran} + 29 \cdot 4 + 25 \cdot 2 = 518.41mm \\
L_{bobina} &= L_{espira} \cdot 44 = 22.81m \\
L_{tot} &= 4 \cdot 2 \cdot L_{bobina} = 182.48m
\end{aligned}
\tag{8.6}$$

Considerando que la conductividad del cobre es la expuesta en la Tabla 3-2, se tiene que<sup>103</sup>:

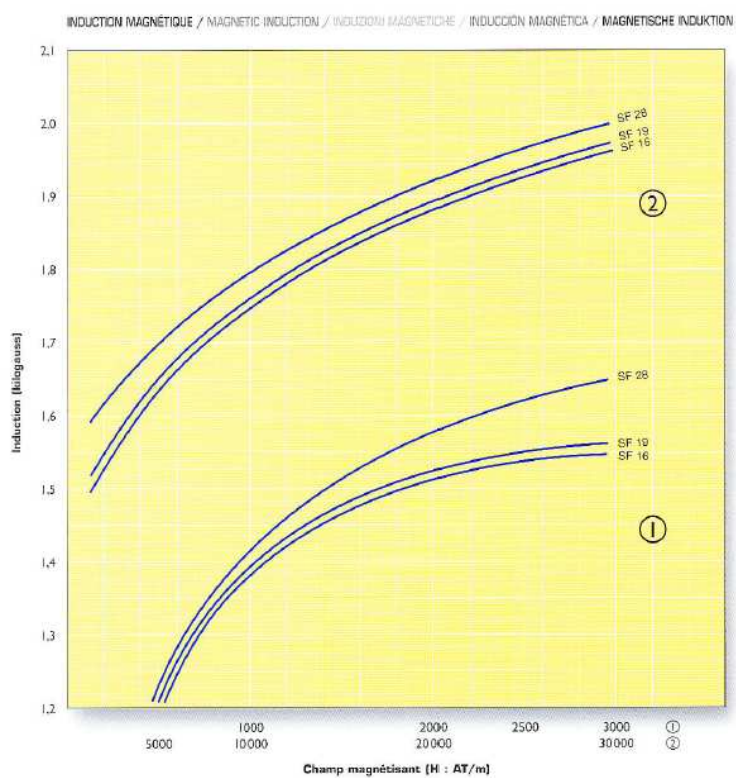
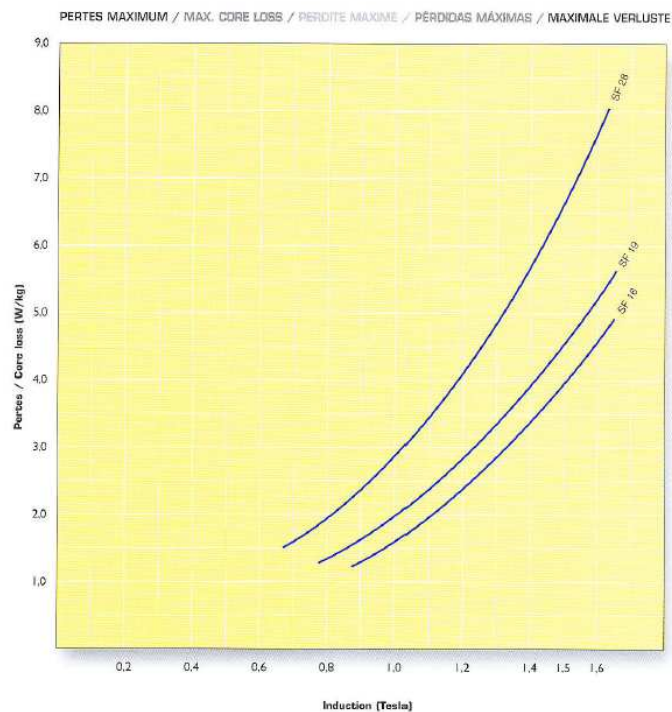
$$\begin{aligned}
R_{via} &= \frac{L_{via}}{\sigma_{Cu} \cdot S_{via}} = \frac{91.24m}{5.8 \cdot 10^7 S/m \cdot 1.7mm^2} = 0.925\Omega \\
R_{fase} &= \frac{L_{fase}}{\sigma_{Cu} \cdot S_{fase}} = \frac{182.48m}{5.8 \cdot 10^7 S/m \cdot 1.7mm^2} = 1.85\Omega
\end{aligned}
\tag{8.7}$$

---

<sup>103</sup> La superficie del conductor de cobre se ha supuesto de 1.7mm<sup>2</sup>. Igualmente ha sido extraído de la referencia Bibliográfica [10] Pág. 58.

## Anexo 5 Propiedades de los Materiales

Este anexo ha sido extraído de [17]. Para más detalles consultar la fuente original.





## Anexo 6 Obtención de la Fórmula de Saturación del Hierro

### Cálculo de $H_0$

Se parte de la ecuación de Fröelich.

$$B(H) = \frac{m_1 H}{m_2 + m_3 H} \quad (8.8)$$

Se deriva con respecto a H:

$$dB = \frac{m_1 \cdot (m_2 + m_3) \cdot H - m_3 \cdot m_1 \cdot H}{(m_2 + m_3 H)^2} = \frac{m_1 \cdot m_2}{(m_2 + m_3 H)^2} \quad (8.9)$$

Se iguala la derivada a  $\mu_0$ . El motivo es que se desea establecer para que valor de la ecuación de Fröelich la expresión presenta una pendiente igual a la permeabilidad del aire.

$$\mu_0 = \frac{m_1 \cdot m_2}{(m_2 + m_3 H)^2} \quad (8.10)$$

Se despeja H;

$$\begin{aligned} m_1 \cdot m_2 &= \mu_0 \cdot (m_2 + m_3 H)^2; \\ \frac{m_1 \cdot m_2}{\mu_0} &= (m_2 + m_3 H)^2; \\ \sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2}{\mu_0}} &= m_2 + m_3 H; \\ H &= \frac{\sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2}{\mu_0}} - m_2}{m_3} \end{aligned} \quad (8.11)$$

Se le asigna el valor de  $H_0$ :

$$H_0 = \frac{\sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2}{\mu_0}} - m_2}{m_3} \quad (8.12)$$

## Cálculo de $B_0$

Para el cálculo de  $B_0$  lo único que hay que hacer es sustituir  $H_0$  en la ecuación de Fröelich.

## Condición de continuidad

Para que la función de la ecuación 3.7 sea continua y derivable en todo su dominio de definición, lo que se hace es imponer que tenga el mismo valor:

Por un lado se sabe que:

$$B(H_0) = \frac{m_1 H_0}{m_2 + m_3 H_0} = B_0 \quad (8.13)$$

El segundo intervalo de la función queda para  $H = H_0$ :

$$B = B_0 + \mu_0 \cdot (H_0 - H_0) = B_0 \quad (8.14)$$

De esta forma, la función es continua y derivable para todo su dominio.



## Anexo 7: Expresión de los distintos valores de las Reluctancias

Dado que se ha obtenido un circuito magnético con una gran cantidad de elementos y reluctancias de dispersión, es muy largo de explicar el valor de todas y cada una de las reluctancias que se están utilizando. Por este motivo, se han incluido en este anexo.

### Reluctancias longitudinales

Lo más significativo es que a cada reluctancia se le aplica sus correspondientes valores geométricos (longitud y sección) y magnéticos ( $\mu_r$ ). Para el diente “ $i$ ” se obtienen los siguientes valores:

$$\mathfrak{R}_7(i) = \frac{l_7}{\mu_0 \cdot \mu_r(7,i) \cdot S_{diente}} \quad (8.15)$$

$$\mathfrak{R}_6(i) = \frac{l_6}{\mu_0 \cdot \mu_r(6,i) \cdot S_{diente}} \quad (8.16)$$

$$\mathfrak{R}_5(i) = \frac{l_5}{\mu_0 \cdot \mu_r(5,i) \cdot S_{diente}} \quad (8.17)$$

$$\mathfrak{R}_4(i) = \frac{l_4}{\mu_0 \cdot \mu_r(4,i) \cdot S_{diente}} \quad (8.18)$$

$$\mathfrak{R}_3(i) = \frac{l_3}{\mu_0 \cdot \mu_r(3,i) \cdot S_{diente}} \quad (8.19)$$

$$\mathfrak{R}_2(i) = \frac{l_2}{\mu_0 \cdot \mu_r(2,i) \cdot S_{diente}} \quad (8.20)$$

$$\mathfrak{R}_{ent}(i) = \frac{l_{ent}}{\mu_0 \cdot S_{diente}} \quad (8.21)$$

$$\mathfrak{R}_1(i) = \frac{l_1}{\mu_0 \cdot \mu_r(1,i) \cdot S_{rail}} \quad (8.22)$$

$$\mathfrak{R}_e = \frac{D_h}{\mu_0 \cdot S_e} = \frac{D_h}{\mu_0 \cdot D_y \cdot l_e} = \frac{K_1}{l_e} \quad (8.23)$$

$$\mathfrak{R}_d = [3] \frac{D_h}{\mu_0 \cdot S_d} = \frac{D_h}{\mu_0 \cdot D_y \cdot l_d} = \frac{K_1}{l_d} \quad (8.24)^{104}$$

$$\mathfrak{R}_c = \frac{D_h}{\mu_0 \cdot S_c} = \frac{D_h}{\mu_0 \cdot D_y \cdot l_c} = \frac{K_1}{l_c} \quad (8.25)$$

$$\mathfrak{R}_b = [3] \frac{D_h}{\mu_0 \cdot S_b} = \frac{D_h}{\mu_0 \cdot D_y \cdot l_b} = \frac{K_1}{l_b} \quad (8.26)$$

## Reluctancias transversales

También presenta una diferencia entre las reluctancias de la izquierda de la Figura 4-10  $\mathfrak{R}_{2t,4t,6t,8t,10t,12t}$  y las de la derecha  $\mathfrak{R}_{3t,5t,7t,9t,11t,13t}$ . Ello es debido a que pese a tener unas mismas características geométricas, no presentan unas mismas características magnéticas. Las reluctancias  $\mathfrak{R}_{2t,4t,6t,8t,10t,12t}$  reciben más flujo, puesto el flujo longitudinal también las concatena, de esta forma el material ferromagnético está más saturado e impone mayor resistencia al paso del flujo. Además las  $\mathfrak{R}_{2t,4t,6t,8t,10t,12t}$  presentan el mismo valor que sus homólogas  $\mathfrak{R}_{2,3,4,5,6,7}$  puesto representan el mismo elemento.

$$\mathfrak{R}_{2t}(i) = \frac{l_2}{0.5 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r(2,i) \cdot S_{diente}} \quad (8.27)$$

$$\mathfrak{R}_{3t}(i) = \frac{l_2}{0.5 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{rt}(2,i) \cdot S_{diente}} \quad (8.28)$$

$$\mathfrak{R}_{4t}(i) = \frac{l_3}{0.5 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r(3,i) \cdot S_{diente}} \quad (8.29)$$

$$\mathfrak{R}_{5t}(i) = \frac{l_3}{0.5 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{rt}(3,i) \cdot S_{diente}} \quad (8.30)$$

$$\mathfrak{R}_{6t}(i) = \frac{l_4}{0.5 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r(4,i) \cdot S_{diente}} \quad (8.31)$$

$$\mathfrak{R}_{7t}(i) = \frac{l_4}{0.5 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{rt}(4,i) \cdot S_{diente}} \quad (8.32)$$

$$\mathfrak{R}_{8t}(i) = \frac{l_5}{0.5 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r(5,i) \cdot S_{diente}} \quad (8.33)$$

---

<sup>104</sup> El [3] implica que el valor de la reluctancia es 3 veces mayor, si y solo si esta fase es la conductora.

$$\mathfrak{R}_{9t}(i) = \frac{l_5}{0.5 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{rt}(5, i) \cdot S_{diente}} \quad (8.34)$$

$$\mathfrak{R}_{10t}(i) = \frac{l_6}{0.5 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r(6, i) \cdot S_{diente}} \quad (8.35)$$

$$\mathfrak{R}_{11t}(i) = \frac{l_6}{0.5 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{rl}(6, i) \cdot S_{diente}} \quad (8.36)$$

$$\mathfrak{R}_{12t}(i) = \frac{l_7}{0.5 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r(7, i) \cdot S_{diente}} \quad (8.37)$$

$$\mathfrak{R}_{13t}(i) = \frac{l_7}{0.5 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{rl}(7, i) \cdot S_{diente}} \quad (8.38)$$

$$\mathfrak{R}_{14t}(i) = \frac{l_1}{0.5 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{rl}(8, i) \cdot S_{culata(Y)}} \quad (8.39)$$

$$\mathfrak{R}_{ent}(i) = \frac{l_{ent}}{0.5 \cdot \mu_0 \cdot S_{diente}} \quad (8.40)$$

$$\mathfrak{R}_a = \frac{D_{h(Y)}}{\mu_0 \cdot S_{a(Y)}} = \frac{D_{h(Y)}}{\mu_0 \cdot D_x \cdot l_a} = \frac{K_2}{\mu_0 \cdot l_a} \quad (8.41)$$

$$\mathfrak{R}_{bt} = \frac{D_{h(Y)}}{\mu_0 \cdot S_{b(Y)}} = \frac{D_{h(Y)}}{\mu_0 \cdot D_x \cdot l_b} = \frac{K_2}{\mu_0 \cdot l_b} \quad (8.42)$$

$$\mathfrak{R}_{ct} = \frac{D_{h(Y)}}{\mu_0 \cdot S_{c(Y)}} = \frac{D_{h(Y)}}{\mu_0 \cdot D_x \cdot l_c} = \frac{K_2}{\mu_0 \cdot l_c} \quad (8.43)$$

$$\mathfrak{R}_{dt} = \frac{D_{h(Y)}}{\mu_0 \cdot S_{d(Y)}} = \frac{D_{h(Y)}}{\mu_0 \cdot D_x \cdot l_d} = \frac{K_2}{\mu_0 \cdot l_d} \quad (8.44)$$



## Anexo 8: Matrices utilizadas en el MEC

En este Anexo se va a hacer la exposición del método de obtención de la matriz de representación a partir de la matriz de solución de flujos de malla.

Para obtener los elementos  $\Theta_{ij}$  de la matriz se aplica el siguiente algoritmo:

- Si “ $i$ ” es impar se corresponde con el diente  $\frac{i+1}{2}$
- Si “ $i$ ” es par se corresponde con el hueco  $\frac{i}{2}$
- Si “ $j$ ” es par se corresponde con la reluctancia numérica  $1 + \frac{j}{2}$
- Si “ $j$ ” es impar y  $3 \leq \frac{j-1}{2} - 1 \leq 2 \cdot 6 - 13$  se corresponde con la reluctancia alfabética  $\frac{j-1}{2} - 1$ <sup>105</sup>
- Si “ $j$ ” es 1 o 13 se corresponde con el flujo del carril o de la culata, respectivamente.

Todos los flujos correspondientes a columnas impares son verticales y los correspondientes a columnas pares son horizontales. La matriz  $\Theta$  presenta la siguiente característica: si  $i + j = 2 \cdot n$ ; entonces  $\Theta(i, j) = 0$ .

Si se representa una parte pequeña centrada en torno al elemento  $(i, j)$  de la matriz  $\Theta$  se obtiene la forma expresada en 8.45. En el caso transversal se obtiene la expresión 8.46.

$$\Theta = \begin{bmatrix} 0 & \delta(i, j) & 0 \\ \delta(i+1, j-1) & 0 & \delta(i+1, j+1) \\ 0 & \delta(i+2, j) & 0 \end{bmatrix} \quad (8.45)$$

$$\Theta_{trans} = \begin{bmatrix} 0 & \delta(i, j)_{trans} & 0 \\ \delta(i+1, j-1)_{trans} & 0 & \delta(i+1, j+1)_{trans} \\ 0 & \delta(i+2, j)_{trans} & 0 \end{bmatrix} \quad (8.46)$$

Si se observa la Figura 4-13 se puede ver el significado de la matriz representación.

---

<sup>105</sup> Se supone que la reluctancia alfabética 1 es la “a” y así sucesivamente.



## Anexo 9 Río magnético<sup>[10]</sup>

### Objetivo del Anexo

El objetivo de este Anexo es demostrar que la levitación magnética es posible.

### Idea del Río Magnético

Desde la primera patente de una máquina en 1905, las máquinas lineales han tenido muchas y distintas aplicaciones. Sin embargo, es el objetivo de este proyecto centrarse exclusivamente en las aplicaciones ferroviarias.

Para las aplicaciones ferroviarias, Eric Laithwaite descubrió en 1974 una tecnología revolucionaria, llamada río magnético. La idea de esta tecnología es que la fuerza de repulsión magnética se haga dominante y permita levitar a la máquina. En la Figura 8-4 se puede ver como la repulsión magnética es posible.

Para conseguir el efecto de repulsión magnética, se debe de cambiar la forma de diseñar una máquina eléctrica. Normalmente, en el diseño de un motor rotativo normal se tiene que el ancho de ranura es del mismo orden que el ancho de diente. La profundidad de la ranura es de unas 3 veces su anchura. La altura de la culata viene impuesta por la longitud del paso. Estos son los datos de partida de cualquier diseño de máquina.



*Figura 8-4 Demostración de que la repulsión magnética es posible. <sup>[9]</sup>*

Para conseguir que exista repulsión magnética, la fuerza de repulsión entre el primario y el secundario se debe de hacer dominante. La ecuación 8.47 muestra la expresión de la fuerza de repulsión por unidad de superficie:

$$F_R = \mu_0 \cdot \frac{C_c^2}{2} \quad (8.47)$$

Por otro lado la fuerza de atracción por unidad de superficie viene determinada por la expresión<sup>106</sup> 8.48

$$F_A = \frac{B^2}{2 \cdot \mu_0} \quad (8.48)$$

Si se igualan ambas expresiones se puede obtener la relación  $(B/C)$  a partir del cual la fuerza de repulsión se hace dominante:

$$\frac{B^2}{2 \cdot \mu_0} = \mu_0 \cdot \frac{C^2}{2} \Rightarrow (\mu_0)^2 = \left(\frac{B}{C}\right)^2 \quad (8.49)$$

Es decir, que se necesita unos valores de relación muy bajos. Con unos valores de referencia de  $C_{ref} = 5 \cdot 10^4 \text{ A/m}$  y de  $B_{ref} = 0.6 \text{ T}$ . En un motor rotativo estos valores son prácticamente inalcanzables, sin embargo, en un motor lineal es posible alcanzarlos. Para ello se propone seguir el siguiente razonamiento.

En primer lugar, se parte de la ecuación 8.50 que relaciona el cociente con las dimensiones de la máquina:

$$\frac{B}{C_c} = k_{(C_c-B)} \cdot \frac{\tau_p}{\delta} \quad (8.50)$$

Si se desea bajar el cociente de la ecuación se debe de recurrir a reducir el paso polar o a aumentar el entrehierro. Sin embargo, un cambio de uno de esos parámetros afectará al empuje de una máquina dado que en una máquina se cumple la siguiente relación:

$$Emp \propto B \cdot C_c \quad (8.51)$$

Por el motivo expuesto en 8.51, una disminución de una variable tiene que ir correspondido de un aumento de la otra, si se quiere mantener el empuje constante. Se propone aumentar  $C_c$  y reducir  $B$ . Para ello se observa la Figura 8-5, que corresponde a un ranurado normal en máquinas eléctricas.

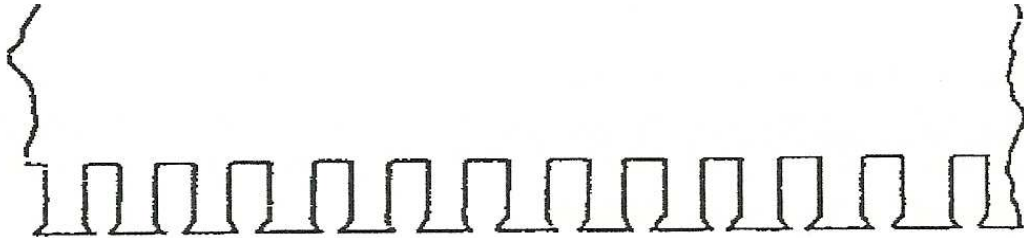


Figura 8-5 Ranurado normal de una máquina eléctrica<sup>[10]</sup>

<sup>106</sup> Aunque este estudio no se ha utilizado en el presente proyecto, se deja comentado para una futura aplicación y para el cálculo de fuerzas de repulsión.



Se procederá a crear un nuevo ranurado en el que los dientes ocupen una 1/5 parte (por ejemplo) de la que ocupaban originalmente. Si se mantiene constante la proporción entre profundidad de ranura y ancho de la misma, se tiene que:

$$\begin{aligned} d_{nue} &= \frac{1}{5} \cdot d_{ant} \\ r_{nue} &= r_{ant} + \frac{4}{5} \cdot d_{ant} \end{aligned} \quad (8.52)$$

Si se considera que  $d_{ant} = r_{ant}$

$$\begin{aligned} r_{nue} &= 1,8 \cdot r_{ant} \\ Sr_{nue} &= 1,8^2 \cdot Sr_{ant} = 3,24 \cdot Sr_{ant} \end{aligned} \quad (8.53)$$

Considerando que la  $B$  de referencia en el entrehierro tiene un valor de  $B_{e1}$  en el caso inicial. La inducción en la cabeza de diente tiene un valor de:

$$B_{d1} = 2 \cdot B_{e1} \quad (8.54)$$

Si se conserva este valor de la inducción en la cabeza de diente del motor lineal, para no aumentar la saturación, lleva a que el nuevo valor de la inducción en el entrehierro sea de 1/5 del valor de referencia, lo que junto al aumento de  $C$  en un factor de 4 se tiene que el valor del primer miembro de la ecuación 8.51 queda reducido en 1/20. El empuje de la máquina sólo se ha reducido en un factor de 4/5.

$$\frac{B}{C} = \frac{1}{20} \cdot \left( \frac{\tau_p}{\delta} \right)_{ref} \quad (8.55)$$

Si se dan los valores de referencia a esta ecuación se tiene que:

$$\begin{aligned} F_a &= 5730N \\ F_r &= 25130N \end{aligned} \quad (8.56)$$

Pasando a ser dominante la fuerza de repulsión.

El ranurado que pasa a tener la máquina eléctrica es el descrito por la Figura 8-6.

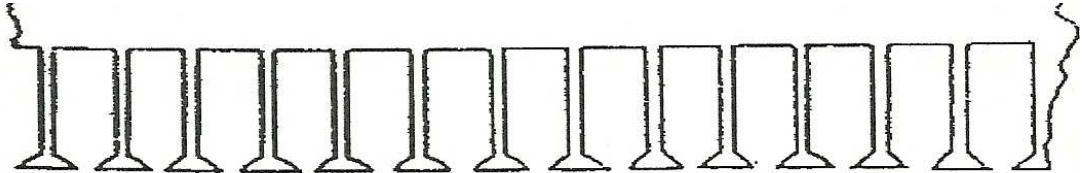


Figura 8-6 Nuevo ranurado que presentará la máquina <sup>[10]</sup>



## Anexo 10: Resultados Adicionales del estudio con MEC sin Saturación

Se ha comentado en el apartado 4.3 que *el programa* es capaz de obtener distintas ondas de inducción en función de la excitación que se introduzca o en función del sentido de flujo que se quiera analizar. Se representan en este Anexo.

### Ondas de Inducción longitudinales

Inducción Magnética en las Cabezas de Dientes Centrales. Excitación Superior. Lineal.

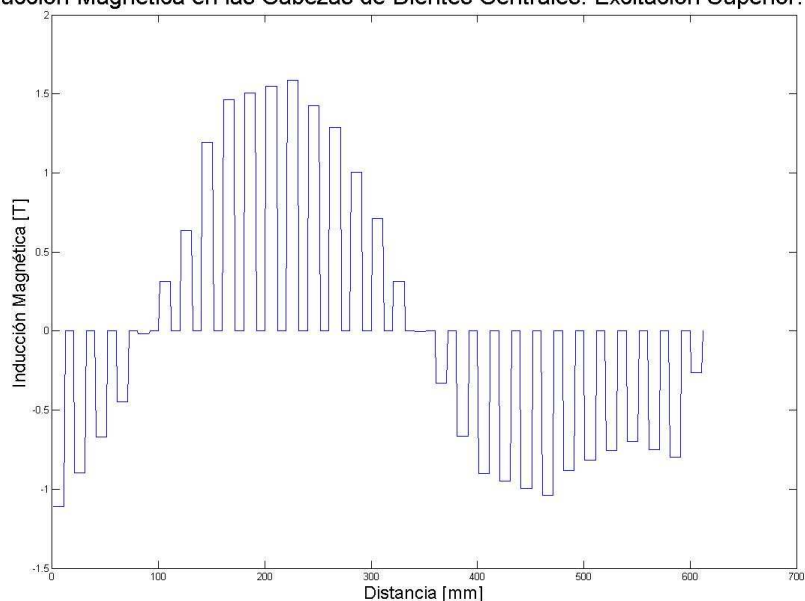


Figura 8-7 Inducción Longitudinal en las cabezas de diente centrales. Solo excitación superior. Sin saturación.

Inducción Magnética en las Cabezas de Dientes Laterales. Excitación Superior. Lineal.

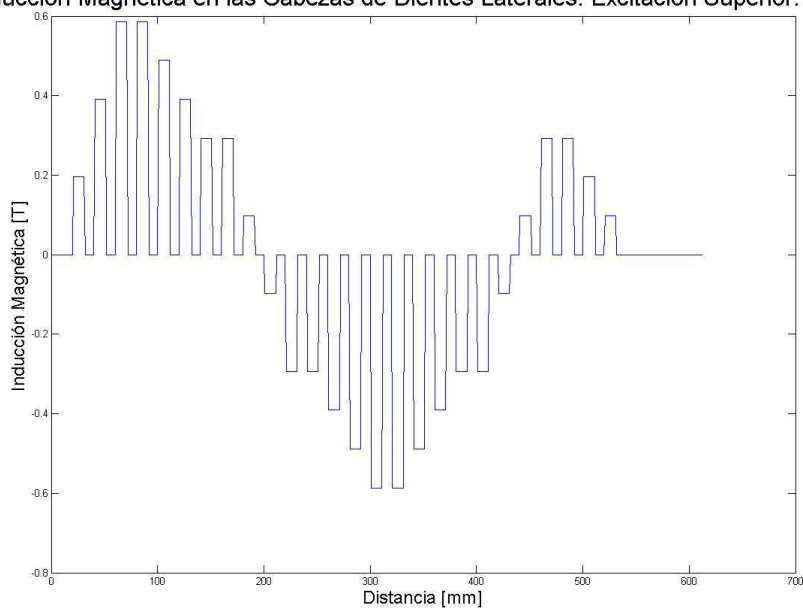


Figura 8-8 Inducción en las cabezas de diente laterales. Solo excitación superior. Sin saturación.

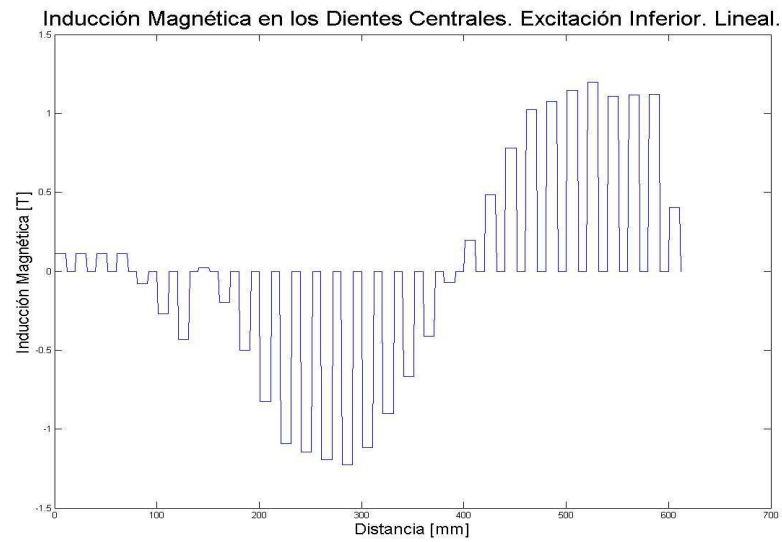


Figura 8-9 Inducción Longitudinal en las cabezas de diente centrales. Solo excitación inferior. Sin saturación.

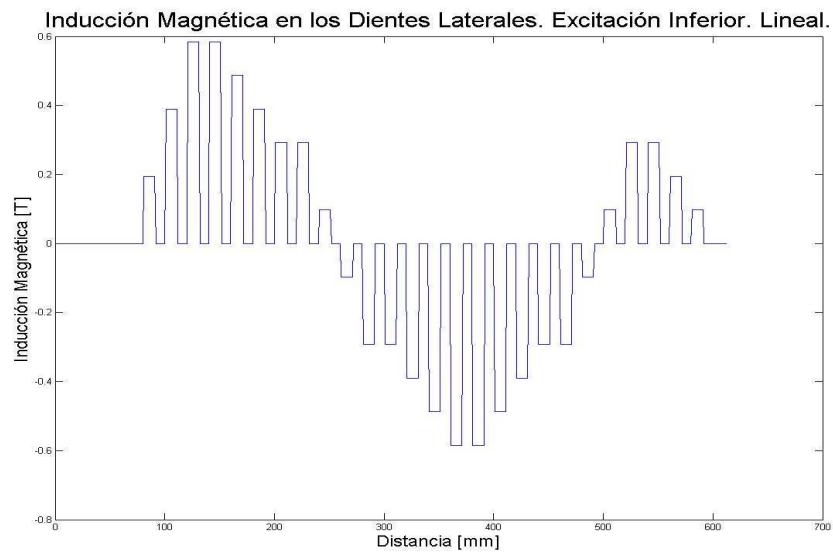


Figura 8-10 Inducción en las cabezas de diente laterales. Solo excitación inferior. Sin saturación.

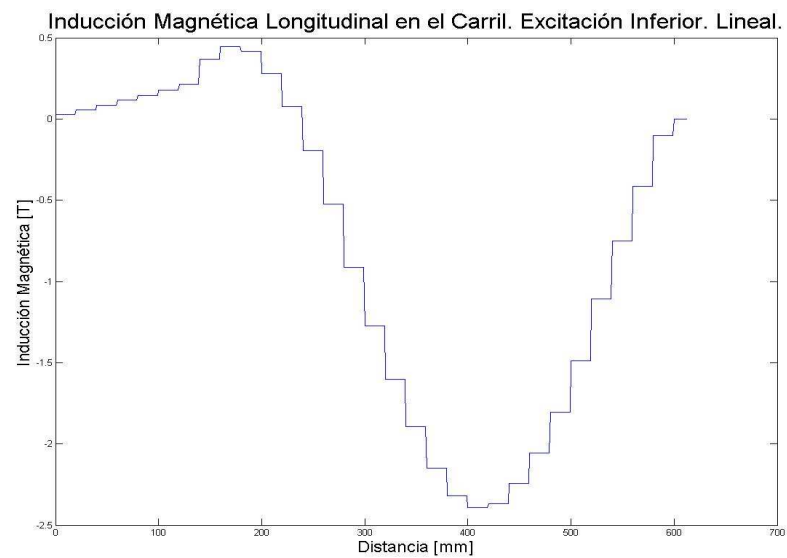


Figura 8-11  $B_x$  en el carril debido sólo a la excitación inferior. Resultados sin saturación.

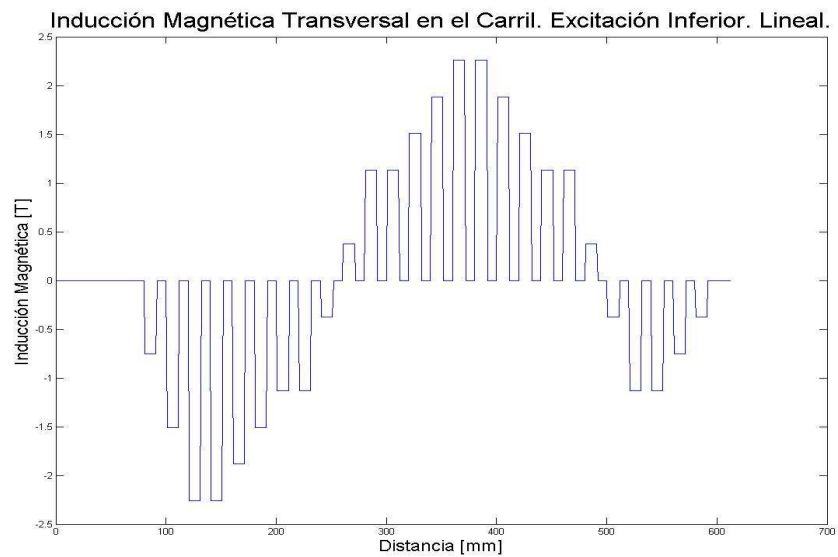


Figura 8-12  $B_y$  en el carril debido sólo a la excitación inferior. Resultados sin saturación.

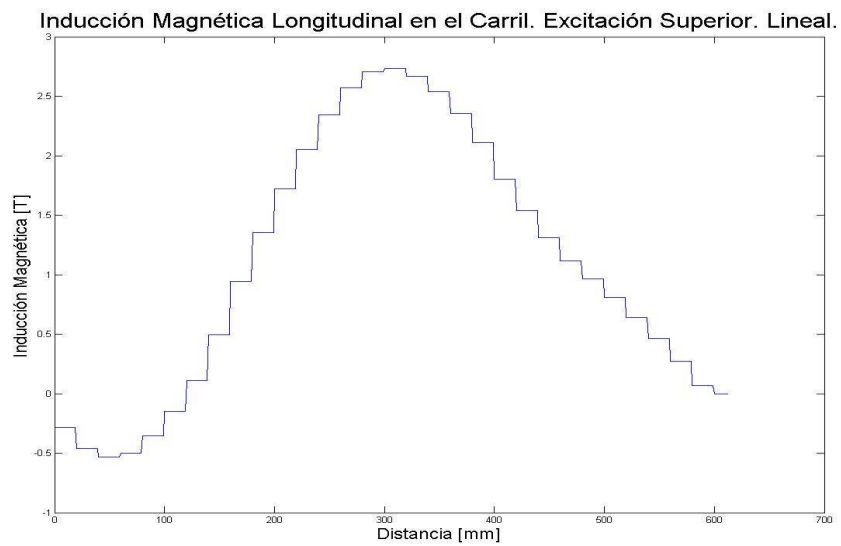


Figura 8-13  $B_x$  en el carril debido sólo a la excitación superior. Resultados sin saturación.

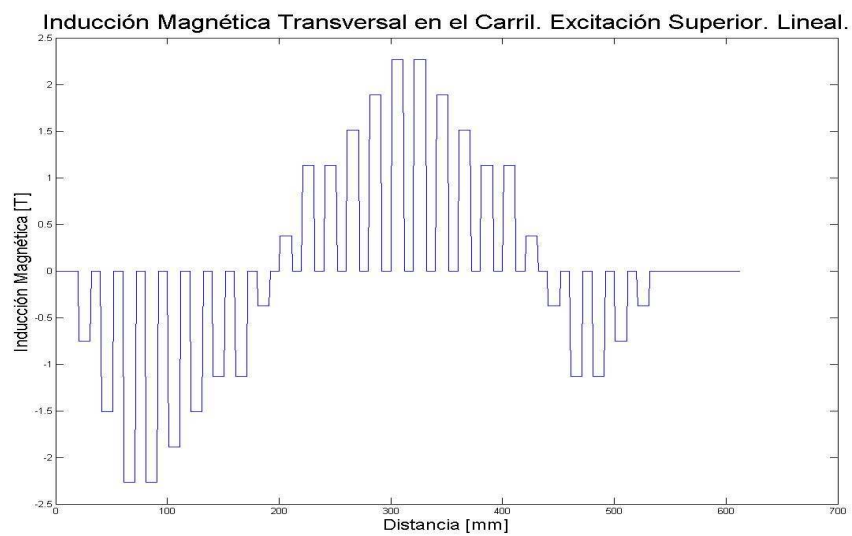


Figura 8-14  $B_y$  en el carril debido sólo a la excitación superior. Resultados sin saturación.



# Anexo 11: Resultados Adicionales del estudio con MEC con Saturación

## Ondas de inducción

En este apartado se expondrán las distintas ondas de inducción que no se han incluido en la memoria principal tanto por falta de espacio como por cierta redundancia. Se incluyen porque hasta cierto punto mejoran la comprensión de la memoria facilitando la comprensión de determinados aspectos. También proporcionan una idea de la cantidad de resultados que *el programa* es capaz de obtener.

### Longitudinales

En este apartado se presentan las distintas ondas que recorren la máquina con sentido longitudinal.

Un efecto que se observa es que aunque pareciera que los dientes finales no deberían de tener flujo alguno al no tener excitación alguna, proporcionan un posible camino de vuelta al flujo magnético. Es por ello que los dientes presentan un flujo no nulo.

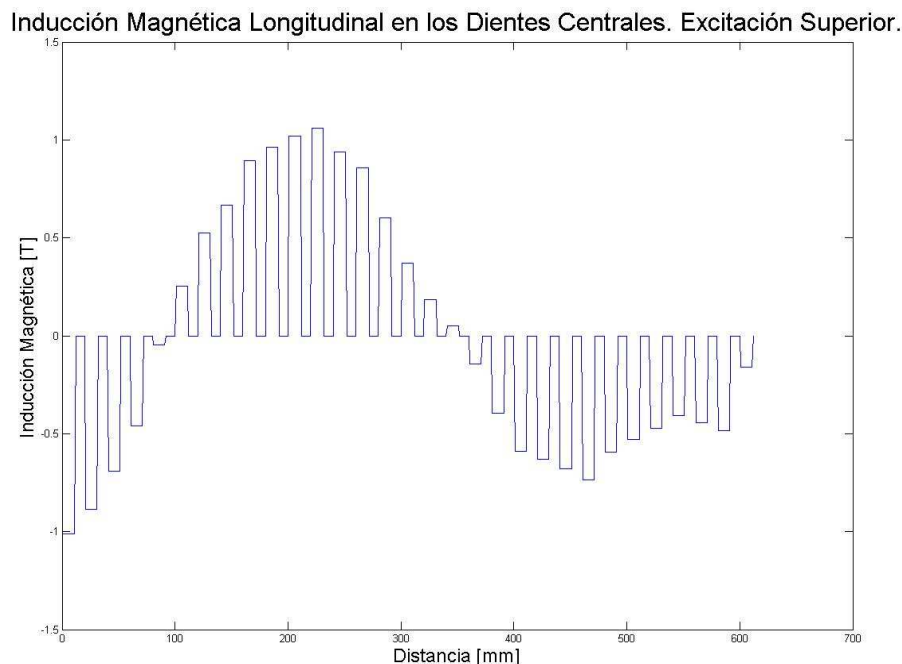


Figura 8-15  $B_x$  con excitación superior. Resultados con saturación.

Los mismos efectos comentados para la Figura 8-15 se observar en la Figura 8-16, aunque de diferente forma. La Figura 8-16 debiera no tener flujo en los primeros dientes, sin embargo, presenta un flujo no nulo. Además, por un lado presenta un polo sur antes que el polo norte, y por otro, el polo sur que presenta es mucho menor al de la Figura 3-15.

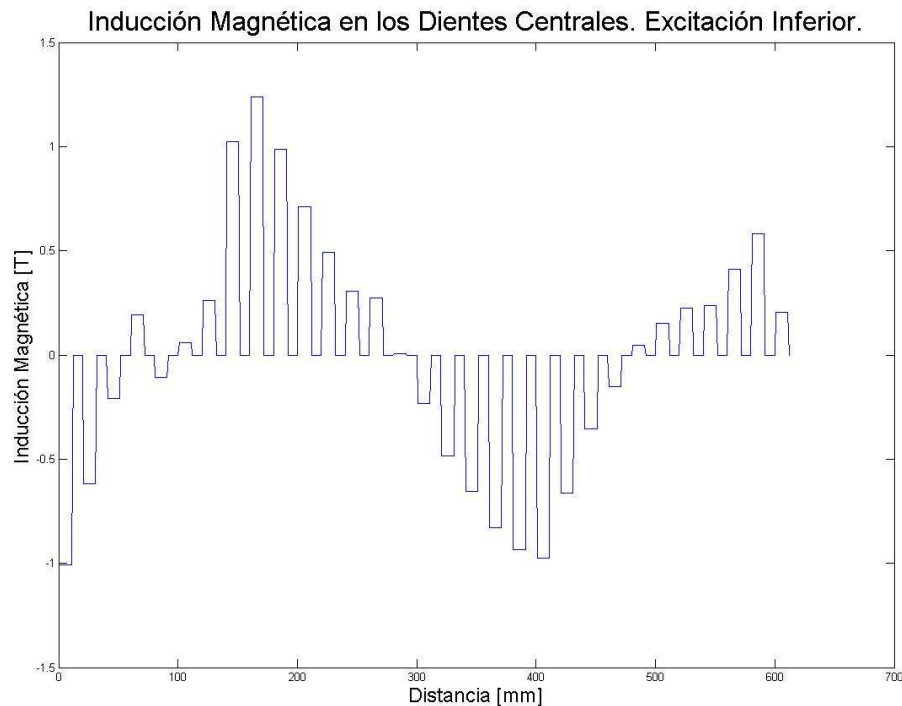


Figura 8-16  $B_x$  con excitación inferior. Resultados con saturación.

Lo último que queda por comentar es el valor del flujo. Si se observa ambas Figuras, los valores pico son bastante considerables, en torno a 1.5T (e incluso superiores). Si se observa la Figura 3-11, los valores de 1.5T corresponden a una saturación bastante elevada, lo que ocasionará que la permeabilidad relativa esos elementos sea bastante baja.

### Transversales

A parte del flujo longitudinal, existe el flujo transversal. Igualmente al longitudinal, está formado por la combinación de excitaciones superior e inferior. Si se observa tanto la Figura 8-17 como la Figura 8-18, se pueden ver distintas características.

Se puede observar el parecido de ambas Figuras con respectivamente la Figura 3-18 y la Figura 3-19 es bastante grande. En primer lugar, ambas presentan el mismo número de polos, ya que no se ha alterado el número de polos, como pasaba en la Figura 8-15 y en la Figura 8-16. En segundo lugar, ambas presentan zonas por las que no pasa flujo.

Ambas características de la onda se deben a que cada flujo transversal de cada diente es independiente uno de otro, de esta forma, el flujo va y viene por el mismo diente.



Inducción Magnética Longitudinal en los Dientes Laterales. Excitación Superior.

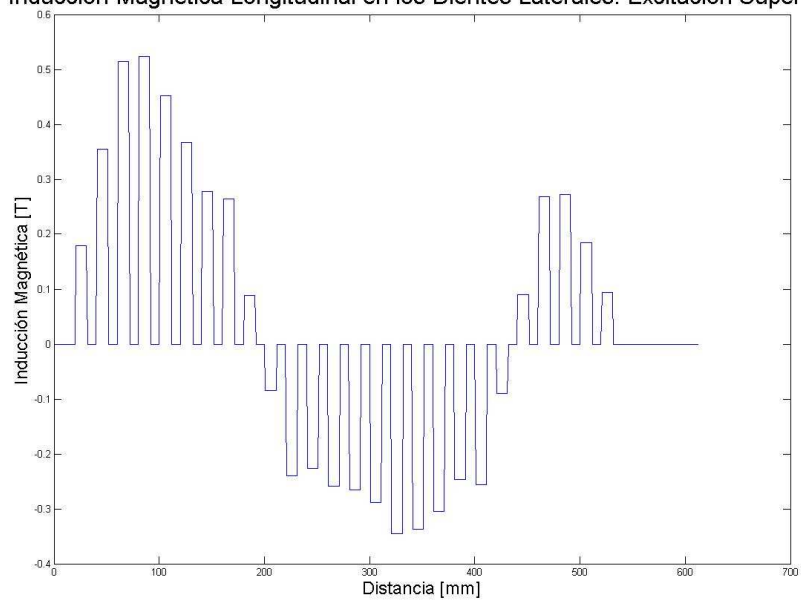


Figura 8-17  $B_y$  con excitación superior. Resultados con saturación.

Inducción Magnética en las Cabezas de Dientes Laterales. Excitación Inferior.

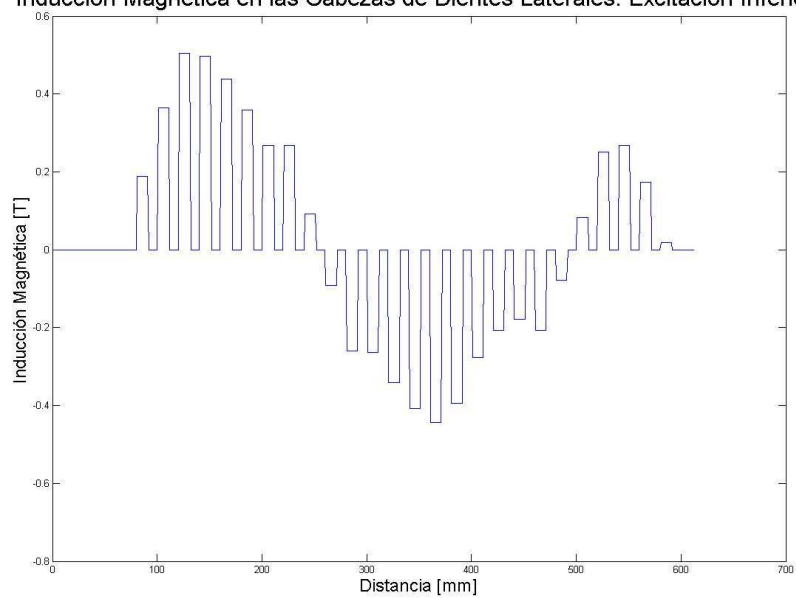


Figura 8-18  $B_y$  lateral con excitación inferior. Resultados con saturación.

## Inducción en el carril

Si se utiliza la información relativa exclusivamente a la excitación longitudinal, la inducción presente en el Carril es la representada en la Figura 8-19.

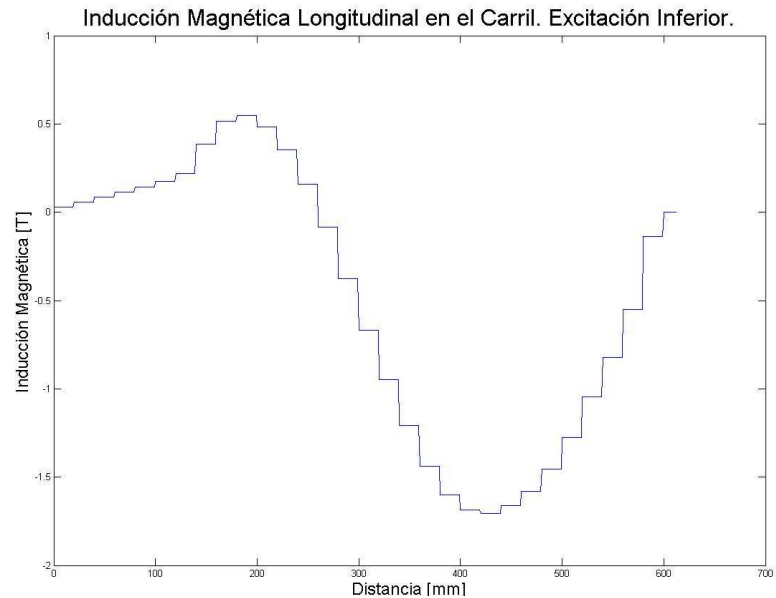


Figura 8-19  $B_x$  en el carril debida a la excitación inferior. Resultados con saturación.

Si se utiliza la información relativa exclusivamente a la excitación transversal, la inducción transversal presente en el Carril es la representada en la Figura 8-20.

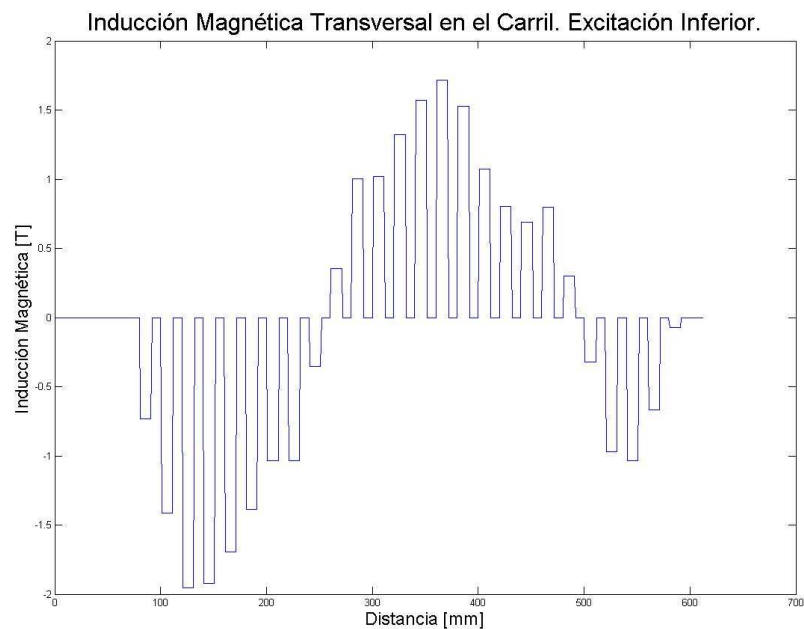


Figura 8-20  $B_y$  en el carril debida a la excitación inferior. Resultados con saturación.

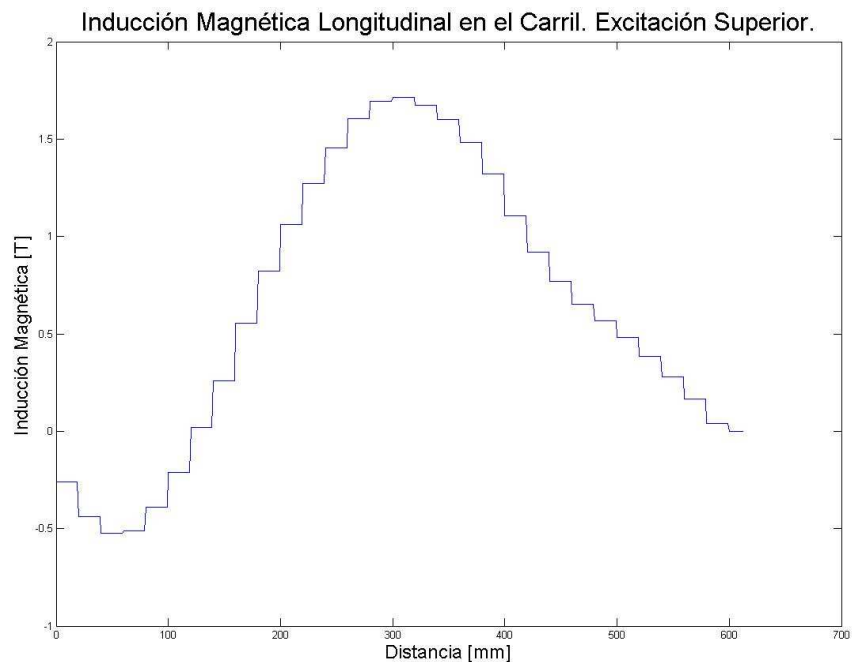


Figura 8-21  $B_x$  en el carril debida a la excitación superior. Resultados con saturación.

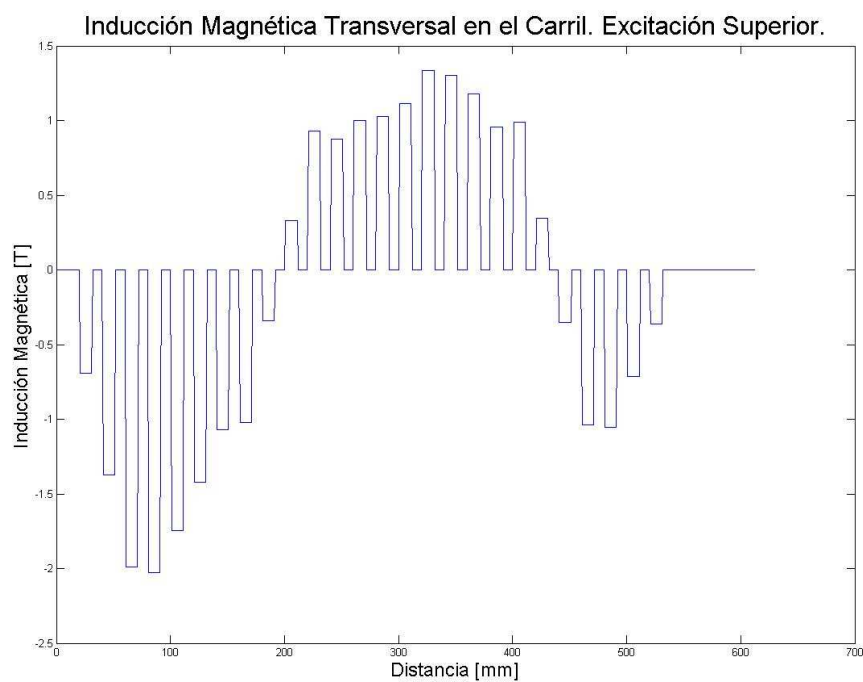


Figura 8-22  $B_y$  en el carril debida a la excitación superior. Resultados con saturación.

## Comprobación

En este apartado se van a representar los **errores y diferencias** en función del número de paso. Se va a profundizar en el desarrollo de elementos de convergencia que no se han mostrado, aunque si comentado de pasada. Para observar las figuras puestas a continuación se necesita tener en cuenta los conceptos expuestos en 4.4.3.1. En todas las Figuras expuestas en este apartado, se pueden observar las siguientes características:

- Convergencia progresiva: Debido al método de relajación utilizado, se ha impedido que la convergencia sea cíclica.
- Discontinuidades en la representación de variables: Las discontinuidades se deben a que *el programa* ha terminado de converger una matriz de reluctancias longitudinal y comienza a converger una matriz de reluctancias transversales. La representación del número de condición se corresponde únicamente a las matrices longitudinales debido a que no existe una única matriz transversal, sino un gran número de ellas. Por ello las discontinuidades informa sobre el cambio de **paso**.

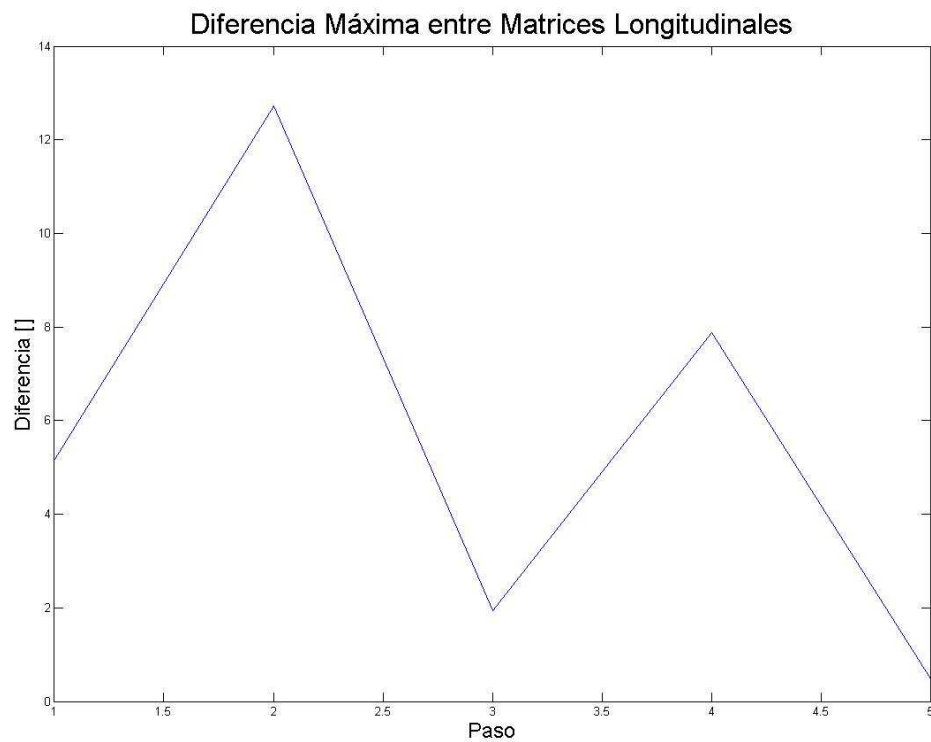


Figura 8-23 Diferencia máxima entre las dos matrices longitudinales en función del paso

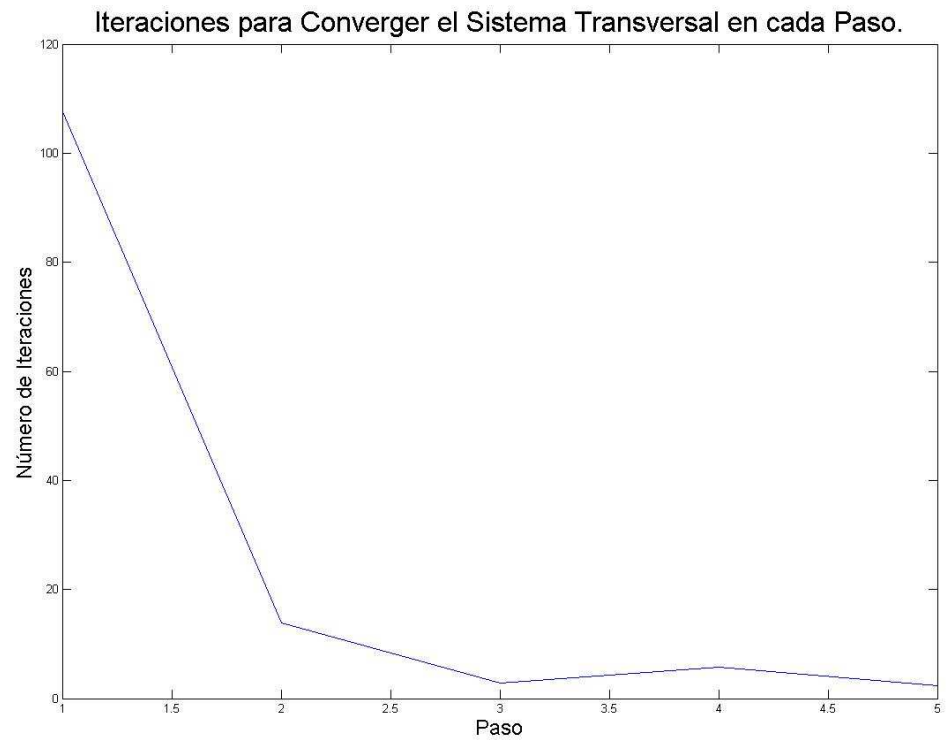


Figura 8-24 Número de iteraciones necesarias para converger de la matriz transversal en cada paso.

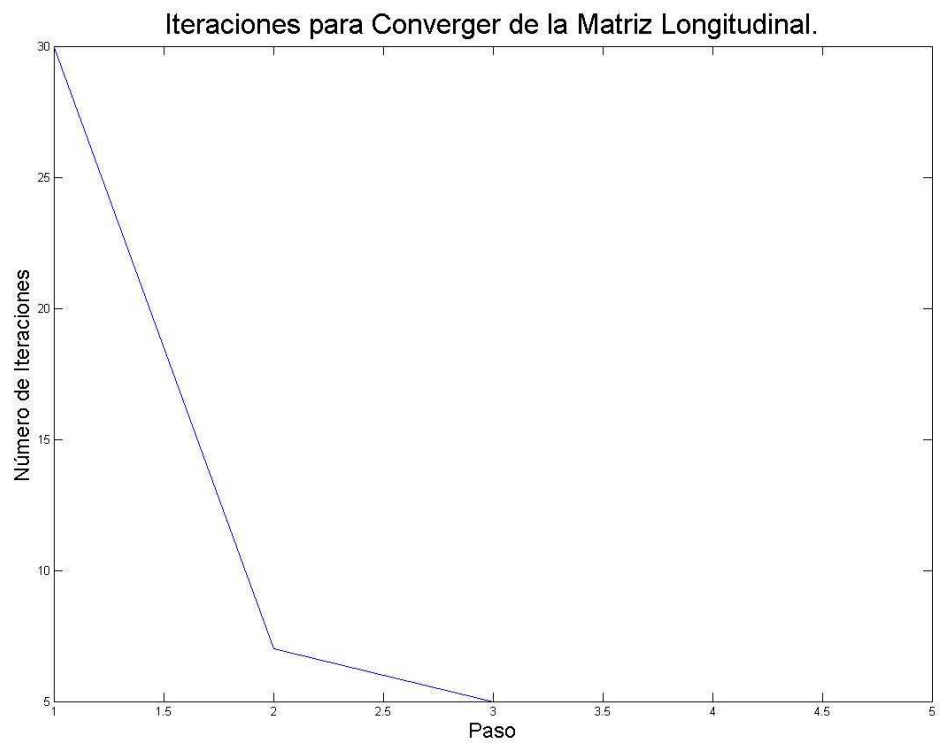
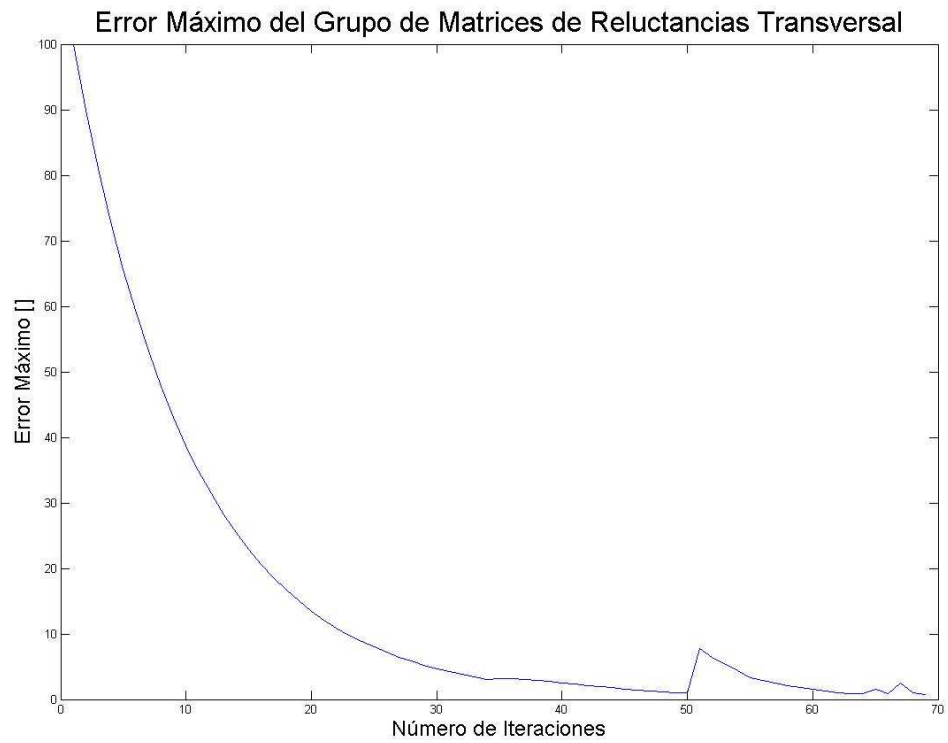
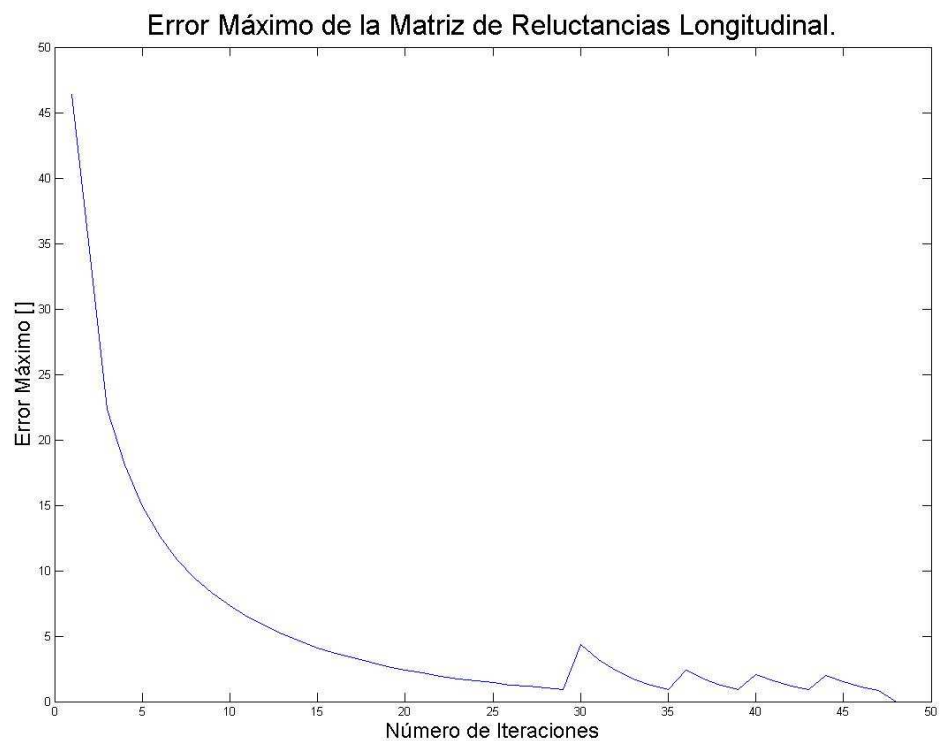


Figura 8-25 Número de iteraciones necesarias para converger de la matriz longitudinal en cada paso.



*Figura 8-26 Error máximo de la matriz de reluctancias transversal en función de la iteración.*



*Figura 8-27 Error máximo de la matriz de reluctancias longitudinal en función de la iteración.*

## Inducción en cada uno de los elementos

Dentro de este mismo apartado se exponen multitud de tablas. Cada tabla está referida a las variables indicadas en su parte inferior. Los valores de las tablas son siempre los valores del SI, aunque de todas formas vienen indicados en las tablas.

A pesar de la claridad con la que está confeccionadas las distintas tablas se necesita hacer una serie de comentarios:

- Los datos se muestran como ejemplo<sup>107</sup>. Se corresponden al caso en el que *el programa* ya ha convergido definitivamente. Para consultar criterios de convergencia ver apartado “Comprobación”.
- Del mismo modo solo se exponen datos correspondientes a un único sistema trifásico de corrientes correspondiente a un único tiempo de referencia. Esto se debe a que en este caso no se ha resuelto más de un esquema de corrientes<sup>108</sup>.
- Las matrices de reluctancias transversales no se corresponden con las matrices reales, sino con una simplificación hecha siguiendo el mismo criterio del apartado 4.2.3.4. De esta forma se consigue tanto una visión más esquemática y comprensible de las reluctancias como el hecho de poder representarlas.
- Notar que cuando se estudia el flujo en la culata o en el carril, el valor que se obtiene se corresponde a la distancia entre la suma de la mitad del diente y el hueco entre diente y diente.
- En los flujos por elementos, los valores de los huecos correspondientes a la filas 6 y 10 del esquema de reluctancias se corresponden con espacios de conductores. De esta forma, no se les asigna un valor de 0, sino que se les asigna el valor correspondiente a la excitación adimensionalizada correspondientemente<sup>109</sup>.
- Los flujos transversales corresponden al apilamiento de numerosas matrices independientes en una sola. Cada matriz independiente está definida por una columna izquierda correspondiente al diente central, una columna central correspondiente a la ranura y una columna derecha correspondiente al diente lateral. Tal y como se ha especificado en el apartado 4.2.2.1, el flujo es simétrico con respecto a la mitad de la columna central. De esta forma, se puede observar que el flujo entre la parte izquierda y la derecha es el mismo pero cambiado de signo.
- Los valores de las reluctancias correspondientes a elementos no ferromagnéticos se hallan divididos por 1000. De esta forma se consigue que todos los valores de los elementos se puedan apreciar, pues de otra forma, en el proceso de extracción de datos habrían sido despreciados.

---

<sup>107</sup> Esto se debe a que *el programa* es capaz de obtener muchos más datos.

<sup>108</sup> Se recuerda que el programa es capaz de obtener los resultados en función del tiempo.

<sup>109</sup> La adimensionalización es  $I/(I_{\max}/2)$

- Los valores de las reluctancias no ferromagnéticas se corresponden físicamente con el entrehierro magnético y con los huecos entre diente y diente. Los huecos están situados en la matriz en las zonas denominadas “huecos” excepto en la parte superior e inferior de dicha columna pues son respectivamente el carril y la culata. El entrehierro se corresponde con la segunda fila entera.
- En la representación de las reluctancias transversales, el valor del entrehierro no se ha dividido por ningún valor, se representa únicamente por su valor.
- Las entradas correspondiente a la primera y última fila de la última columna de la matriz de reluctancias relativas tienen un 0. Los 0 indican la ausencia de elemento<sup>110</sup>. ***El programa*** los ignora.

Es interesante notar que los valores entre las reluctancias longitudinales y transversales correspondientes a los mismos elementos no tienen los mismos valores. Ello se debe a que los sistemas de ecuaciones que representan no son los mismos. El sistema de ecuaciones longitudinal se corresponde con el real de la máquina y el transversal con una simplificación realizada para simplificar los cálculos<sup>111</sup>.

---

<sup>110</sup> Existe la ausencia de un elemento porque el número de culatas y de carriles de de “dientes-1”

<sup>111</sup> Entre otros motivos porque tiene la mitad de área en diente central.



## Resultados sin Saturación

|          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Hueco 1  | Hueco 2  | Hueco 3  | Hueco 4  | Hueco 5  | Hueco 6  | Hueco 7  | Hueco 8  | Hueco 9  | Hueco 10 |
| 0.2052   | 0.3013   | 0.3272   | 0.2886   | 0.1624   | 0.0302   | 0.0567   | 0.6082   | 1.0099   | 1.2458   |
| Hueco 11 | Hueco 12 | Hueco 13 | Hueco 14 | Hueco 15 | Hueco 16 | Hueco 17 | Hueco 18 | Hueco 19 | Hueco 20 |
| 1.3249   | 1.3942   | 1.4143   | 1.3613   | 1.0799   | 0.8729   | 0.606    | 0.3442   | 0.0127   | 0.2496   |
| Hueco 21 | Hueco 22 | Hueco 23 | Hueco 24 | Hueco 25 | Hueco 26 | Hueco 27 | Hueco 28 | Hueco 29 | Hueco 30 |
| 0.528    | 0.6773   | 0.6817   | 0.6808   | 0.6017   | 0.4922   | 0.2353   | 0.1182   | 0.0344   | 0.001    |

Tabla 8-3 Inducción magnética longitudinal en cada uno de los elementos en los que se divide la culata. Resultados sin saturación. Inducción magnética en Teslas. En valores absolutos.

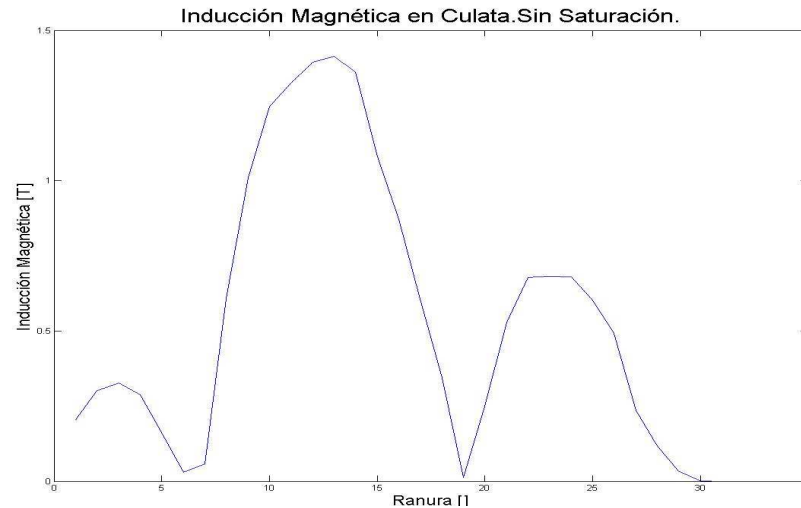


Figura 8-28  $B_x$  absoluta en la culata en función de la ranura. Resultados sin saturación.

|          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Hueco 1  | Hueco 2  | Hueco 3  | Hueco 4  | Hueco 5  | Hueco 6  | Hueco 7  | Hueco 8  | Hueco 9  | Hueco 10 |
| 0.2549   | 0.4056   | 0.4485   | 0.3842   | 0.2097   | 0.0263   | 0.3278   | 0.8622   | 1.3864   | 1.7673   |
| Hueco 11 | Hueco 12 | Hueco 13 | Hueco 14 | Hueco 15 | Hueco 16 | Hueco 17 | Hueco 18 | Hueco 19 | Hueco 20 |
| 2.0011   | 2.1273   | 2.1486   | 2.0477   | 1.7915   | 1.4632   | 1.0636   | 0.643    | 0.2043   | 0.2082   |
| Hueco 21 | Hueco 22 | Hueco 23 | Hueco 24 | Hueco 25 | Hueco 26 | Hueco 27 | Hueco 28 | Hueco 29 | Hueco 30 |
| 0.5876   | 0.8307   | 0.9356   | 0.9394   | 0.8393   | 0.6798   | 0.4672   | 0.2871   | 0.1433   | 0.0356   |

Tabla 8-4 Inducción magnética longitudinal en cada uno de los elementos en los que se divide el Carril en función de la ranura. Resultados sin saturación. Valores en Teslas. En valores absolutos.

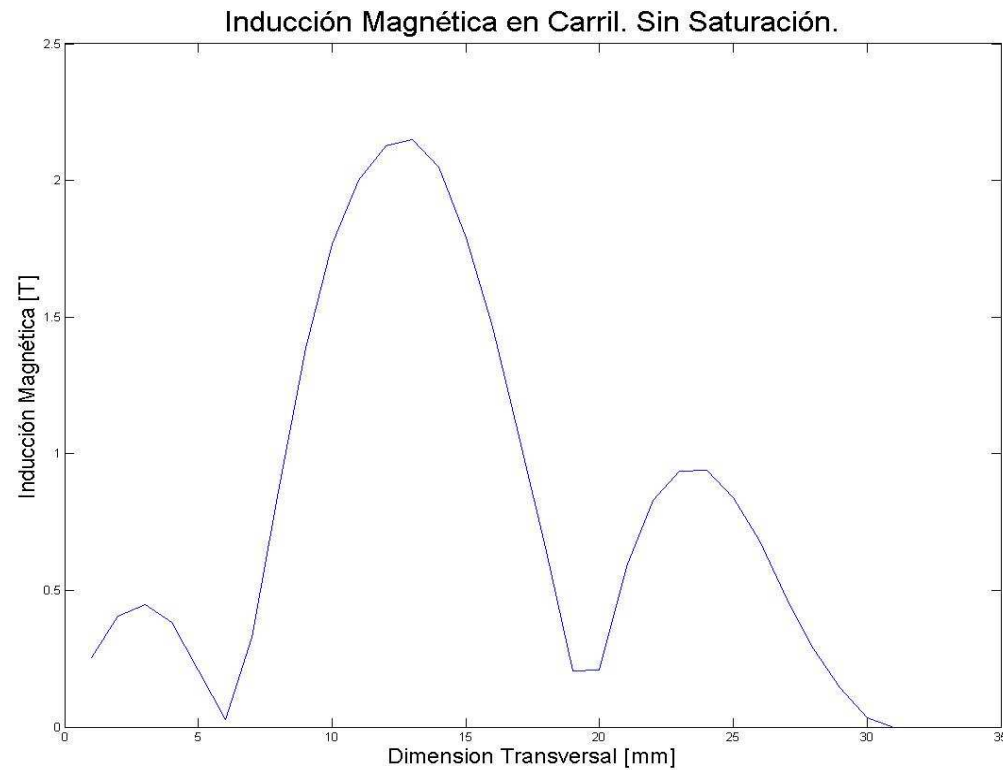


Figura 8-29  $B_x$  absoluta en el carril en función de la ranura. Resultados sin saturación.

| Diente 1    | Hueco 1     | Diente 2    | Hueco 2     | Diente 3    | Hueco 3     | Diente 4   | Hueco 4     | Diente 5   | Hueco 5     |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|
| 0           | -0.00066538 | 0           | -0.00105858 | 0           | -0.00117056 | 0          | -0.0010028  | 0          | -0.00054729 |
| -0.00066538 | 0           | -0.0003932  | 0           | -0.00011198 | 0           | 0.00016776 | 0           | 0.00045551 | 0           |
| 0           | -0.00013451 | 0           | -0.00013917 | 0           | -0.0001385  | 0          | -0.00014237 | 0          | -7.942E-05  |
| -0.00079989 | 0           | -0.00039786 | 0           | -0.00011131 | 0           | 0.0001639  | 0           | 0.00051846 | 0           |
| 0           | -0.00013951 | 0           | -0.000144   | 0           | -0.00014339 | 0          | -0.00014895 | 0          | -8.4903E-05 |
| -0.00093939 | 2           | -0.00040236 | 2           | -0.0001107  | 2           | 0.00015833 | 2           | 0.0005825  | 1           |
| 0           | 1.6094E-06  | 0           | 1.0431E-06  | 0           | 9.7046E-07  | 0          | 1.3176E-06  | 0          | 1.1311E-07  |
| -0.00093778 | 0           | -0.00040292 | 0           | -0.00011078 | 0           | 0.00015868 | 0           | 0.0005813  | 0           |
| 0           | 2.9009E-05  | 0           | 1.8951E-05  | 0           | 1.7765E-05  | 0          | 2.3922E-05  | 0          | 3.6379E-06  |
| -0.00090878 | 0           | -0.00041298 | 0           | -0.00011196 | 0           | 0.00016484 | 0           | 0.00056101 | 0           |
| 0           | 1.6095E-05  | 0           | 1.1127E-05  | 0           | 1.0454E-05  | 0          | 1.3492E-05  | 0          | 1.5713E-06  |
| -0.00089268 | 0           | -0.00041795 | 0           | -0.00011263 | 0           | 0.00016788 | 0           | 0.00054909 | 0           |
| 0           | 0.00089268  | 0           | 0.00131063  | 0           | 0.00142326  | 0          | 0.00125539  | 0          | 0.00070629  |
| Diente 6    | Hueco 6     | Diente 7    | Hueco 7     | Diente 8    | Hueco 8     | Diente 9   | Hueco 9     | Diente 10  | Hueco 10    |
| 0           | 6.8754E-05  | 0           | 0.00085552  | 0           | 0.00225047  | 0          | 0.00361852  | 0          | 0.00461255  |
| 0.00061605  | 0           | 0.00078676  | 0           | 0.00139495  | 0           | 0.00136805 | 0           | 0.00099403 | 0           |
| 0           | -8.4107E-05 | 0           | -0.00029932 | 0           | 1.4462E-05  | 0          | 0.00018628  | 0          | 0.0001916   |
| 0.00061136  | 0           | 0.00057155  | 0           | 0.00170873  | 0           | 0.00153986 | 0           | 0.00099935 | 0           |
| 0           | -0.00010594 | 0           | -0.00062087 | 0           | 0.00023038  | 0          | 0.00046898  | 0          | 0.00048757  |
| 0.00059032  | 1           | 5.6624E-05  | 1           | 0.00255999  | 1           | 0.00177846 | -1          | 0.00101795 | -1          |
| 0           | -7.6904E-07 | 0           | 3.1793E-05  | 0           | 2.2666E-05  | 0          | 2.2478E-05  | 0          | 2.2532E-05  |
| 0.00058944  | 0           | 8.9186E-05  | 0           | 0.00255086  | 0           | 0.00177827 | 0           | 0.001018   | 0           |
| 0           | -3.0725E-06 | 0           | 0.0002153   | 0           | 0.00015146  | 0          | 0.0001246   | 0          | 0.00013261  |
| 0.00058273  | 0           | 0.00030756  | -2          | 0.00248702  | -2          | 0.00175141 | -2          | 0.00102601 | -2          |
| 0           | -6.1516E-06 | 0           | 6.4263E-05  | 0           | -2.3595E-05 | 0          | -2.765E-05  | 0          | -2.7487E-05 |
| 0.00057501  | 0           | 0.00037798  | 0           | 0.00239916  | 0           | 0.00174735 | 0           | 0.00102617 | 0           |
| 0           | 0.00013129  | 0           | -0.00024669 | 0           | -0.00264585 | 0          | -0.0043932  | 0          | -0.00541937 |

Tabla 8-5 Flujo longitudinal por elementos. Sin saturación. Parte primera (de tres). Flujo en Wb.

| Diente 11   | Hueco 11    | Diente 12   | Hueco 12    | Diente 13   | Hueco 13    | Diente 14   | Hueco 14    | Diente 15   | Hueco 15    |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0           | 0.00522284  | 0           | 0.0055522   | 0           | 0.00560785  | 0           | 0.0053444   | 0           | 0.00467592  |
| 0.00061029  | 0           | 0.00032936  | 0           | 5.56497E-05 | 0           | -0.00026346 | 0           | -0.00066847 | 0           |
| 0           | 0.00014125  | 0           | 0.00013787  | 0           | 0.00016028  | 0           | 0.00020248  | 0           | 9.5348E-05  |
| 0.00055995  | 0           | 0.00032598  | 0           | 7.80531E-05 | 0           | -0.00022125 | 0           | -0.00077561 | 0           |
| 0           | 0.00032672  | 0           | 0.00031166  | 0           | 0.00032939  | 0           | 0.00036511  | 0           | 1.9862E-05  |
| 0.00039909  | -1          | 0.00031092  | -1          | 9.57851E-05 | -2          | -0.00018553 | -2          | -0.00112086 | -2          |
| 0           | 1.2112E-05  | 0           | 1.1504E-05  | 0           | 1.1198E-05  | 0           | 8.9175E-06  | 0           | -1.1641E-05 |
| 0.00038867  | 0           | 0.00031031  | 0           | 9.54791E-05 | 0           | -0.00018781 | 0           | -0.00114142 | 0           |
| 0           | 6.781E-05   | 0           | 6.4824E-05  | 0           | 6.0289E-05  | 0           | 3.8651E-05  | 0           | -8.7432E-05 |
| 0.00032388  | -1          | 0.00030733  | -1          | 9.09441E-05 | -1          | -0.00020945 | -1          | -0.0012675  | 1           |
| 0           | -7.4245E-06 | 0           | -1.322E-05  | 0           | -1.6641E-05 | 0           | -3.795E-05  | 0           | 5.3915E-06  |
| 0.00034394  | 0           | 0.00030153  | 0           | 8.75232E-05 | 0           | -0.00023076 | 0           | -0.00122416 | 0           |
| 0           | -0.00576331 | 0           | -0.00606485 | 0           | -0.00615237 | 0           | -0.00592161 | 0           | -0.00469745 |
| Diente 16   | Hueco 16    | Diente 17   | Hueco 17    | Diente 18   | Hueco 18    | Diente 19   | Hueco 19    | Diente 20   | Hueco 20    |
| 0           | 0.00381906  | 0           | 0.00277593  | 0           | 0.00167819  | 0           | 0.00053326  | 0           | -0.00054343 |
| -0.00085686 | 0           | -0.00104313 | 0           | -0.00109774 | 0           | -0.00114493 | 0           | -0.0010767  | 0           |
| 0           | 9.3848E-05  | 0           | 2.8395E-05  | 0           | 2.4154E-05  | 0           | -3.3345E-05 | 0           | -4.2922E-05 |
| -0.00085836 | 0           | -0.00110859 | 0           | -0.00110198 | 0           | -0.00120243 | 0           | -0.00108628 | 0           |
| 0           | 1.2649E-05  | 0           | -6.9385E-05 | 0           | -8.651E-05  | 0           | -0.00027109 | 0           | -0.00029983 |
| -0.00086557 | -2          | -0.00119062 | -1          | -0.0011191  | -1          | -0.00138701 | -1          | -0.00111501 | -1          |
| 0           | -1.3607E-05 | 0           | -1.2556E-05 | 0           | -1.3615E-05 | 0           | -2.4028E-05 | 0           | -2.5262E-05 |
| -0.00086754 | 0           | -0.00118957 | 0           | -0.00112016 | 0           | -0.00139742 | 0           | -0.00111624 | 0           |
| 0           | -0.00010245 | 0           | -8.4168E-05 | 0           | -9.3904E-05 | 0           | -0.00015915 | 0           | -0.00017307 |
| -0.00088256 | 1           | -0.00117129 | 1           | -0.0011299  | 1           | -0.00146267 | 2           | -0.00113016 | 2           |
| 0           | -1.2324E-05 | 0           | -2.0752E-06 | 0           | -1.1244E-05 | 0           | 9.5527E-06  | 0           | -1.1028E-06 |
| -0.00090027 | 0           | -0.00116104 | 0           | -0.00113907 | 0           | -0.00144188 | 0           | -0.00114081 | 0           |
| 0           | -0.00379718 | 0           | -0.00263614 | 0           | -0.00149707 | 0           | -5.5197E-05 | 0           | 0.00108562  |

Tabla 8-6 Flujo longitudinal por elementos. Sin saturación. Parte segunda (de tres). Flujo en Wb.

| Diente 21   | Hueco 21    | Diente 22   | Hueco 22    | Diente 23   | Hueco 23    | Diente 24   | Hueco 24    | Diente 25  | Hueco 25    |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|
| 0           | -0.00153364 | 0           | -0.0021682  | 0           | -0.00244197 | 0           | -0.00245173 | 0          | -0.00219046 |
| -0.00099021 | 0           | -0.00063456 | 0           | -0.00027378 | 0           | -9.7571E-06 | 0           | 0.00026127 | 0           |
| 0           | -0.00017611 | 0           | -0.00017898 | 0           | -0.00013143 | 0           | -0.00013489 | 0          | -7.7496E-05 |
| -0.0011234  | 0           | -0.00063743 | 0           | -0.00022623 | 0           | -1.3217E-05 | 0           | 0.00031867 | 0           |
| 0           | -0.00045009 | 0           | -0.00045996 | 0           | -0.00030932 | 0           | -0.00031399 | 0          | -0.00026432 |
| -0.00127366 | 1           | -0.0006473  | 1           | -7.5586E-05 | 1           | -1.7884E-05 | 1           | 0.00036834 | 0           |
| 0           | -2.3078E-05 | 0           | -2.2827E-05 | 0           | -1.2328E-05 | 0           | -1.124E-05  | 0          | -1.1994E-05 |
| -0.00127147 | 0           | -0.00064705 | 0           | -6.5087E-05 | 0           | -1.6796E-05 | 0           | 0.00036759 | 0           |
| 0           | -0.00013423 | 0           | -0.00013945 | 0           | -7.4247E-05 | 0           | -6.3393E-05 | 0          | -8.0039E-05 |
| -0.00123264 | 2           | -0.00065227 | 2           | 1.2067E-07  | 1           | -5.9423E-06 | 1           | 0.00035094 | 1           |
| 0           | 2.0353E-05  | 0           | 2.322E-05   | 0           | 3.8701E-06  | 0           | 1.3966E-05  | 0          | 6.974E-06   |
| -0.00121118 | 0           | -0.0006494  | 0           | -1.923E-05  | 0           | 4.1541E-06  | 0           | 0.00034395 | 0           |
| 0           | 0.0022968   | 0           | 0.0029462   | 0           | 0.00296543  | 0           | 0.00296128  | 0          | 0.00261733  |

| Diente 26  | Hueco 26    | Diente 27  | Hueco 27    | Diente 28  | Hueco 28    | Diente 29  | Hueco 29    | Diente 30  | Hueco 30    | Diente 31   |
|------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|-------------|
| 0          | -0.00177433 | 0          | -0.00121949 | 0          | -0.00074926 | 0          | -0.00037408 | 0          | -9.2825E-05 | 0           |
| 0.00041613 | 0           | 0.00055484 | 0           | 0.00047023 | 0           | 0.00037518 | 0           | 0.00028125 | 0           | 9.2825E-05  |
| 0          | -6.9318E-05 | 0          | 4.1056E-05  | 0          | 4.645E-05   | 0          | 4.6094E-05  | 0          | 9.1574E-05  | 0           |
| 0.00042431 | 0           | 0.00066522 | 0           | 0.00047562 | 0           | 0.00037482 | 0           | 0.00032674 | 0           | 1.251E-06   |
| 0          | -0.00024386 | 0          | 9.9451E-05  | 0          | 0.00010873  | 0          | 0.00010795  | 0          | 8.3752E-07  | 0           |
| 0.00044477 | 0           | 0.00100853 | 0           | 0.0004849  | 0           | 0.00037404 | 0           | 0.00021962 | 0           | 4.1347E-07  |
| 0          | -1.0262E-05 | 0          | 1.0541E-05  | 0          | 1.2109E-05  | 0          | 1.1912E-05  | 0          | 4.0415E-07  | 0           |
| 0.0004465  | 0           | 0.00102933 | 0           | 0.00048647 | 0           | 0.00037385 | 0           | 0.00020811 | 0           | 9.3174E-09  |
| 0          | -6.6259E-05 | 0          | 6.3245E-05  | 0          | 7.1983E-05  | 0          | 6.5472E-05  | 0          | 6.2134E-05  | 0           |
| 0.00046028 | 1           | 0.00115883 | -1          | 0.0004952  | -1          | 0.00036734 | -1          | 0.00020478 | -1          | -6.2124E-05 |
| 0          | 2.2741E-05  | 0          | -1.8341E-05 | 0          | -4.0839E-06 | 0          | -6.8513E-06 | 0          | -6.6606E-05 | 0           |
| 0.00047605 | 0           | 0.00111775 | 0           | 0.00050946 | 0           | 0.00036457 | 0           | 0.00014502 | 0           | 4.4818E-06  |
| 0          | 0.00214128  | 0          | 0.00102353  | 0          | 0.00051407  | 0          | 0.0001495   | 0          | 4.4818E-06  | 0           |

Tabla 8-7 Flujo longitudinal por elementos. Sin saturación. Parte tercera (de tres). Flujo en Wb.

| Diente 2    | Hueco 2     | Lateral 2  | Diente 3    | Hueco 3     | Lateral 3  | Diente 4    | Hueco 4     | Lateral 4  |
|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|------------|
| 0           | -0.00013035 | 0          | 0           | -0.00026071 | 0          | 0           | -0.00039106 | 0          |
| -0.00013035 | 0           | 0.00013035 | -0.00026071 | 0           | 0.00026071 | -0.00039106 | 0           | 0.00039106 |
| 0           | -7.8329E-06 | 0          | 0           | -1.5666E-05 | 0          | 0           | -2.3499E-05 | 0          |
| -0.00013819 | 0           | 0.00013819 | -0.00027638 | 0           | 0.00027638 | -0.00041456 | 0           | 0.00041456 |
| 0           | -2.4297E-05 | 0          | 0           | -4.8595E-05 | 0          | 0           | -7.2892E-05 | 0          |
| -0.00016249 | 2           | 0.00016249 | -0.00032497 | 4           | 0.00032497 | -0.00048746 | 6           | 0.00048746 |
| 0           | 1.1314E-07  | 0          | 0           | 2.2627E-07  | 0          | 0           | 3.3941E-07  | 0          |
| -0.00016237 | 0           | 0.00016237 | -0.00032474 | 0           | 0.00032474 | -0.00048712 | 0           | 0.00048712 |
| 0           | 6.8815E-07  | 0          | 0           | 1.3763E-06  | 0          | 0           | 2.0645E-06  | 0          |
| -0.00016168 | 0           | 0.00016168 | -0.00032337 | 0           | 0.00032337 | -0.00048505 | 0           | 0.00048505 |
| 0           | 2.2032E-06  | 0          | 0           | 4.4064E-06  | 0          | 0           | 6.6096E-06  | 0          |
| -0.00015948 | 0           | 0.00015948 | -0.00031896 | 0           | 0.00031896 | -0.00047844 | 0           | 0.00047844 |
| 0           | 0.00015948  | 0          | 0           | 0.00031896  | 0          | 0           | 0.00047844  | 0          |
| Diente 5    | Hueco 5     | Lateral 5  | Diente 6    | Hueco 6     | Lateral 6  | Diente 7    | Hueco 7     | Lateral 7  |
| 0           | -0.00052102 | 0          | 0           | -0.00058581 | 0          | 0           | -0.00065059 | 0          |
| -0.00052102 | 0           | 0.00052102 | -0.00058581 | 0           | 0.00058581 | -0.00065059 | 0           | 0.00065059 |
| 0           | -3.1308E-05 | 0          | 0           | -3.5201E-05 | 0          | 0           | -3.9093E-05 | 0          |
| -0.00055233 | 0           | 0.00055233 | -0.00062101 | 0           | 0.00062101 | -0.00068968 | 0           | 0.00068968 |
| 0           | -8.0966E-05 | 0          | 0           | -7.6892E-05 | 0          | 0           | -7.2818E-05 | 0          |
| -0.0006333  | 6           | 0.0006333  | -0.0006979  | 5           | 0.0006979  | -0.0007625  | 4           | 0.0007625  |
| 0           | -9.9564E-07 | 0          | 0           | -2.3873E-06 | 0          | 0           | -3.7789E-06 | 0          |
| -0.00063429 | 0           | 0.00063429 | -0.00070029 | 0           | 0.00070029 | -0.00076628 | 0           | 0.00076628 |
| 0           | -2.266E-05  | 0          | 0           | -4.7728E-05 | 0          | 0           | -7.2797E-05 | 0          |
| -0.00065695 | 2           | 0.00065695 | -0.00074802 | 4           | 0.00074802 | -0.00083908 | 6           | 0.00083908 |
| 0           | 8.952E-06   | 0          | 0           | 1.0193E-05  | 0          | 0           | 1.1434E-05  | 0          |
| -0.000648   | 0           | 0.000648   | -0.00073782 | 0           | 0.00073782 | -0.00082764 | 0           | 0.00082764 |
| 0           | 0.000648    | 0          | 0           | 0.00073782  | 0          | 0           | 0.00082764  | 0          |

Tabla 8-8 Flujo transversal por elementos. Sin saturación. Parte primera (De cinco). Flujo en Wb.

| Diente 8    | Hueco 8     | Lateral 8  | Diente 9    | Hueco 9     | Lateral 9   | Diente 10   | Hueco 10    | Lateral 10  |
|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0           | -0.00058541 | 0          | 0           | -0.00052043 | 0           | 0           | -0.0003251  | 0           |
| -0.00058541 | 0           | 0.00058541 | -0.00052043 | 0           | 0.00052043  | -0.0003251  | 0           | 0.0003251   |
| 0           | -3.5177E-05 | 0          | 0           | -3.1272E-05 | 0           | 0           | -1.9535E-05 | 0           |
| -0.00062059 | 0           | 0.00062059 | -0.0005517  | 0           | 0.0005517   | -0.00034463 | 0           | 0.00034463  |
| 0           | -6.067E-05  | 0          | 0           | -5.6632E-05 | 0           | 0           | -2.8298E-05 | 0           |
| -0.00068126 | 3           | 0.00068126 | -0.00060834 | 3           | 0.00060834  | -0.00037293 | 1           | 0.00037293  |
| 0           | -3.8355E-06 | 0          | 0           | -3.1679E-06 | 0           | 0           | -2.6135E-06 | 0           |
| -0.00068509 | 0           | 0.00068509 | -0.0006115  | 0           | 0.0006115   | -0.00037554 | 0           | 0.00037554  |
| 0           | -7.3141E-05 | 0          | 0           | -6.0779E-05 | 0           | 0           | -4.9105E-05 | 0           |
| -0.00075823 | 6           | 0.00075823 | -0.00067228 | 5           | 0.00067228  | -0.00042465 | 4           | 0.00042465  |
| 0           | 1.0332E-05  | 0          | 0           | 9.1609E-06  | 0           | 0           | 5.7865E-06  | 0           |
| -0.0007479  | 0           | 0.0007479  | -0.00066312 | 0           | 0.00066312  | -0.00041886 | 0           | 0.00041886  |
| 0           | 0.0007479   | 0          | 0           | 0.00066312  | 0           | 0           | 0.00041886  | 0           |
| Diente 11   | Hueco 11    | Lateral 11 | Diente 12   | Hueco 12    | Lateral 12  | Diente 13   | Hueco 13    | Lateral 13  |
| 0           | -0.00012976 | 0          | 0           | 5.9255E-07  | 0           | 0           | 0.00013055  | 0           |
| -0.00012976 | 0           | 0.00012976 | 5.9255E-07  | 0           | -5.9255E-07 | 0.00013055  | 0           | -0.00013055 |
| 0           | -7.7973E-06 | 0          | 0           | 3.5606E-08  | 0           | 0           | 7.8448E-06  | 0           |
| -0.00013756 | 0           | 0.00013756 | 6.2815E-07  | 0           | -6.2815E-07 | 0.0001384   | 0           | -0.0001384  |
| 0           | 3.6816E-08  | 0          | 0           | 2.4334E-05  | 0           | 0           | 3.2409E-05  | 0           |
| -0.00013752 | -1          | 0.00013752 | 2.4962E-05  | -3          | -2.4962E-05 | 0.00017081  | -3          | -0.00017081 |
| 0           | -2.0591E-06 | 0          | 0           | -2.1723E-06 | 0           | 0           | -8.3723E-07 | 0           |
| -0.00013958 | 0           | 0.00013958 | 2.279E-05   | 0           | -2.279E-05  | 0.00016997  | 0           | -0.00016997 |
| 0           | -3.7431E-05 | 0          | 0           | -3.8119E-05 | 0           | 0           | -1.3394E-05 | 0           |
| -0.00017701 | 3           | 0.00017701 | -1.5329E-05 | 3           | 1.5329E-05  | 0.00015657  | 1           | -0.00015657 |
| 0           | 2.4121E-06  | 0          | 0           | 2.0888E-07  | 0           | 0           | -2.1336E-06 | 0           |
| -0.0001746  | 0           | 0.0001746  | -1.512E-05  | 0           | 1.512E-05   | 0.00015444  | 0           | -0.00015444 |
| 0           | 0.0001746   | 0          | 0           | 1.512E-05   | 0           | 0           | -0.00015444 | 0           |

Tabla 8-9 Flujo transversal por elementos. Sin saturación. Parte segunda (De cinco). Flujo en Wb.

| Diente 14  | Hueco 14    | Lateral 14  | Diente 15  | Hueco 15    | Lateral 15  | Diente 16  | Hueco 16    | Lateral 16  |
|------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|
| 0          | 0.00032569  | 0           | 0          | 0.00052083  | 0           | 0          | 0.000586    | 0           |
| 0.00032569 | 0           | -0.00032569 | 0.00052083 | 0           | -0.00052083 | 0.000586   | 0           | -0.000586   |
| 0          | 1.957E-05   | 0           | 0          | 3.1296E-05  | 0           | 0          | 3.5212E-05  | 0           |
| 0.00034526 | 0           | -0.00034526 | 0.00055212 | 0           | -0.00055212 | 0.00062122 | 0           | -0.00062122 |
| 0          | 5.2632E-05  | 0           | 0          | 7.2855E-05  | 0           | 0          | 8.5004E-05  | 0           |
| 0.00039789 | -4          | -0.00039789 | 0.00062498 | -5          | -0.00062498 | 0.00070622 | -6          | -0.00070622 |
| 0          | 4.4125E-07  | 0           | 0          | 1.7197E-06  | 0           | 0          | 1.6632E-06  | 0           |
| 0.00039833 | 0           | -0.00039833 | 0.0006267  | 0           | -0.0006267  | 0.00070788 | 0           | -0.00070788 |
| 0          | 1.0986E-05  | 0           | 0          | 3.5366E-05  | 0           | 0          | 3.5022E-05  | 0           |
| 0.00040932 | -1          | -0.00040932 | 0.00066206 | -3          | -0.00066206 | 0.00074291 | -3          | -0.00074291 |
| 0          | -5.5776E-06 | 0           | 0          | -9.0216E-06 | 0           | 0          | -1.0123E-05 | 0           |
| 0.00040374 | 0           | -0.00040374 | 0.00065304 | 0           | -0.00065304 | 0.00073278 | 0           | -0.00073278 |
| 0          | -0.00040374 | 0           | 0          | -0.00065304 | 0           | 0          | -0.00073278 | 0           |
| Diente 17  | Hueco 17    | Lateral 17  | Diente 18  | Hueco 18    | Lateral 18  | Diente 19  | Hueco 19    | Lateral 19  |
| 0          | 0.00065098  | 0           | 0          | 0.00065079  | 0           | 0          | 0.00065059  | 0           |
| 0.00065098 | 0           | -0.00065098 | 0.00065079 | 0           | -0.00065079 | 0.00065059 | 0           | -0.00065059 |
| 0          | 3.9117E-05  | 0           | 0          | 3.9105E-05  | 0           | 0          | 3.9093E-05  | 0           |
| 0.0006901  | 0           | -0.0006901  | 0.00068989 | 0           | -0.00068989 | 0.00068968 | 0           | -0.00068968 |
| 0          | 8.9041E-05  | 0           | 0          | 8.093E-05   | 0           | 0          | 7.2818E-05  | 0           |
| 0.00077914 | -6          | -0.00077914 | 0.00077082 | -5          | -0.00077082 | 0.0007625  | -4          | -0.0007625  |
| 0          | 2.3307E-06  | 0           | 0          | 3.0548E-06  | 0           | 0          | 3.7789E-06  | 0           |
| 0.00078147 | 0           | -0.00078147 | 0.00077388 | 0           | -0.00077388 | 0.00076628 | 0           | -0.00076628 |
| 0          | 4.7384E-05  | 0           | 0          | 6.0091E-05  | 0           | 0          | 7.2797E-05  | 0           |
| 0.00082886 | -4          | -0.00082886 | 0.00083397 | -5          | -0.00083397 | 0.00083908 | -6          | -0.00083908 |
| 0          | -1.1294E-05 | 0           | 0          | -1.1364E-05 | 0           | 0          | -1.1434E-05 | 0           |
| 0.00081756 | 0           | -0.00081756 | 0.0008226  | 0           | -0.0008226  | 0.00082764 | 0           | -0.00082764 |
| 0          | -0.00081756 | 0           | 0          | -0.0008226  | 0           | 0          | -0.00082764 | 0           |

Tabla 8-10 Flujo transversal por elementos. Sin saturación. Parte tercera (De cinco). Flujo en Wb.



| Diente 20  | Hueco 20    | Lateral 20  | Diente 21   | Hueco 21    | Lateral 21  | Diente 22   | Hueco 22    | Lateral 22  |
|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0          | 0.00058541  | 0           | 0           | 0.00052043  | 0           | 0           | 0.0003251   | 0           |
| 0.00058541 | 0           | -0.00058541 | 0.00052043  | 0           | -0.00052043 | 0.0003251   | 0           | -0.0003251  |
| 0          | 3.5177E-05  | 0           | 0           | 3.1272E-05  | 0           | 0           | 1.9535E-05  | 0           |
| 0.00062059 | 0           | -0.00062059 | 0.0005517   | 0           | -0.0005517  | 0.00034463  | 0           | -0.00034463 |
| 0          | 6.067E-05   | 0           | 0           | 5.6632E-05  | 0           | 0           | 2.8298E-05  | 0           |
| 0.00068126 | -3          | -0.00068126 | 0.00060834  | -3          | -0.00060834 | 0.00037293  | -1          | -0.00037293 |
| 0          | 3.8355E-06  | 0           | 0           | 3.1679E-06  | 0           | 0           | 2.6135E-06  | 0           |
| 0.00068509 | 0           | -0.00068509 | 0.0006115   | 0           | -0.0006115  | 0.00037554  | 0           | -0.00037554 |
| 0          | 7.3141E-05  | 0           | 0           | 6.0779E-05  | 0           | 0           | 4.9105E-05  | 0           |
| 0.00075823 | -6          | -0.00075823 | 0.00067228  | -5          | -0.00067228 | 0.00042465  | -4          | -0.00042465 |
| 0          | -1.0332E-05 | 0           | 0           | -9.1609E-06 | 0           | 0           | -5.7865E-06 | 0           |
| 0.0007479  | 0           | -0.0007479  | 0.00066312  | 0           | -0.00066312 | 0.00041886  | 0           | -0.00041886 |
| 0          | -0.0007479  | 0           | 0           | -0.00066312 | 0           | 0           | -0.00041886 | 0           |
| Diente 23  | Hueco 23    | Lateral 23  | Diente 24   | Hueco 24    | Lateral 24  | Diente 25   | Hueco 25    | Lateral 25  |
| 0          | 0.00012976  | 0           | 0           | -5.9255E-07 | 0           | 0           | -0.00013055 | 0           |
| 0.00012976 | 0           | -0.00012976 | -5.9255E-07 | 0           | 5.9255E-07  | -0.00013055 | 0           | 0.00013055  |
| 0          | 7.7973E-06  | 0           | 0           | -3.5606E-08 | 0           | 0           | -7.8448E-06 | 0           |
| 0.00013756 | 0           | -0.00013756 | -6.2815E-07 | 0           | 6.2815E-07  | -0.0001384  | 0           | 0.0001384   |
| 0          | -3.6816E-08 | 0           | 0           | -2.4334E-05 | 0           | 0           | -3.2409E-05 | 0           |
| 0.00013752 | 1           | -0.00013752 | -2.4962E-05 | 3           | 2.4962E-05  | -0.00017081 | 3           | 0.00017081  |
| 0          | 2.0591E-06  | 0           | 0           | 2.1723E-06  | 0           | 0           | 8.3723E-07  | 0           |
| 0.00013958 | 0           | -0.00013958 | -2.279E-05  | 0           | 2.279E-05   | -0.00016997 | 0           | 0.00016997  |
| 0          | 3.7431E-05  | 0           | 0           | 3.8119E-05  | 0           | 0           | 1.3394E-05  | 0           |
| 0.00017701 | -3          | -0.00017701 | 1.5329E-05  | -3          | -1.5329E-05 | -0.00015657 | -1          | 0.00015657  |
| 0          | -2.4121E-06 | 0           | 0           | -2.0888E-07 | 0           | 0           | 2.1336E-06  | 0           |
| 0.0001746  | 0           | -0.0001746  | 1.512E-05   | 0           | -1.512E-05  | -0.00015444 | 0           | 0.00015444  |
| 0          | -0.0001746  | 0           | 0           | -1.512E-05  | 0           | 0           | 0.00015444  | 0           |

Tabla 8-11 Flujo transversal por elementos. Sin saturación. Parte cuarta (De cinco). Flujo en Wb.

| Diente 26   | Hueco 26    | Lateral 26 | Diente 27   | Hueco 27    | Lateral 27 | Diente 28   | Hueco 28    | Lateral 28 |
|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|------------|
| 0           | -0.00019533 | 0          | 0           | -0.00026012 | 0          | 0           | -0.00019494 | 0          |
| -0.00019533 | 0           | 0.00019533 | -0.00026012 | 0           | 0.00026012 | -0.00019494 | 0           | 0.00019494 |
| 0           | -1.1737E-05 | 0          | 0           | -1.563E-05  | 0          | 0           | -1.1714E-05 | 0          |
| -0.00020707 | 0           | 0.00020707 | -0.00027575 | 0           | 0.00027575 | -0.00020665 | 0           | 0.00020665 |
| 0           | -2.8335E-05 | 0          | 0           | -2.426E-05  | 0          | 0           | -1.2112E-05 | 0          |
| -0.00023541 | 2           | 0.00023541 | -0.00030001 | 1           | 0.00030001 | -0.00021877 | 0           | 0.00021877 |
| 0           | -5.5439E-07 | 0          | 0           | -1.946E-06  | 0          | 0           | -2.0026E-06 | 0          |
| -0.00023596 | 0           | 0.00023596 | -0.00030195 | 0           | 0.00030195 | -0.00022077 | 0           | 0.00022077 |
| 0           | -1.1674E-05 | 0          | 0           | -3.6743E-05 | 0          | 0           | -3.7087E-05 | 0          |
| -0.00024764 | 1           | 0.00024764 | -0.0003387  | 3           | 0.0003387  | -0.00025785 | 3           | 0.00025785 |
| 0           | 3.3744E-06  | 0          | 0           | 4.6152E-06  | 0          | 0           | 3.5137E-06  | 0          |
| -0.00024426 | 0           | 0.00024426 | -0.00033408 | 0           | 0.00033408 | -0.00025434 | 0           | 0.00025434 |
| 0           | 0.00024426  | 0          | 0           | 0.00033408  | 0          | 0           | 0.00025434  | 0          |
|             |             |            |             |             |            |             |             |            |
| Diente 29   | Hueco 29    | Lateral 29 | Diente 30   | Hueco 30    | Lateral 30 |             |             |            |
| 0           | -0.00012996 | 0          | 0           | -6.498E-05  | 0          |             |             |            |
| -0.00012996 | 0           | 0.00012996 | -6.498E-05  | 0           | 6.498E-05  |             |             |            |
| 0           | -7.8091E-06 | 0          | 0           | -3.9046E-06 | 0          |             |             |            |
| -0.00013777 | 0           | 0.00013777 | -6.8884E-05 | 0           | 6.8884E-05 |             |             |            |
| 0           | -8.0746E-06 | 0          | 0           | -4.0373E-06 | 0          |             |             |            |
| -0.00014584 | 0           | 0.00014584 | -7.2922E-05 | 0           | 7.2922E-05 |             |             |            |
| 0           | -1.3351E-06 | 0          | 0           | -6.6753E-07 | 0          |             |             |            |
| -0.00014718 | 0           | 0.00014718 | -7.3589E-05 | 0           | 7.3589E-05 |             |             |            |
| 0           | -2.4724E-05 | 0          | 0           | -1.2362E-05 | 0          |             |             |            |
| -0.0001719  | 2           | 0.0001719  | -8.5951E-05 | 1           | 8.5951E-05 |             |             |            |
| 0           | 2.3424E-06  | 0          | 0           | 1.1712E-06  | 0          |             |             |            |
| -0.00016956 | 0           | 0.00016956 | -8.478E-05  | 0           | 8.478E-05  |             |             |            |
| 0           | 0.00016956  | 0          | 0           | 8.478E-05   | 0          |             |             |            |

Tabla 8-12 Flujo transversal por elementos. Sin saturación. Parte quinta (De cinco). Flujo en Wb.

|          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |  |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--|
| Hueco 2  | Hueco 3  | Hueco 4  | Hueco 5  | Hueco 6  | Hueco 7  | Hueco 8  | Hueco 9  | Hueco 10 |          |  |
| -0.7557  | -1.5114  | -2.267   | -3.0204  | -3.396   | -3.7715  | -3.3937  | -3.017   | -1.8846  |          |  |
| Hueco 11 | Hueco 12 | Hueco 13 | Hueco 14 | Hueco 15 | Hueco 16 | Hueco 17 | Hueco 18 | Hueco 19 | Hueco 20 |  |
| -0.7522  | 0.0034   | 0.7568   | 1.8881   | 3.0193   | 3.3971   | 3.7738   | 3.7727   | 3.7715   | 3.3937   |  |
| Hueco 21 | Hueco 22 | Hueco 23 | Hueco 24 | Hueco 25 | Hueco 26 | Hueco 27 | Hueco 28 | Hueco 29 | Hueco 30 |  |
| 3.017    | 1.8846   | 0.7522   | -0.0034  | -0.7568  | -1.1324  | -1.5079  | -1.1301  | -0.7534  | -0.3767  |  |

*Tabla 8-13 Datos de Inducción transversal en la culata. Valores en Teslas.*

|          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |  |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--|
| Hueco 1  | Hueco 2  | Hueco 3  | Hueco 4  | Hueco 5  | Hueco 6  | Hueco 7  | Hueco 8  | Hueco 9  | Hueco 10 |  |
| -0.2549  | -0.4056  | -0.4485  | -0.3842  | -0.2097  | 0.0263   | 0.3278   | 0.8622   | 1.3864   | 1.7673   |  |
| Hueco 11 | Hueco 12 | Hueco 13 | Hueco 14 | Hueco 15 | Hueco 16 | Hueco 17 | Hueco 18 | Hueco 19 | Hueco 20 |  |
| 2.0011   | 2.1273   | 2.1486   | 2.0477   | 1.7915   | 1.4632   | 1.0636   | 0.643    | 0.2043   | -0.2082  |  |
| Hueco 21 | Hueco 22 | Hueco 23 | Hueco 24 | Hueco 25 | Hueco 26 | Hueco 27 | Hueco 28 | Hueco 29 | Hueco 30 |  |
| -0.5876  | -0.8307  | -0.9356  | -0.9394  | -0.8393  | -0.6798  | -0.4672  | -0.2871  | -0.1433  | -0.0356  |  |

*Tabla 8-14 Datos de Inducción longitudinal en la culata. Valores en Teslas*



## Resultados con Saturación

|         |         |         |         |         |         |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Hueco1  | Hueco2  | Hueco3  | Hueco4  | Hueco5  | Hueco6  | Hueco7  | Hueco8  | Hueco9  | Hueco10 |
| 0.173   | 0.287   | 0.3352  | 0.3201  | 0.2119  | 0.0857  | 0.0761  | 0.3612  | 0.6527  | 0.8888  |
| Hueco11 | Hueco12 | Hueco13 | Hueco14 | Hueco15 | Hueco16 | Hueco17 | Hueco18 | Hueco19 | Hueco20 |
| 0.9985  | 1.0736  | 1.1067  | 1.0756  | 0.866   | 0.6953  | 0.4837  | 0.2629  | 0.0038  | 0.2331  |
| Hueco21 | Hueco22 | Hueco23 | Hueco24 | Hueco25 | Hueco26 | Hueco27 | Hueco28 | Hueco29 | Hueco30 |
| 0.4757  | 0.6379  | 0.6531  | 0.6547  | 0.5821  | 0.4698  | 0.2652  | 0.1365  | 0.0469  | 0.0016  |

Tabla 8-15  $B_x$  absoluta en cada uno de los elementos en de la culata. Valores en Teslas.

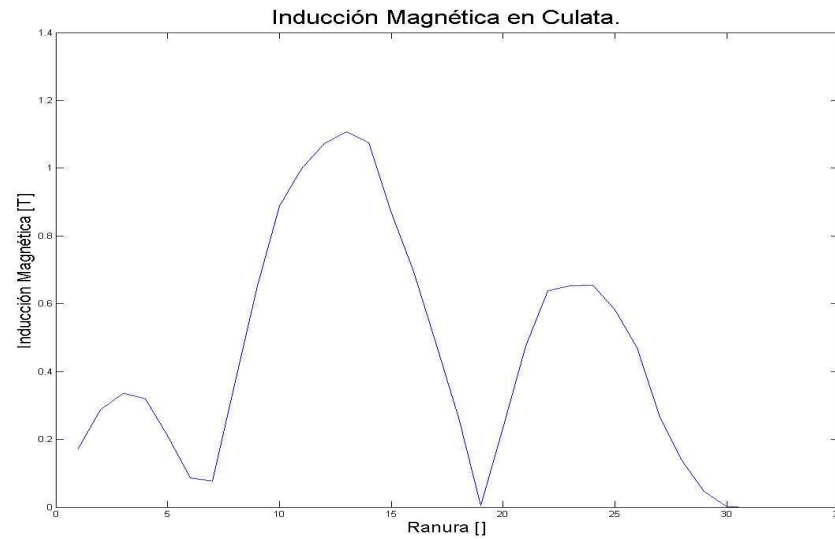


Figura 8-30  $B_x$  absoluta en la culata en función de la ranura.

|          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Hueco 1  | Hueco 2  | Hueco 3  | Hueco 4  | Hueco 5  | Hueco 6  | Hueco 7  | Hueco 8  | Hueco 9  | Hueco 10 |
| 0.2442   | 0.4074   | 0.474    | 0.4392   | 0.2953   | 0.0914   | 0.1682   | 0.5236   | 0.9213   | 1.2519   |
| Hueco 11 | Hueco 12 | Hueco 13 | Hueco 14 | Hueco 15 | Hueco 16 | Hueco 17 | Hueco 18 | Hueco 19 | Hueco 20 |
| 1.4738   | 1.6039   | 1.6494   | 1.5996   | 1.4197   | 1.1696   | 0.8522   | 0.5106   | 0.1471   | 0.2098   |
| Hueco 21 | Hueco 22 | Hueco 23 | Hueco 24 | Hueco 25 | Hueco 26 | Hueco 27 | Hueco 28 | Hueco 29 | Hueco 30 |
| 0.553    | 0.7884   | 0.8951   | 0.9038   | 0.8132   | 0.6659   | 0.4736   | 0.2987   | 0.1527   | 0.0379   |

Tabla 8-16  $B_x$  absoluta en cada uno de los elementos del carril. Valores en Teslas.

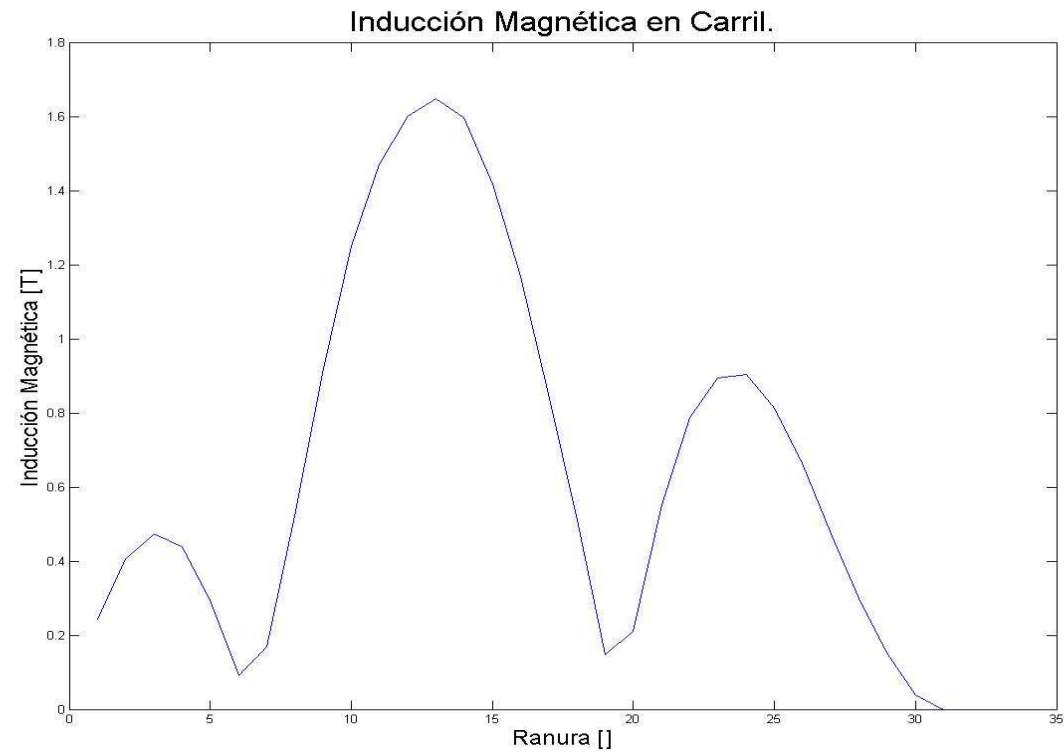


Figura 8-31  $B_x$  absoluta en el carril en función de la ranura.

| Diente1  | Diente2  | Diente3  | Diente4  | Diente5  | Diente6  | Diente7  | Diente8  | Diente9  | Diente10 |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 412.6985 | 369.4044 | 351.7367 | 360.9709 | 399.1321 | 453.2314 | 432.843  | 338.5715 | 233.0814 | 145.3973 |          |
| 224.0315 | 260.1206 | 313.5358 | 376.6193 | 460.617  | 439.0562 | 384.1698 | 273.1594 | 217.1721 | 237.9088 |          |
| 182.1692 | 249.1082 | 305.3011 | 364.442  | 475.6233 | 447.2085 | 415.6336 | 255.6058 | 169.4977 | 222.2782 |          |
| 137.1038 | 232.5069 | 285.0015 | 333.9172 | 475.2173 | 472.2316 | 411.6247 | 122.3202 | 80.2033  | 184.0299 |          |
| 138.5948 | 232.0495 | 284.8049 | 334.0942 | 474.6256 | 472.6072 | 424.8153 | 127.4142 | 83.9196  | 184.9006 |          |
| 165.1903 | 223.7001 | 279.5836 | 334.3664 | 459.8518 | 472.4196 | 457.4046 | 167.2283 | 150.0083 | 204.6245 |          |
| 178.1303 | 221.9978 | 278.8621 | 337.7823 | 462.3923 | 471.3679 | 414.3601 | 190.1597 | 165.9755 | 204.453  |          |
| 431.5669 | 401.3359 | 388.5552 | 392.5439 | 421.2571 | 454.7233 | 457.2762 | 381.6659 | 304.3188 | 241.7011 |          |
|          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
| Diente11 | Diente12 | Diente13 | Diente14 | Diente15 | Diente16 | Diente17 | Diente18 | Diente19 | Diente20 |          |
| 86.5192  | 52.0108  | 39.9352  | 53.1564  | 100.8861 | 167.2298 | 251.4225 | 342.0362 | 438.4416 | 421.8057 |          |
| 286.9826 | 342.0979 | 397.8901 | 441.5338 | 440.1402 | 384.7789 | 322.8809 | 298.5396 | 274.9166 | 276.7291 |          |
| 296.2202 | 341.7578 | 386.1982 | 419.8624 | 415.5269 | 392.4073 | 310.8065 | 307.6721 | 270.5848 | 283.1001 |          |
| 335.6525 | 336.1274 | 368.8939 | 392.9803 | 328.9444 | 408.9231 | 307.6957 | 323.6419 | 236.7998 | 289.2415 |          |
| 339.4147 | 337.1465 | 369.344  | 394.2621 | 322.2727 | 407.739  | 308.662  | 323.1488 | 234.713  | 288.999  |          |
| 363.6695 | 352.2554 | 376.3506 | 399.9026 | 286.3227 | 409.1171 | 330.4078 | 329.4421 | 238.0355 | 297.2826 |          |
| 344.1581 | 353.4237 | 378.9462 | 415.4874 | 305.0851 | 388.4095 | 324.9921 | 310.6188 | 244.1936 | 279.0203 |          |
| 212.5941 | 192.6934 | 183.9057 | 192.1501 | 247.7469 | 293.0299 | 349.1544 | 407.7244 | 476.4592 | 415.6296 |          |
|          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
| Diente21 | Diente22 | Diente23 | Diente24 | Diente25 | Diente26 | Diente27 | Diente28 | Diente29 | Diente30 | Diente31 |
| 330.7799 | 268.334  | 240.0394 | 237.7114 | 261.757  | 300.8245 | 351.8326 | 398.2358 | 436.9589 | 467.4065 | 0        |
| 281.7779 | 347.0184 | 414.174  | 468.0421 | 431.57   | 396.6755 | 371.5433 | 369.1898 | 375.8163 | 383.633  | 438.1062 |
| 243.0431 | 343.2144 | 432.8523 | 467.2296 | 412.5223 | 394.9641 | 345.0791 | 367.5402 | 377.5782 | 362.3778 | 476.7785 |
| 198.0782 | 333.6676 | 467.742  | 457.1397 | 406.6206 | 390.7553 | 256.7125 | 353.1647 | 376.4104 | 397.5444 | 477.2262 |
| 200.9324 | 334.4632 | 463.119  | 458.4577 | 406.5093 | 389.5038 | 250.8478 | 352.7147 | 376.8952 | 402.2624 | 477.4581 |
| 251.1318 | 347.618  | 426.9309 | 476.391  | 407.8317 | 386.3527 | 217.5897 | 361.4565 | 388.6518 | 408.7639 | 452.9415 |
| 259.2267 | 343.7066 | 439.3628 | 474.49   | 408.6527 | 373.4176 | 243.5191 | 350.6209 | 387.5016 | 432.171  | 474.6695 |
| 351.2937 | 308.2661 | 304.234  | 303.7883 | 323.0678 | 352.8415 | 407.127  | 441.2487 | 465.0254 | 477.0362 | 0        |

Tabla 8-17 Permeabilidades relativas de cada elemento longitudinal.

| Hueco 2  | Hueco 3  | Hueco 4  | Hueco 5  | Hueco 6  | Hueco 7  | Hueco 8  | Hueco 9  | Hueco 10 | Hueco 11 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 292.1256 | 110.9267 | 5.5817   | 3.0924   | 2.8479   | 2.7651   | 3.1563   | 3.807    | 77.0506  | 323.1452 |
| 381.5997 | 287.8761 | 203.5058 | 145.1159 | 130.8967 | 125.188  | 148.2984 | 172.4755 | 270.354  | 397.6443 |
| 375.7323 | 276.2347 | 186.6989 | 124.8234 | 109.8647 | 103.7376 | 127.9467 | 153.031  | 256.398  | 391.7181 |
| 357.462  | 239.9746 | 134.2565 | 71.8183  | 63.2812  | 63.0814  | 92.2922  | 117.3238 | 236.0555 | 391.7757 |
| 357.5944 | 240.2492 | 134.7363 | 71.57    | 62.2812  | 61.4214  | 90.2123  | 115.4196 | 234.181  | 390.1813 |
| 358.3983 | 241.916  | 137.6426 | 58.581   | 34.8634  | 21.9171  | 46.0257  | 75.5935  | 198.3898 | 361.4421 |
| 360.8476 | 246.9646 | 146.0724 | 72.8009  | 53.1431  | 43.7153  | 65.8534  | 91.5681  | 206.7364 | 364.4209 |
| 342.1888 | 210.0846 | 93.0496  | 13.5482  | 8.5676   | 7.3574   | 11.1803  | 29.8246  | 163.4199 | 346.3339 |
| Hueco 12 | Hueco 13 | Hueco 14 | Hueco 15 | Hueco 16 | Hueco 17 | Hueco 18 | Hueco 19 | Hueco 20 | Hueco 21 |
| 476.1739 | 352.4849 | 138.4883 | 4.0385   | 3.0638   | 2.8011   | 2.7788   | 2.8062   | 2.9615   | 3.3394   |
| 476.7971 | 412.82   | 302.1321 | 178.5774 | 143.6256 | 127.7332 | 126.1647 | 128.0838 | 137.9445 | 156.4628 |
| 476.7397 | 406.6903 | 287.2559 | 157.1698 | 121.5813 | 105.611  | 104.4605 | 106.8101 | 117.2405 | 136.6111 |
| 457.8172 | 381.427  | 247.2144 | 107.0022 | 67.7808  | 54.4442  | 58.7459  | 66.4185  | 80.9546  | 100.1817 |
| 459.5392 | 382.1139 | 246.9671 | 106.0846 | 67.2047  | 53.7467  | 57.576   | 64.758   | 78.8962  | 98.3006  |
| 465.6634 | 392.7275 | 239.1447 | 82.8645  | 47.0833  | 29.0107  | 25.4598  | 25.2342  | 35.0594  | 58.8393  |
| 465.9733 | 395.0493 | 245.9744 | 97.0493  | 64.9265  | 50.3523  | 47.1996  | 47.467   | 54.6904  | 74.7775  |
| 464.1347 | 381.8629 | 208.936  | 36.1828  | 10.9303  | 8.1639   | 7.7568   | 7.7895   | 8.8117   | 14.4375  |
| Hueco 22 | Hueco 23 | Hueco 24 | Hueco 25 | Hueco 26 | Hueco 27 | Hueco 28 | Hueco 29 | Hueco 30 |          |
| 37.024   | 294.0801 | 476.2541 | 291.1054 | 198.7416 | 115.2527 | 194.0285 | 284.6081 | 379.5959 |          |
| 249.6506 | 382.6107 | 476.8386 | 381.072  | 333.2976 | 290.1137 | 330.8598 | 377.7114 | 426.843  |          |
| 235.3754 | 376.618  | 476.799  | 375.0294 | 324.3557 | 278.6137 | 321.932  | 371.67   | 423.7887 |          |
| 214.5918 | 376.6636 | 457.7867 | 350.0454 | 302.7162 | 260.6892 | 312.6765 | 365.4111 | 420.6254 |          |
| 212.678  | 375.0577 | 459.5123 | 350.7371 | 302.3259 | 259.259  | 311.1319 | 364.3696 | 420.1002 |          |
| 176.2577 | 346.0511 | 465.4797 | 361.3714 | 293.5647 | 231.8405 | 282.5123 | 345.0743 | 410.3717 |          |
| 183.7515 | 348.6681 | 465.7014 | 363.6168 | 297.2064 | 237.2846 | 286.088  | 347.2604 | 411.3894 |          |
| 136.7574 | 328.0606 | 463.8193 | 345.4011 | 268.365  | 198.8558 | 255.4678 | 326.4277 | 400.8173 |          |

Tabla 8-18 Permeabilidades relativas de cada elemento transversal.



| Izquierda 2 | Diente 2    | Derecha 2  | Izquierda 3 | Diente 3    | Derecha 3  | Izquierda 4 | Diente 4    | Derecha 4  |
|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|------------|
| 0           | -0.00012053 | 0          | 0           | -0.00023836 | 0          | 0           | -0.00034444 | 0          |
| -0.00012053 | 0           | 0.00012053 | -0.00023836 | 0           | 0.00023836 | -0.00034444 | 0           | 0.00034444 |
| 0           | -7.377E-06  | 0          | 0           | -1.4636E-05 | 0          | 0           | -2.1131E-05 | 0          |
| -0.0001279  | 0           | 0.0001279  | -0.000253   | 0           | 0.000253   | -0.00036557 | 0           | 0.00036557 |
| 0           | -2.2971E-05 | 0          | 0           | -4.5589E-05 | 0          | 0           | -6.5934E-05 | 0          |
| -0.00015088 | 2           | 0.00015088 | -0.00029859 | 4           | 0.00029859 | -0.0004315  | 6           | 0.0004315  |
| 0           | 1.6644E-07  | 0          | 0           | 3.4527E-07  | 0          | 0           | 6.0321E-07  | 0          |
| -0.00015071 | 0           | 0.00015071 | -0.00029824 | 0           | 0.00029824 | -0.0004309  | 0           | 0.0004309  |
| 0           | 1.0107E-06  | 0          | 0           | 2.0956E-06  | 0          | 0           | 3.6541E-06  | 0          |
| -0.0001497  | 0           | 0.0001497  | -0.00029615 | 0           | 0.00029615 | -0.00042725 | 0           | 0.00042725 |
| 0           | 3.0794E-06  | 0          | 0           | 6.3474E-06  | 0          | 0           | 1.0598E-05  | 0          |
| -0.00014662 | 0           | 0.00014662 | -0.0002898  | 0           | 0.0002898  | -0.00041665 | 0           | 0.00041665 |
| 0           | 0.00014662  | 0          | 0           | 0.0002898   | 0          | 0           | 0.00041665  | 0          |
| Izquierda 5 | Diente 5    | Derecha 5  | Izquierda 6 | Diente 6    | Derecha 6  | Izquierda 7 | Diente 7    | Derecha 7  |
| 0           | -0.00041785 | 0          | 0           | -0.00043573 | 0          | 0           | -0.00044291 | 0          |
| -0.00041785 | 0           | 0.00041785 | -0.00043573 | 0           | 0.00043573 | -0.00044291 | 0           | 0.00044291 |
| 0           | -2.5513E-05 | 0          | 0           | -2.6443E-05 | 0          | 0           | -2.6969E-05 | 0          |
| -0.00044336 | 0           | 0.00044336 | -0.00046217 | 0           | 0.00046217 | -0.00046987 | 0           | 0.00046987 |
| 0           | -6.6641E-05 | 0          | 0           | -5.8568E-05 | 0          | 0           | -5.1116E-05 | 0          |
| -0.00051001 | 6           | 0.00051001 | -0.00052074 | 5           | 0.00052074 | -0.00052099 | 4           | 0.00052099 |
| 0           | -3.1223E-07 | 0          | 0           | -1.2573E-06 | 0          | 0           | -2.0871E-06 | 0          |
| -0.00051032 | 0           | 0.00051032 | -0.000522   | 0           | 0.000522   | -0.00052308 | 0           | 0.00052308 |
| 0           | -1.6331E-05 | 0          | 0           | -3.4472E-05 | 0          | 0           | -4.9667E-05 | 0          |
| -0.00052665 | 2           | 0.00052665 | -0.00055647 | 4           | 0.00055647 | -0.00057274 | 6           | 0.00057274 |
| 0           | 1.7878E-05  | 0          | 0           | 2.2982E-05  | 0          | 0           | 2.7406E-05  | 0          |
| -0.00050877 | 0           | 0.00050877 | -0.00053349 | 0           | 0.00053349 | -0.00054534 | 0           | 0.00054534 |
| 0           | 0.00050877  | 0          | 0           | 0.00053349  | 0          | 0           | 0.00054534  | 0          |

Tabla 8-19 Flujo transversal por elementos. Parte primera (de cinco). Flujo en Wb.

| Izquierda 8  | Diente 8    | Derecha 8  | Izquierda 9  | Diente 9    | Derecha 9   | Izquierda 10 | Diente 10   | Derecha 10  |
|--------------|-------------|------------|--------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|
| 0            | -0.00041385 | 0          | 0            | -0.00038345 | 0           | 0            | -0.00026039 | 0           |
| -0.00041385  | 0           | 0.00041385 | -0.00038345  | 0           | 0.00038345  | -0.00026039  | 0           | 0.00026039  |
| 0            | -2.5587E-05 | 0          | 0            | -2.4447E-05 | 0           | 0            | -1.7546E-05 | 0           |
| -0.00043944  | 0           | 0.00043944 | -0.0004079   | 0           | 0.0004079   | -0.00027794  | 0           | 0.00027794  |
| 0            | -4.4827E-05 | 0          | 0            | -4.4893E-05 | 0           | 0            | -2.5576E-05 | 0           |
| -0.00048426  | 3           | 0.00048426 | -0.00045279  | 3           | 0.00045279  | -0.00030352  | 1           | 0.00030352  |
| 0            | -2.615E-06  | 0          | 0            | -2.3941E-06 | 0           | 0            | -2.3567E-06 | 0           |
| -0.00048688  | 0           | 0.00048688 | -0.00045519  | 0           | 0.00045519  | -0.00030587  | 0           | 0.00030587  |
| 0            | -5.5554E-05 | 0          | 0            | -5.0072E-05 | 0           | 0            | -4.4999E-05 | 0           |
| -0.00054243  | 6           | 0.00054243 | -0.00050526  | 5           | 0.00050526  | -0.00035087  | 4           | 0.00035087  |
| 0            | 2.4929E-05  | 0          | 0            | 2.0084E-05  | 0           | 0            | 1.0494E-05  | 0           |
| -0.0005175   | 0           | 0.0005175  | -0.00048517  | 0           | 0.00048517  | -0.00034038  | 0           | 0.00034038  |
| 0            | 0.0005175   | 0          | 0            | 0.00048517  | 0           | 0            | 0.00034038  | 0           |
| Izquierda 11 | Diente 11   | Derecha 11 | Izquierda 12 | Diente 12   | Derecha 12  | Izquierda 13 | Diente 13   | Derecha 13  |
| 0            | -0.00010036 | 0          | 0            | 8.3953E-07  | 0           | 0            | 8.1276E-05  | 0           |
| -0.00010036  | 0           | 0.00010036 | 8.3953E-07   | 0           | -8.3953E-07 | 8.1276E-05   | 0           | -8.1276E-05 |
| 0            | -7.4508E-06 | 0          | 0            | 7.2134E-08  | 0           | 0            | 7.7067E-06  | 0           |
| -0.00010781  | 0           | 0.00010781 | 9.1166E-07   | 0           | -9.1166E-07 | 8.8982E-05   | 0           | -8.8982E-05 |
| 0            | 7.2394E-08  | 0          | 0            | 2.3791E-05  | 0           | 0            | 3.1763E-05  | 0           |
| -0.00010773  | -1          | 0.00010773 | 2.4702E-05   | -3          | -2.4702E-05 | 0.00012074   | -3          | -0.00012074 |
| 0            | -2.0046E-06 | 0          | 0            | -2.165E-06  | 0           | 0            | -8.6355E-07 | 0           |
| -0.00010974  | 0           | 0.00010974 | 2.2537E-05   | 0           | -2.2537E-05 | 0.00011988   | 0           | -0.00011988 |
| 0            | -3.6133E-05 | 0          | 0            | -3.7375E-05 | 0           | 0            | -1.3344E-05 | 0           |
| -0.00014587  | 3           | 0.00014587 | -1.4838E-05  | 3           | 1.4838E-05  | 0.00010654   | 1           | -0.00010654 |
| 0            | 3.7451E-06  | 0          | 0            | 3.8974E-07  | 0           | 0            | -2.9191E-06 | 0           |
| -0.00014213  | 0           | 0.00014213 | -1.4448E-05  | 0           | 1.4448E-05  | 0.00010362   | 0           | -0.00010362 |
| 0            | 0.00014213  | 0          | 0            | 1.4448E-05  | 0           | 0            | -0.00010362 | 0           |

Tabla 8-20 Flujo transversal por elementos. Parte segunda (de cinco). Flujo en Wb.

| Izquierda 14 | Diente 14   | Derecha 14  | Izquierda 15 | Diente 15   | Derecha 15  | Izquierda 16 | Diente 16   | Derecha 16  |
|--------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|
| 0            | 0.00022044  | 0           | 0            | 0.00037578  | 0           | 0            | 0.00041972  | 0           |
| 0.00022044   | 0           | -0.00022044 | 0.00037578   | 0           | -0.00037578 | 0.00041972   | 0           | -0.00041972 |
| 0            | 1.8703E-05  | 0           | 0            | 2.6915E-05  | 0           | 0            | 2.7715E-05  | 0           |
| 0.00023914   | 0           | -0.00023914 | 0.0004027    | 0           | -0.0004027  | 0.00044744   | 0           | -0.00044744 |
| 0            | 5.0343E-05  | 0           | 0            | 6.3074E-05  | 0           | 0            | 6.7642E-05  | 0           |
| 0.00028949   | -4          | -0.00028949 | 0.00046577   | -5          | -0.00046577 | 0.00051508   | -6          | -0.00051508 |
| 0            | 3.1092E-07  | 0           | 0            | 1.1537E-06  | 0           | 0            | 7.2435E-07  | 0           |
| 0.0002898    | 0           | -0.0002898  | 0.00046692   | 0           | -0.00046692 | 0.00051581   | 0           | -0.00051581 |
| 0            | 9.8348E-06  | 0           | 0            | 2.9194E-05  | 0           | 0            | 2.5298E-05  | 0           |
| 0.00029963   | -1          | -0.00029963 | 0.00049612   | -3          | -0.00049612 | 0.0005411    | -3          | -0.0005411  |
| 0            | -8.5868E-06 | 0           | 0            | -1.7834E-05 | 0           | 0            | -2.2434E-05 | 0           |
| 0.00029104   | 0           | -0.00029104 | 0.00047828   | 0           | -0.00047828 | 0.00051867   | 0           | -0.00051867 |
| 0            | -0.00029104 | 0           | 0            | -0.00047828 | 0           | 0            | -0.00051867 | 0           |
| Izquierda 17 | Diente 17   | Derecha 17  | Izquierda 18 | Diente 18   | Derecha 18  | Izquierda 19 | Diente 19   | Derecha 19  |
| 0            | 0.00043971  | 0           | 0            | 0.00044168  | 0           | 0            | 0.00043926  | 0           |
| 0.00043971   | 0           | -0.00043971 | 0.00044168   | 0           | -0.00044168 | 0.00043926   | 0           | -0.00043926 |
| 0            | 2.7814E-05  | 0           | 0            | 2.7288E-05  | 0           | 0            | 2.6747E-05  | 0           |
| 0.00046752   | 0           | -0.00046752 | 0.00046897   | 0           | -0.00046897 | 0.00046601   | 0           | -0.00046601 |
| 0            | 6.433E-05   | 0           | 0            | 5.7475E-05  | 0           | 0            | 5.0783E-05  | 0           |
| 0.00053185   | -6          | -0.00053185 | 0.00052644   | -5          | -0.00052644 | 0.00051679   | -4          | -0.00051679 |
| 0            | 8.7693E-07  | 0           | 0            | 1.4708E-06  | 0           | 0            | 2.0878E-06  | 0           |
| 0.00053273   | 0           | -0.00053273 | 0.00052791   | 0           | -0.00052791 | 0.00051888   | 0           | -0.00051888 |
| 0            | 3.11E-05    | 0           | 0            | 4.0379E-05  | 0           | 0            | 4.9692E-05  | 0           |
| 0.00056383   | -4          | -0.00056383 | 0.00056829   | -5          | -0.00056829 | 0.00056857   | -6          | -0.00056857 |
| 0            | -2.6832E-05 | 0           | 0            | -2.7333E-05 | 0           | 0            | -2.7953E-05 | 0           |
| 0.00053699   | 0           | -0.00053699 | 0.00054096   | 0           | -0.00054096 | 0.00054062   | 0           | -0.00054062 |
| 0            | -0.00053699 | 0           | 0            | -0.00054096 | 0           | 0            | -0.00054062 | 0           |

Tabla 8-21 Flujo transversal por elementos. Parte tercera (de cinco). Flujo en Wb.

| Izquierda 20 | Diente 20   | Derecha 20  | Izquierda 21 | Diente 21   | Derecha 21  | Izquierda 22 | Diente 22   | Derecha 22  |
|--------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|
| 0            | 0.00042687  | 0           | 0            | 0.00040358  | 0           | 0            | 0.00028642  | 0           |
| 0.00042687   | 0           | -0.00042687 | 0.00040358   | 0           | -0.00040358 | 0.00028642   | 0           | -0.00028642 |
| 0            | 2.603E-05   | 0           | 0            | 2.4959E-05  | 0           | 0            | 1.7948E-05  | 0           |
| 0.0004529    | 0           | -0.0004529  | 0.00042854   | 0           | -0.00042854 | 0.00030437   | 0           | -0.00030437 |
| 0            | 4.5621E-05  | 0           | 0            | 4.5801E-05  | 0           | 0            | 2.6131E-05  | 0           |
| 0.00049852   | -3          | -0.00049852 | 0.00047435   | -3          | -0.00047435 | 0.0003305    | -1          | -0.0003305  |
| 0            | 2.588E-06   | 0           | 0            | 2.365E-06   | 0           | 0            | 2.4062E-06  | 0           |
| 0.00050111   | 0           | -0.00050111 | 0.00047671   | 0           | -0.00047671 | 0.00033291   | 0           | -0.00033291 |
| 0            | 5.5114E-05  | 0           | 0            | 4.9613E-05  | 0           | 0            | 4.579E-05   | 0           |
| 0.00055622   | -6          | -0.00055622 | 0.00052632   | -5          | -0.00052632 | 0.0003787    | -4          | -0.0003787  |
| 0            | -2.4681E-05 | 0           | 0            | -2.0039E-05 | 0           | 0            | -9.4218E-06 | 0           |
| 0.00053154   | 0           | -0.00053154 | 0.00050628   | 0           | -0.00050628 | 0.00036928   | 0           | -0.00036928 |
| 0            | -0.00053154 | 0           | 0            | -0.00050628 | 0           | 0            | -0.00036928 | 0           |
| Izquierda 23 | Diente 23   | Derecha 23  | Izquierda 24 | Diente 24   | Derecha 24  | Izquierda 25 | Diente 25   | Derecha 25  |
| 0            | 0.00011926  | 0           | 0            | -7.8736E-07 | 0           | 0            | -0.00012119 | 0           |
| 0.00011926   | 0           | -0.00011926 | -7.8736E-07  | 0           | 7.8736E-07  | -0.00012119  | 0           | 0.00012119  |
| 0            | 7.5343E-06  | 0           | 0            | -4.9755E-08 | 0           | 0            | -7.5973E-06 | 0           |
| 0.00012679   | 0           | -0.00012679 | -8.3712E-07  | 0           | 8.3712E-07  | -0.00012879  | 0           | 0.00012879  |
| 0            | -5.7227E-08 | 0           | 0            | -2.3904E-05 | 0           | 0            | -3.1411E-05 | 0           |
| 0.00012673   | 1           | -0.00012673 | -2.4741E-05  | 3           | 2.4741E-05  | -0.0001602   | 3           | 0.0001602   |
| 0            | 2.019E-06   | 0           | 0            | 2.1695E-06  | 0           | 0            | 8.6961E-07  | 0           |
| 0.00012875   | 0           | -0.00012875 | -2.2571E-05  | 0           | 2.2571E-05  | -0.00015933  | 0           | 0.00015933  |
| 0            | 3.6469E-05  | 0           | 0            | 3.764E-05   | 0           | 0            | 1.337E-05   | 0           |
| 0.00016522   | -3          | -0.00016522 | 1.5068E-05   | -3          | -1.5068E-05 | -0.00014596  | -1          | 0.00014596  |
| 0            | -3.2902E-06 | 0           | 0            | -2.7878E-07 | 0           | 0            | 2.8231E-06  | 0           |
| 0.00016193   | 0           | -0.00016193 | 1.479E-05    | 0           | -1.479E-05  | -0.00014314  | 0           | 0.00014314  |
| 0            | -0.00016193 | 0           | 0            | -1.479E-05  | 0           | 0            | 0.00014314  | 0           |

Tabla 8-22 Flujo transversal por elementos. Parte cuarta (de cinco). Flujo en Wb.

| Izquierda 26 | Diente 26   | Derecha 26 | Izquierda 27 | Diente 27   | Derecha 27 | Izquierda 28 | Diente 28   | Derecha 28 |
|--------------|-------------|------------|--------------|-------------|------------|--------------|-------------|------------|
| 0            | -0.00018126 | 0          | 0            | -0.00023555 | 0          | 0            | -0.00018432 | 0          |
| -0.00018126  | 0           | 0.00018126 | -0.00023555  | 0           | 0.00023555 | -0.00018432  | 0           | 0.00018432 |
| 0            | -1.1242E-05 | 0          | 0            | -1.4459E-05 | 0          | 0            | -1.1225E-05 | 0          |
| -0.0001925   | 0           | 0.0001925  | -0.00025001  | 0           | 0.00025001 | -0.00019555  | 0           | 0.00019555 |
| 0            | -2.7207E-05 | 0          | 0            | -2.2536E-05 | 0          | 0            | -1.1637E-05 | 0          |
| -0.00021971  | 2           | 0.00021971 | -0.00027254  | 1           | 0.00027254 | -0.00020718  | 0           | 0.00020718 |
| 0            | -4.9071E-07 | 0          | 0            | -1.7981E-06 | 0          | 0            | -1.942E-06  | 0          |
| -0.0002202   | 0           | 0.0002202  | -0.00027434  | 0           | 0.00027434 | -0.00020912  | 0           | 0.00020912 |
| 0            | -1.1015E-05 | 0          | 0            | -3.4472E-05 | 0          | 0            | -3.5982E-05 | 0          |
| -0.00023121  | 1           | 0.00023121 | -0.00030881  | 3           | 0.00030881 | -0.00024511  | 3           | 0.00024511 |
| 0            | 4.5786E-06  | 0          | 0            | 6.8447E-06  | 0          | 0            | 4.4957E-06  | 0          |
| -0.00022663  | 0           | 0.00022663 | -0.00030197  | 0           | 0.00030197 | -0.00024061  | 0           | 0.00024061 |
| 0            | 0.00022663  | 0          | 0            | 0.00030197  | 0          | 0            | 0.00024061  | 0          |
|              |             |            |              |             |            |              |             |            |
| Izquierda 29 | Diente 29   | Derecha 29 | Izquierda 30 | Diente 30   | Derecha 30 |              |             |            |
| 0            | -0.00012542 | 0          | 0            | -6.3645E-05 | 0          |              |             |            |
| -0.00012542  | 0           | 0.00012542 | -6.3645E-05  | 0           | 6.3645E-05 |              |             |            |
| 0            | -7.5956E-06 | 0          | 0            | -3.84E-06   | 0          |              |             |            |
| -0.00013301  | 0           | 0.00013301 | -6.7485E-05  | 0           | 6.7485E-05 |              |             |            |
| 0            | -7.8691E-06 | 0          | 0            | -3.9771E-06 | 0          |              |             |            |
| -0.00014088  | 0           | 0.00014088 | -7.1462E-05  | 0           | 7.1462E-05 |              |             |            |
| 0            | -1.3095E-06 | 0          | 0            | -6.6031E-07 | 0          |              |             |            |
| -0.00014219  | 0           | 0.00014219 | -7.2123E-05  | 0           | 7.2123E-05 |              |             |            |
| 0            | -2.4259E-05 | 0          | 0            | -1.2231E-05 | 0          |              |             |            |
| -0.00016645  | 2           | 0.00016645 | -8.4354E-05  | 1           | 8.4354E-05 |              |             |            |
| 0            | 2.7485E-06  | 0          | 0            | 1.2794E-06  | 0          |              |             |            |
| -0.0001637   | 0           | 0.0001637  | -8.3074E-05  | 0           | 8.3074E-05 |              |             |            |
| 0            | 0.0001637   | 0          | 0            | 8.3074E-05  | 0          |              |             |            |

Tabla 8-23 Flujo transversal por elementos. Parte quinta (de cinco). Flujo en Wb.

| Diente 1 | Hueco 1 | Diente 2 | Hueco 2 | Diente 3 | Hueco 3 | Diente 4 | Hueco 4 | Diente 5  | Hueco 5  |
|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|-----------|----------|
| 0        | 0.0628  | 0        | 0.0701  | 0        | 0.0735  | 0        | 0.0716  | 0         | 0.0647   |
| 0.0481   | 0       | 0.0481   | 0       | 0.048    | 0       | 0.048    | 0       | 0.0479    | 0        |
| 0        | 0.0972  | 0        | 0.0972  | 0        | 0.0972  | 0        | 0.0972  | 0         | 0.0972   |
| 0.7821   | 0       | 0.5727   | 0       | 0.4676   | 0       | 0.3919   | 0       | 0.3004    | 0        |
| 0        | 0.0946  | 0        | 0.0946  | 0        | 0.0946  | 0        | 0.0946  | 0         | 0.0946   |
| 3.1994   | 0       | 1.8913   | 0       | 1.5441   | 0       | 1.3186   | 0       | 0.9271    | 0        |
| 0        | 0.5831  | 0        | 0.5831  | 0        | 0.5831  | 0        | 0.5831  | 0         | 0.5831   |
| 0.1711   | 0       | 0.1024   | 0       | 0.0835   | 0       | 0.0712   | 0       | 0.0502    | 0        |
| 0        | 0.0315  | 0        | 0.0315  | 0        | 0.0315  | 0        | 0.0315  | 0         | 0.0315   |
| 2.6583   | 0       | 1.9654   | 0       | 1.5739   | 0       | 1.3168   | 0       | 0.9581    | 0        |
| 0        | 0.0295  | 0        | 0.0295  | 0        | 0.0295  | 0        | 0.0295  | 0         | 0.0295   |
| 2.6328   | 0       | 2.1142   | 0       | 1.6846   | 0       | 1.3916   | 0       | 1.0173    | 0        |
| 0        | 0.036   | 0        | 0.0387  | 0        | 0.04    | 0        | 0.0396  | 0         | 0.0369   |
| Diente 6 | Hueco 6 | Diente 7 | Hueco 7 | Diente 8 | Hueco 8 | Diente 9 | Hueco 9 | Diente 10 | Hueco 10 |
| 0        | 0.057   | 0        | 0.0601  | 0        | 0.0773  | 0        | 0.1132  | 0         | 0.183    |
| 0.0479   | 0       | 0.048    | 0       | 0.0481   | 0       | 0.0481   | 0       | 0.0481    | 0        |
| 0        | 0.0972  | 0        | 0.0972  | 0        | 0.0972  | 0        | 0.0972  | 0         | 0.0972   |
| 0.3208   | 0       | 0.3439   | 0       | 0.5827   | 0       | 0.8568   | 0       | 0.6352    | 0        |
| 0        | 0.0946  | 0        | 0.0946  | 0        | 0.0946  | 0        | 0.0946  | 0         | 0.0946   |
| 0.9359   | 0       | 1.0855   | 0       | 4.2697   | 0       | 5.6037   | 0       | 2.3219    | 0        |
| 0        | 0.5831  | 0        | 0.5831  | 0        | 0.5831  | 0        | 0.5831  | 0         | 0.5831   |
| 0.0505   | 0       | 0.0568   | 0       | 0.2202   | 0       | 0.2897   | 0       | 0.1249    | 0        |
| 0        | 0.0315  | 0        | 0.0315  | 0        | 0.0315  | 0        | 0.0315  | 0         | 0.0315   |
| 0.9337   | 0       | 0.9526   | 0       | 2.9997   | 0       | 3.0077   | 0       | 2.0798    | 0        |
| 0        | 0.0295  | 0        | 0.0295  | 0        | 0.0295  | 0        | 0.0295  | 0         | 0.0295   |
| 1.0001   | 0       | 1.1202   | 0       | 2.7734   | 0       | 2.9201   | 0       | 2.2135    | 0        |
| 0        | 0.0341  | 0        | 0.034   | 0        | 0.0411  | 0        | 0.0517  | 0         | 0.065    |

Tabla 8-24 Reluctancias longitudinales superiores. Valores en  $\text{Av/Wb} \cdot 10^5$ . Parte primera (de tres).

| Diente 11 | Hueco 11 | Diente 12 | Hueco 12 | Diente 13 | Hueco 13 | Diente 14 | Hueco 14 | Diente 15 | Hueco 15 |
|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|
| 0         | 0.3119   | 0         | 0.5291   | 0         | 0.6939   | 0         | 0.5086   | 0         | 0.2615   |
| 0.048     | 0        | 0.048     | 0        | 0.0479    | 0        | 0.0479    | 0        | 0.0479    | 0        |
| 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   |
| 0.4805    | 0        | 0.417     | 0        | 0.369     | 0        | 0.34      | 0        | 0.3459    | 0        |
| 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   |
| 1.3074    | 0        | 1.3068    | 0        | 1.19      | 0        | 1.1211    | 0        | 1.3498    | 0        |
| 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   |
| 0.0699    | 0        | 0.0704    | 0        | 0.0642    | 0        | 0.0604    | 0        | 0.0745    | 0        |
| 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   |
| 1.2067    | 0        | 1.2473    | 0        | 1.1668    | 0        | 1.1015    | 0        | 1.5517    | 0        |
| 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   |
| 1.3602    | 0        | 1.3271    | 0        | 1.2373    | 0        | 1.1319    | 0        | 1.5541    | 0        |
| 0         | 0.0739   | 0         | 0.0815   | 0         | 0.0852   | 0         | 0.0815   | 0         | 0.063    |
| Diente 16 | Hueco 16 | Diente 17 | Hueco 17 | Diente 18 | Hueco 18 | Diente 19 | Hueco 19 | Diente 20 | Hueco 20 |
| 0         | 0.1563   | 0         | 0.1035   | 0         | 0.0759   | 0         | 0.0591   | 0         | 0.0614   |
| 0.048     | 0        | 0.048     | 0        | 0.048     | 0        | 0.0481    | 0        | 0.048     | 0        |
| 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   |
| 0.3666    | 0        | 0.4638    | 0        | 0.468     | 0        | 0.5337    | 0        | 0.5068    | 0        |
| 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   |
| 1.0847    | 0        | 1.4454    | 0        | 1.3712    | 0        | 1.8902    | 0        | 1.5259    | 0        |
| 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   |
| 0.0588    | 0        | 0.0779    | 0        | 0.0742    | 0        | 0.1031    | 0        | 0.0825    | 0        |
| 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   |
| 1.084     | 0        | 1.3459    | 0        | 1.3454    | 0        | 1.8872    | 0        | 1.4834    | 0        |
| 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   |
| 1.219     | 0        | 1.4614    | 0        | 1.5219    | 0        | 1.9688    | 0        | 1.6858    | 0        |
| 0         | 0.0532   | 0         | 0.0446   | 0         | 0.0382   | 0         | 0.0326   | 0         | 0.0374   |

Tabla 8-25 Reluctancias longitudinales superiores. Valores en  $\text{Av/Wb} \cdot 10^5$ . Parte segunda (de tres).

| Diente 21 | Hueco 21 | Diente 22 | Hueco 22 | Diente 23 | Hueco 23 | Diente 24 | Hueco 24 | Diente 25 | Hueco 25 |           |
|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|
| 0         | 0.0784   | 0         | 0.0966   | 0         | 0.108    | 0         | 0.109    | 0         | 0.099    |           |
| 0.048     | 0        | 0.048     | 0        | 0.0479    | 0        | 0.0479    | 0        | 0.0479    | 0        |           |
| 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   |           |
| 0.5898    | 0        | 0.417     | 0        | 0.3307    | 0        | 0.3064    | 0        | 0.3471    | 0        |           |
| 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   |           |
| 2.23      | 0        | 1.322     | 0        | 0.9439    | 0        | 0.9657    | 0        | 1.0857    | 0        |           |
| 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   |           |
| 0.1188    | 0        | 0.0713    | 0        | 0.0515    | 0        | 0.052     | 0        | 0.0587    | 0        |           |
| 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   |           |
| 1.76      | 0        | 1.2681    | 0        | 1.0341    | 0        | 0.9266    | 0        | 1.0825    | 0        |           |
| 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   |           |
| 1.8207    | 0        | 1.3685    | 0        | 1.0727    | 0        | 0.9932    | 0        | 1.1533    | 0        |           |
| 0         | 0.0443   | 0         | 0.0504   | 0         | 0.0511   | 0         | 0.0512   | 0         | 0.0481   |           |
| Diente 26 | Hueco 26 | Diente 27 | Hueco 27 | Diente 28 | Hueco 28 | Diente 29 | Hueco 29 | Diente 30 | Hueco 30 | Diente 31 |
| 0         | 0.0862   | 0         | 0.0737   | 0         | 0.0651   | 0         | 0.0593   | 0         | 0.0554   | 0         |
| 0.0479    | 0        | 0.048     | 0        | 0.048     | 0        | 0.048     | 0        | 0.048     | 0        | 0.0479    |
| 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         |
| 0.3625    | 0        | 0.415     | 0        | 0.3895    | 0        | 0.3792    | 0        | 0.395     | 0        | 0.3003    |
| 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         |
| 1.1297    | 0        | 1.7209    | 0        | 1.2498    | 0        | 1.1727    | 0        | 1.1101    | 0        | 0.925     |
| 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         |
| 0.0613    | 0        | 0.0952    | 0        | 0.0676    | 0        | 0.0633    | 0        | 0.0593    | 0        | 0.05      |
| 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         |
| 1.1425    | 0        | 2.0308    | 0        | 1.2211    | 0        | 1.1358    | 0        | 1.0796    | 0        | 0.9746    |
| 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         |
| 1.2619    | 0        | 1.9373    | 0        | 1.3439    | 0        | 1.2161    | 0        | 1.0902    | 0        | 0.9928    |
| 0         | 0.0441   | 0         | 0.0382   | 0         | 0.0352   | 0         | 0.0334   | 0         | 0.0326   | 0         |

Tabla 8-26 Reluctancias longitudinales superiores. Valores en  $Av/Wb \cdot 10^5$ . Parte tercera (de tres).



| Diente 1 | Hueco 1 | Diente 2 | Hueco 2 | Diente 3 | Hueco 3 | Diente 4 | Hueco 4 | Diente 5  | Hueco 5  |
|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|-----------|----------|
| 0        | 0.0628  | 0        | 0.0701  | 0        | 0.0735  | 0        | 0.0716  | 0         | 0.0647   |
| 0.0481   | 0       | 0.0481   | 0       | 0.048    | 0       | 0.048    | 0       | 0.0479    | 0        |
| 0        | 0.0972  | 0        | 0.0972  | 0        | 0.0972  | 0        | 0.0972  | 0         | 0.0972   |
| 0.7821   | 0       | 0.5727   | 0       | 0.4676   | 0       | 0.3919   | 0       | 0.3004    | 0        |
| 0        | 0.0315  | 0        | 0.0315  | 0        | 0.0315  | 0        | 0.0315  | 0         | 0.0315   |
| 3.1994   | 0       | 1.8913   | 0       | 1.5441   | 0       | 1.3186   | 0       | 0.9271    | 0        |
| 0        | 0.5831  | 0        | 0.5831  | 0        | 0.5831  | 0        | 0.5831  | 0         | 0.5831   |
| 0.1711   | 0       | 0.1024   | 0       | 0.0835   | 0       | 0.0712   | 0       | 0.0502    | 0        |
| 0        | 0.0946  | 0        | 0.0946  | 0        | 0.0946  | 0        | 0.0946  | 0         | 0.0946   |
| 2.6583   | 0       | 1.9654   | 0       | 1.5739   | 0       | 1.3168   | 0       | 0.9581    | 0        |
| 0        | 0.0295  | 0        | 0.0295  | 0        | 0.0295  | 0        | 0.0295  | 0         | 0.0295   |
| 2.6328   | 0       | 2.1142   | 0       | 1.6846   | 0       | 1.3916   | 0       | 1.0173    | 0        |
| 0        | 0.036   | 0        | 0.0387  | 0        | 0.04    | 0        | 0.0396  | 0         | 0.0369   |
| Diente 6 | Hueco 6 | Diente 7 | Hueco 7 | Diente 8 | Hueco 8 | Diente 9 | Hueco 9 | Diente 10 | Hueco 10 |
| 0        | 0.057   | 0        | 0.0601  | 0        | 0.0773  | 0        | 0.1132  | 0         | 0.183    |
| 0.0479   | 0       | 0.048    | 0       | 0.0481   | 0       | 0.0481   | 0       | 0.0481    | 0        |
| 0        | 0.0972  | 0        | 0.0972  | 0        | 0.0972  | 0        | 0.0972  | 0         | 0.0972   |
| 0.3208   | 0       | 0.3439   | 0       | 0.5827   | 0       | 0.8568   | 0       | 0.6352    | 0        |
| 0        | 0.0315  | 0        | 0.0315  | 0        | 0.0315  | 0        | 0.0315  | 0         | 0.0315   |
| 0.9359   | 0       | 1.0855   | 0       | 4.2697   | 0       | 5.6037   | 0       | 2.3219    | 0        |
| 0        | 0.5831  | 0        | 0.5831  | 0        | 0.5831  | 0        | 0.5831  | 0         | 0.5831   |
| 0.0505   | 0       | 0.0568   | 0       | 0.2202   | 0       | 0.2897   | 0       | 0.1249    | 0        |
| 0        | 0.0946  | 0        | 0.0946  | 0        | 0.0946  | 0        | 0.0946  | 0         | 0.0946   |
| 0.9337   | 0       | 0.9526   | 0       | 2.9997   | 0       | 3.0077   | 0       | 2.0798    | 0        |
| 0        | 0.0295  | 0        | 0.0295  | 0        | 0.0295  | 0        | 0.0295  | 0         | 0.0295   |
| 1.0001   | 0       | 1.1202   | 0       | 2.7734   | 0       | 2.9201   | 0       | 2.2135    | 0        |
| 0        | 0.0341  | 0        | 0.034   | 0        | 0.0411  | 0        | 0.0517  | 0         | 0.065    |

Tabla 8-27 Reluctancias longitudinales inferiores. Valores en  $Av/Wb \cdot 10^5$ . Parte primera (de tres).

| Diente 11 | Hueco 11 | Diente 12 | Hueco 12 | Diente 13 | Hueco 13 | Diente 14 | Hueco 14 | Diente 15 | Hueco 15 |
|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|
| 0         | 0.3119   | 0         | 0.5291   | 0         | 0.6939   | 0         | 0.5086   | 0         | 0.2615   |
| 0.048     | 0        | 0.048     | 0        | 0.0479    | 0        | 0.0479    | 0        | 0.0479    | 0        |
| 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   |
| 0.4805    | 0        | 0.417     | 0        | 0.369     | 0        | 0.34      | 0        | 0.3459    | 0        |
| 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   |
| 1.3074    | 0        | 1.3068    | 0        | 1.19      | 0        | 1.1211    | 0        | 1.3498    | 0        |
| 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   |
| 0.0699    | 0        | 0.0704    | 0        | 0.0642    | 0        | 0.0604    | 0        | 0.0745    | 0        |
| 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   |
| 1.2067    | 0        | 1.2473    | 0        | 1.1668    | 0        | 1.1015    | 0        | 1.5517    | 0        |
| 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   |
| 1.3602    | 0        | 1.3271    | 0        | 1.2373    | 0        | 1.1319    | 0        | 1.5541    | 0        |
| 0         | 0.0739   | 0         | 0.0815   | 0         | 0.0852   | 0         | 0.0815   | 0         | 0.063    |
| Diente 16 | Hueco 16 | Diente 17 | Hueco 17 | Diente 18 | Hueco 18 | Diente 19 | Hueco 19 | Diente 20 | Hueco 20 |
| 0         | 0.1563   | 0         | 0.1035   | 0         | 0.0759   | 0         | 0.0591   | 0         | 0.0614   |
| 0.048     | 0        | 0.048     | 0        | 0.048     | 0        | 0.0481    | 0        | 0.048     | 0        |
| 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   |
| 0.3666    | 0        | 0.4638    | 0        | 0.468     | 0        | 0.5337    | 0        | 0.5068    | 0        |
| 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   |
| 1.0847    | 0        | 1.4454    | 0        | 1.3712    | 0        | 1.8902    | 0        | 1.5259    | 0        |
| 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   |
| 0.0588    | 0        | 0.0779    | 0        | 0.0742    | 0        | 0.1031    | 0        | 0.0825    | 0        |
| 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   |
| 1.084     | 0        | 1.3459    | 0        | 1.3454    | 0        | 1.8872    | 0        | 1.4834    | 0        |
| 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   |
| 1.219     | 0        | 1.4614    | 0        | 1.5219    | 0        | 1.9688    | 0        | 1.6858    | 0        |
| 0         | 0.0532   | 0         | 0.0446   | 0         | 0.0382   | 0         | 0.0326   | 0         | 0.0374   |

Tabla 8-28 Reluctancias longitudinales inferiores. Valores en  $A_v/W_b \cdot 10^5$ . Parte segunda (de tres).

| Diente 21 | Hueco 21 | Diente 22 | Hueco 22 | Diente 23 | Hueco 23 | Diente 24 | Hueco 24 | Diente 25 | Hueco 25 |           |
|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|
| 0         | 0.0784   | 0         | 0.0966   | 0         | 0.108    | 0         | 0.109    | 0         | 0.099    |           |
| 0.048     | 0        | 0.048     | 0        | 0.0479    | 0        | 0.0479    | 0        | 0.0479    | 0        |           |
| 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   |           |
| 0.5898    | 0        | 0.417     | 0        | 0.3307    | 0        | 0.3064    | 0        | 0.3471    | 0        |           |
| 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   |           |
| 2.23      | 0        | 1.322     | 0        | 0.9439    | 0        | 0.9657    | 0        | 1.0857    | 0        |           |
| 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   |           |
| 0.1188    | 0        | 0.0713    | 0        | 0.0515    | 0        | 0.052     | 0        | 0.0587    | 0        |           |
| 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   |           |
| 1.76      | 0        | 1.2681    | 0        | 1.0341    | 0        | 0.9266    | 0        | 1.0825    | 0        |           |
| 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   |           |
| 1.8207    | 0        | 1.3685    | 0        | 1.0727    | 0        | 0.9932    | 0        | 1.1533    | 0        |           |
| 0         | 0.0443   | 0         | 0.0504   | 0         | 0.0511   | 0         | 0.0512   | 0         | 0.0481   |           |
| Diente 26 | Hueco 26 | Diente 27 | Hueco 27 | Diente 28 | Hueco 28 | Diente 29 | Hueco 29 | Diente 30 | Hueco 30 | Diente 31 |
| 0         | 0.0862   | 0         | 0.0737   | 0         | 0.0651   | 0         | 0.0593   | 0         | 0.0554   | 0         |
| 0.0479    | 0        | 0.048     | 0        | 0.048     | 0        | 0.048     | 0        | 0.048     | 0        | 0.0479    |
| 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         | 0.0972   | 0         |
| 0.3625    | 0        | 0.415     | 0        | 0.3895    | 0        | 0.3792    | 0        | 0.395     | 0        | 0.3003    |
| 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         | 0.0315   | 0         |
| 1.1297    | 0        | 1.7209    | 0        | 1.2498    | 0        | 1.1727    | 0        | 1.1101    | 0        | 0.925     |
| 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         | 0.5831   | 0         |
| 0.0613    | 0        | 0.0952    | 0        | 0.0676    | 0        | 0.0633    | 0        | 0.0593    | 0        | 0.05      |
| 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         | 0.0946   | 0         |
| 1.1425    | 0        | 2.0308    | 0        | 1.2211    | 0        | 1.1358    | 0        | 1.0796    | 0        | 0.9746    |
| 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         | 0.0295   | 0         |
| 1.2619    | 0        | 1.9373    | 0        | 1.3439    | 0        | 1.2161    | 0        | 1.0902    | 0        | 0.9928    |
| 0         | 0.0441   | 0         | 0.0382   | 0         | 0.0352   | 0         | 0.0334   | 0         | 0.0326   | 0         |

Tabla 8-29 Reluctancias longitudinales inferiores. Valores en  $Av/Wb \cdot 10^5$ . Parte tercera (de tres).

| Izquierda 2 | Diente 2 | Derecha 2 | Izquierda 3 | Diente 3 | Derecha 3 | Izquierda 4 | Diente 4 | Derecha 4 |
|-------------|----------|-----------|-------------|----------|-----------|-------------|----------|-----------|
| 0           | 0.1266   | 0         | 0           | 0.1329   | 0         | 0           | 0.1294   | 0         |
| 0.9591      | 0        | 0.9613    | 0.9607      | 0        | 0.9601    | 0.9632      | 0        | 0.9592    |
| 0           | 0.0334   | 0         | 0           | 0.0334   | 0         | 0           | 0.0334   | 0         |
| 0.0076      | 0        | 0.0115    | 0.0104      | 0        | 0.0094    | 0.0153      | 0        | 0.0078    |
| 0           | 0.0108   | 0         | 0           | 0.0108   | 0         | 0           | 0.0108   | 0         |
| 0.0247      | 0        | 0.0378    | 0.0368      | 0        | 0.0309    | 0.0657      | 0        | 0.0264    |
| 0           | 0.2007   | 0         | 0           | 0.2007   | 0         | 0           | 0.2007   | 0         |
| 0.0013      | 0        | 0.002     | 0.002       | 0        | 0.0017    | 0.0035      | 0        | 0.0014    |
| 0           | 0.0325   | 0         | 0           | 0.0325   | 0         | 0           | 0.0325   | 0         |
| 0.0246      | 0        | 0.0393    | 0.0365      | 0        | 0.0315    | 0.0641      | 0        | 0.0263    |
| 0           | 0.0076   | 0         | 0           | 0.0076   | 0         | 0           | 0.0076   | 0         |
| 0.035       | 0        | 0.0567    | 0.0512      | 0        | 0.0452    | 0.0866      | 0        | 0.0373    |
| 0           | 0.0673   | 0         | 0           | 0.0695   | 0         | 0           | 0.0687   | 0         |
|             |          |           |             |          |           |             |          |           |
| Izquierda 5 | Diente 5 | Derecha 5 | Izquierda 6 | Diente 6 | Derecha 6 | Izquierda 7 | Diente 7 | Derecha 7 |
| 0           | 0.117    | 0         | 0           | 0.103    | 0         | 0           | 0.1086   | 0         |
| 0.9668      | 0        | 0.9583    | 0.9682      | 0        | 0.9585    | 0.9688      | 0        | 0.9591    |
| 0           | 0.0334   | 0         | 0           | 0.0334   | 0         | 0           | 0.0334   | 0         |
| 0.023       | 0        | 0.006     | 0.0261      | 0        | 0.0064    | 0.0277      | 0        | 0.0069    |
| 0           | 0.0108   | 0         | 0           | 0.0108   | 0         | 0           | 0.0108   | 0         |
| 0.1236      | 0        | 0.0185    | 0.1404      | 0        | 0.0187    | 0.1407      | 0        | 0.0217    |
| 0           | 0.2007   | 0         | 0           | 0.2007   | 0         | 0           | 0.2007   | 0         |
| 0.0067      | 0        | 0.001     | 0.0077      | 0        | 0.001     | 0.0078      | 0        | 0.0011    |
| 0           | 0.0325   | 0         | 0           | 0.0325   | 0         | 0           | 0.0325   | 0         |
| 0.1518      | 0        | 0.0192    | 0.2565      | 0        | 0.0187    | 0.4087      | 0        | 0.0191    |
| 0           | 0.0076   | 0         | 0           | 0.0076   | 0         | 0           | 0.0076   | 0         |
| 0.1748      | 0        | 0.0273    | 0.2401      | 0        | 0.0268    | 0.2915      | 0        | 0.0301    |
| 0           | 0.064    | 0         | 0           | 0.0593   | 0         | 0           | 0.059    | 0         |

Tabla 8-30 Reluctancias transversales superiores. Valores en  $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte primera (de cinco).

| Izquierda 8  | Diente 8  | Derecha 8  | Izquierda 9  | Diente 9  | Derecha 9  | Izquierda 10 | Diente 10 | Derecha 10 |
|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|
| 0            | 0.1397    | 0          | 0            | 0.2045    | 0          | 0            | 0.3307    | 0          |
| 0.967        | 0         | 0.9611     | 0.965        | 0         | 0.9628     | 0.9611       | 0         | 0.9619     |
| 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          |
| 0.0236       | 0         | 0.0117     | 0.0192       | 0         | 0.0171     | 0.0112       | 0         | 0.0127     |
| 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          |
| 0.1035       | 0         | 0.0854     | 0.0778       | 0         | 0.1121     | 0.0374       | 0         | 0.0464     |
| 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          |
| 0.0057       | 0         | 0.0044     | 0.0043       | 0         | 0.0058     | 0.002        | 0         | 0.0025     |
| 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          |
| 0.2304       | 0         | 0.06       | 0.1237       | 0         | 0.0602     | 0.0445       | 0         | 0.0416     |
| 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          |
| 0.219        | 0         | 0.0744     | 0.1452       | 0         | 0.0784     | 0.0612       | 0         | 0.0594     |
| 0            | 0.0713    | 0          | 0            | 0.0899    | 0          | 0            | 0.1129    | 0          |
|              |           |            |              |           |            |              |           |            |
| Izquierda 11 | Diente 11 | Derecha 11 | Izquierda 12 | Diente 12 | Derecha 12 | Izquierda 13 | Diente 13 | Derecha 13 |
| 0            | 0.5635    | 0          | 0            | 0.9559    | 0          | 0            | 1.2536    | 0          |
| 0.959        | 0         | 0.9607     | 0.9582       | 0         | 0.9597     | 0.9588       | 0         | 0.9589     |
| 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          |
| 0.0073       | 0         | 0.0096     | 0.006        | 0         | 0.0083     | 0.007        | 0         | 0.0074     |
| 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          |
| 0.0225       | 0         | 0.0261     | 0.0193       | 0         | 0.0261     | 0.0232       | 0         | 0.0238     |
| 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          |
| 0.0012       | 0         | 0.0014     | 0.001        | 0         | 0.0014     | 0.0012       | 0         | 0.0013     |
| 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          |
| 0.0244       | 0         | 0.0241     | 0.019        | 0         | 0.0249     | 0.0225       | 0         | 0.0233     |
| 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          |
| 0.0347       | 0         | 0.0365     | 0.0271       | 0         | 0.0356     | 0.032        | 0         | 0.0332     |
| 0            | 0.1283    | 0          | 0            | 0.1415    | 0          | 0            | 0.1481    | 0          |

Tabla 8-31 Reluctancias transversales superiores. Valores en  $A_v/W_b \cdot 10^7$ . Parte segunda (de cinco).

| Izquierda 14 | Diente 14 | Derecha 14 | Izquierda 15 | Diente 15 | Derecha 15 | Izquierda 16 | Diente 16 | Derecha 16 |
|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|
| 0            | 0.9188    | 0          | 0            | 0.4725    | 0          | 0            | 0.2823    | 0          |
| 0.9604       | 0         | 0.9585     | 0.9645       | 0         | 0.9585     | 0.9671       | 0         | 0.9591     |
| 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          |
| 0.01         | 0         | 0.0068     | 0.0183       | 0         | 0.0069     | 0.0239       | 0         | 0.0073     |
| 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          |
| 0.0357       | 0         | 0.0224     | 0.0829       | 0         | 0.027      | 0.1344       | 0         | 0.0217     |
| 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          |
| 0.0019       | 0         | 0.0012     | 0.0045       | 0         | 0.0015     | 0.0073       | 0         | 0.0012     |
| 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          |
| 0.0369       | 0         | 0.022      | 0.1073       | 0         | 0.031      | 0.1971       | 0         | 0.0217     |
| 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          |
| 0.0515       | 0         | 0.0304     | 0.1311       | 0         | 0.0417     | 0.2024       | 0         | 0.0327     |
| 0            | 0.1416    | 0          | 0            | 0.1095    | 0          | 0            | 0.0924    | 0          |
| Izquierda 17 | Diente 17 | Derecha 17 | Izquierda 18 | Diente 18 | Derecha 18 | Izquierda 19 | Diente 19 | Derecha 19 |
| 0            | 0.1869    | 0          | 0            | 0.1371    | 0          | 0            | 0.1068    | 0          |
| 0.9686       | 0         | 0.96       | 0.9687       | 0         | 0.9605     | 0.9686       | 0         | 0.961      |
| 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          |
| 0.0275       | 0         | 0.0093     | 0.0277       | 0         | 0.0094     | 0.0273       | 0         | 0.0107     |
| 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          |
| 0.1676       | 0         | 0.0289     | 0.1532       | 0         | 0.0274     | 0.1377       | 0         | 0.0378     |
| 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          |
| 0.0092       | 0         | 0.0016     | 0.0085       | 0         | 0.0015     | 0.0076       | 0         | 0.0021     |
| 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          |
| 0.3262       | 0         | 0.0269     | 0.3648       | 0         | 0.0269     | 0.3849       | 0         | 0.0377     |
| 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          |
| 0.2617       | 0         | 0.0392     | 0.2754       | 0         | 0.0408     | 0.282        | 0         | 0.0528     |
| 0            | 0.0775    | 0          | 0            | 0.0663    | 0          | 0            | 0.0567    | 0          |

Tabla 8-32 Reluctancias transversales superiores. Valores en  $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte tercera (de cinco).

| Izquierda 20 | Diente 20 | Derecha 20 | Izquierda 21 | Diente 21 | Derecha 21 | Izquierda 22 | Diente 22 | Derecha 22 |
|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|
| 0            | 0.111     | 0          | 0            | 0.1416    | 0          | 0            | 0.1745    | 0          |
| 0.9676       | 0         | 0.9609     | 0.966        | 0         | 0.9608     | 0.9616       | 0         | 0.9596     |
| 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          |
| 0.0248       | 0         | 0.0101     | 0.0212       | 0         | 0.0118     | 0.0122       | 0         | 0.0083     |
| 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          |
| 0.1117       | 0         | 0.0305     | 0.0897       | 0         | 0.0446     | 0.0412       | 0         | 0.0264     |
| 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          |
| 0.0062       | 0         | 0.0017     | 0.0049       | 0         | 0.0024     | 0.0022       | 0         | 0.0014     |
| 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          |
| 0.2685       | 0         | 0.0297     | 0.1551       | 0         | 0.0352     | 0.0501       | 0         | 0.0254     |
| 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          |
| 0.2414       | 0         | 0.0452     | 0.1739       | 0         | 0.0489     | 0.0688       | 0         | 0.0367     |
| 0            | 0.065     | 0          | 0            | 0.0769    | 0          | 0            | 0.0876    | 0          |
|              |           |            |              |           |            |              |           |            |
| Izquierda 23 | Diente 23 | Derecha 23 | Izquierda 24 | Diente 24 | Derecha 24 | Izquierda 25 | Diente 25 | Derecha 25 |
| 0            | 0.1951    | 0          | 0            | 0.197     | 0          | 0            | 0.1789    | 0          |
| 0.9591       | 0         | 0.9588     | 0.9582       | 0         | 0.9583     | 0.9591       | 0         | 0.9586     |
| 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          |
| 0.0076       | 0         | 0.0066     | 0.006        | 0         | 0.0061     | 0.0076       | 0         | 0.0069     |
| 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          |
| 0.0234       | 0         | 0.0189     | 0.0193       | 0         | 0.0193     | 0.0252       | 0         | 0.0217     |
| 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          |
| 0.0013       | 0         | 0.001      | 0.001        | 0         | 0.001      | 0.0014       | 0         | 0.0012     |
| 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          |
| 0.0255       | 0         | 0.0207     | 0.019        | 0         | 0.0185     | 0.0244       | 0         | 0.0216     |
| 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          |
| 0.0363       | 0         | 0.0288     | 0.0272       | 0         | 0.0267     | 0.0348       | 0         | 0.0309     |
| 0            | 0.0888    | 0          | 0            | 0.0889    | 0          | 0            | 0.0836    | 0          |

Tabla 8-33 Reluctancias transversales superiores. Valores en  $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte cuarta (de cinco).

| Izquierda 26 | Diente 26 | Derecha 26 | Izquierda 27 | Diente 27 | Derecha 27 | Izquierda 28 | Diente 28 | Derecha 28 |
|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|
| 0            | 0.1557    | 0          | 0            | 0.1331    | 0          | 0            | 0.1176    | 0          |
| 0.9598       | 0         | 0.959      | 0.9606       | 0         | 0.9593     | 0.9599       | 0         | 0.9593     |
| 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          |
| 0.0088       | 0         | 0.0073     | 0.0103       | 0         | 0.0083     | 0.0089       | 0         | 0.0078     |
| 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          |
| 0.0292       | 0         | 0.0226     | 0.0339       | 0         | 0.0344     | 0.0282       | 0         | 0.025      |
| 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          |
| 0.0016       | 0         | 0.0012     | 0.0018       | 0         | 0.0019     | 0.0015       | 0         | 0.0014     |
| 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          |
| 0.0301       | 0         | 0.0229     | 0.0381       | 0         | 0.0406     | 0.0313       | 0         | 0.0244     |
| 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          |
| 0.0426       | 0         | 0.0339     | 0.0533       | 0         | 0.052      | 0.0442       | 0         | 0.0361     |
| 0            | 0.0766    | 0          | 0            | 0.0663    | 0          | 0            | 0.0612    | 0          |

| Izquierda 29 | Diente 29 | Derecha 29 | Izquierda 30 | Diente 30 | Derecha 30 |
|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|
| 0            | 0.1072    | 0          | 0            | 0.1002    | 0          |
| 0.9592       | 0         | 0.9592     | 0.9586       | 0         | 0.9591     |
| 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          |
| 0.0077       | 0         | 0.0076     | 0.0068       | 0         | 0.0079     |
| 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          |
| 0.0242       | 0         | 0.0235     | 0.021        | 0         | 0.0222     |
| 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          |
| 0.0013       | 0         | 0.0013     | 0.0011       | 0         | 0.0012     |
| 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          |
| 0.0256       | 0         | 0.0227     | 0.0215       | 0         | 0.0216     |
| 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          |
| 0.0364       | 0         | 0.0326     | 0.0307       | 0         | 0.0293     |
| 0            | 0.0581    | 0          | 0            | 0.0566    | 0          |

Tabla 8-34 Reluctancias transversales superiores. Valores en  $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte quinta (de cinco).



| Izquierda 2 | Diente 2 | Derecha 2 | Izquierda 3 | Diente 3 | Derecha 3 | Izquierda 4 | Diente 4 | Derecha 4 |
|-------------|----------|-----------|-------------|----------|-----------|-------------|----------|-----------|
| 0           | 0.1266   | 0         | 0           | 0.1329   | 0         | 0           | 0.1294   | 0         |
| 0.9591      | 0        | 0.9613    | 0.9607      | 0        | 0.9601    | 0.9632      | 0        | 0.9592    |
| 0           | 0.0334   | 0         | 0           | 0.0334   | 0         | 0           | 0.0334   | 0         |
| 0.0076      | 0        | 0.0115    | 0.0104      | 0        | 0.0094    | 0.0153      | 0        | 0.0078    |
| 0           | 0.0325   | 0         | 0           | 0.0325   | 0         | 0           | 0.0325   | 0         |
| 0.0247      | 0        | 0.0378    | 0.0368      | 0        | 0.0309    | 0.0657      | 0        | 0.0264    |
| 0           | 0.2007   | 0         | 0           | 0.2007   | 0         | 0           | 0.2007   | 0         |
| 0.0013      | 0        | 0.002     | 0.002       | 0        | 0.0017    | 0.0035      | 0        | 0.0014    |
| 0           | 0.0108   | 0         | 0           | 0.0108   | 0         | 0           | 0.0108   | 0         |
| 0.0246      | 0        | 0.0393    | 0.0365      | 0        | 0.0315    | 0.0641      | 0        | 0.0263    |
| 0           | 0.0076   | 0         | 0           | 0.0076   | 0         | 0           | 0.0076   | 0         |
| 0.035       | 0        | 0.0567    | 0.0512      | 0        | 0.0452    | 0.0866      | 0        | 0.0373    |
| 0           | 0.0673   | 0         | 0           | 0.0695   | 0         | 0           | 0.0687   | 0         |
|             |          |           |             |          |           |             |          |           |
| Izquierda 5 | Diente 5 | Derecha 5 | Izquierda 6 | Diente 6 | Derecha 6 | Izquierda 7 | Diente 7 | Derecha 7 |
| 0           | 0.117    | 0         | 0           | 0.103    | 0         | 0           | 0.1086   | 0         |
| 0.9668      | 0        | 0.9583    | 0.9682      | 0        | 0.9585    | 0.9688      | 0        | 0.9591    |
| 0           | 0.0334   | 0         | 0           | 0.0334   | 0         | 0           | 0.0334   | 0         |
| 0.023       | 0        | 0.006     | 0.0261      | 0        | 0.0064    | 0.0277      | 0        | 0.0069    |
| 0           | 0.0325   | 0         | 0           | 0.0325   | 0         | 0           | 0.0325   | 0         |
| 0.1236      | 0        | 0.0185    | 0.1404      | 0        | 0.0187    | 0.1407      | 0        | 0.0217    |
| 0           | 0.2007   | 0         | 0           | 0.2007   | 0         | 0           | 0.2007   | 0         |
| 0.0067      | 0        | 0.001     | 0.0077      | 0        | 0.001     | 0.0078      | 0        | 0.0011    |
| 0           | 0.0108   | 0         | 0           | 0.0108   | 0         | 0           | 0.0108   | 0         |
| 0.1518      | 0        | 0.0192    | 0.2565      | 0        | 0.0187    | 0.4087      | 0        | 0.0191    |
| 0           | 0.0076   | 0         | 0           | 0.0076   | 0         | 0           | 0.0076   | 0         |
| 0.1748      | 0        | 0.0273    | 0.2401      | 0        | 0.0268    | 0.2915      | 0        | 0.0301    |
| 0           | 0.064    | 0         | 0           | 0.0593   | 0         | 0           | 0.059    | 0         |

Tabla 8-35 Reluctancias transversales inferiores. Valores en  $\text{Av/Wb} \cdot 10^7$ . Parte primera (de cinco).

| Izquierda 8  | Diente 8  | Derecha 8  | Izquierda 9  | Diente 9  | Derecha 9  | Izquierda 10 | Diente 10 | Derecha 10 |
|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|
| 0            | 0.1397    | 0          | 0            | 0.2045    | 0          | 0            | 0.3307    | 0          |
| 0.967        | 0         | 0.9611     | 0.965        | 0         | 0.9628     | 0.9611       | 0         | 0.9619     |
| 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          |
| 0.0236       | 0         | 0.0117     | 0.0192       | 0         | 0.0171     | 0.0112       | 0         | 0.0127     |
| 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          |
| 0.1035       | 0         | 0.0854     | 0.0778       | 0         | 0.1121     | 0.0374       | 0         | 0.0464     |
| 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          |
| 0.0057       | 0         | 0.0044     | 0.0043       | 0         | 0.0058     | 0.002        | 0         | 0.0025     |
| 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          |
| 0.2304       | 0         | 0.06       | 0.1237       | 0         | 0.0602     | 0.0445       | 0         | 0.0416     |
| 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          |
| 0.219        | 0         | 0.0744     | 0.1452       | 0         | 0.0784     | 0.0612       | 0         | 0.0594     |
| 0            | 0.0713    | 0          | 0            | 0.0899    | 0          | 0            | 0.1129    | 0          |
|              |           |            |              |           |            |              |           |            |
| Izquierda 11 | Diente 11 | Derecha 11 | Izquierda 12 | Diente 12 | Derecha 12 | Izquierda 13 | Diente 13 | Derecha 13 |
| 0            | 0.5635    | 0          | 0            | 0.9559    | 0          | 0            | 1.2536    | 0          |
| 0.959        | 0         | 0.9607     | 0.9582       | 0         | 0.9597     | 0.9588       | 0         | 0.9589     |
| 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          |
| 0.0073       | 0         | 0.0096     | 0.006        | 0         | 0.0083     | 0.007        | 0         | 0.0074     |
| 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          |
| 0.0225       | 0         | 0.0261     | 0.0193       | 0         | 0.0261     | 0.0232       | 0         | 0.0238     |
| 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          |
| 0.0012       | 0         | 0.0014     | 0.001        | 0         | 0.0014     | 0.0012       | 0         | 0.0013     |
| 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          |
| 0.0244       | 0         | 0.0241     | 0.019        | 0         | 0.0249     | 0.0225       | 0         | 0.0233     |
| 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          |
| 0.0347       | 0         | 0.0365     | 0.0271       | 0         | 0.0356     | 0.032        | 0         | 0.0332     |
| 0            | 0.1283    | 0          | 0            | 0.1415    | 0          | 0            | 0.1481    | 0          |

Tabla 8-36 Reluctancias transversales inferiores. Valores en  $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte segunda (de cinco).

| Izquierda 14 | Diente 14 | Derecha 14 | Izquierda 15 | Diente 15 | Derecha 15 | Izquierda 16 | Diente 16 | Derecha 16 |
|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|
| 0            | 0.9188    | 0          | 0            | 0.4725    | 0          | 0            | 0.2823    | 0          |
| 0.9604       | 0         | 0.9585     | 0.9645       | 0         | 0.9585     | 0.9671       | 0         | 0.9591     |
| 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          |
| 0.01         | 0         | 0.0068     | 0.0183       | 0         | 0.0069     | 0.0239       | 0         | 0.0073     |
| 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          |
| 0.0357       | 0         | 0.0224     | 0.0829       | 0         | 0.027      | 0.1344       | 0         | 0.0217     |
| 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          |
| 0.0019       | 0         | 0.0012     | 0.0045       | 0         | 0.0015     | 0.0073       | 0         | 0.0012     |
| 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          |
| 0.0369       | 0         | 0.022      | 0.1073       | 0         | 0.031      | 0.1971       | 0         | 0.0217     |
| 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          |
| 0.0515       | 0         | 0.0304     | 0.1311       | 0         | 0.0417     | 0.2024       | 0         | 0.0327     |
| 0            | 0.1416    | 0          | 0            | 0.1095    | 0          | 0            | 0.0924    | 0          |
| Izquierda 17 | Diente 17 | Derecha 17 | Izquierda 18 | Diente 18 | Derecha 18 | Izquierda 19 | Diente 19 | Derecha 19 |
| 0            | 0.1869    | 0          | 0            | 0.1371    | 0          | 0            | 0.1068    | 0          |
| 0.9686       | 0         | 0.96       | 0.9687       | 0         | 0.9605     | 0.9686       | 0         | 0.961      |
| 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          |
| 0.0275       | 0         | 0.0093     | 0.0277       | 0         | 0.0094     | 0.0273       | 0         | 0.0107     |
| 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          |
| 0.1676       | 0         | 0.0289     | 0.1532       | 0         | 0.0274     | 0.1377       | 0         | 0.0378     |
| 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          |
| 0.0092       | 0         | 0.0016     | 0.0085       | 0         | 0.0015     | 0.0076       | 0         | 0.0021     |
| 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          |
| 0.3262       | 0         | 0.0269     | 0.3648       | 0         | 0.0269     | 0.3849       | 0         | 0.0377     |
| 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          |
| 0.2617       | 0         | 0.0392     | 0.2754       | 0         | 0.0408     | 0.282        | 0         | 0.0528     |
| 0            | 0.0775    | 0          | 0            | 0.0663    | 0          | 0            | 0.0567    | 0          |

Tabla 8-37 Reluctancias transversales inferiores. Valores en  $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte tercera (de cinco).

| Izquierda 20 | Diente 20 | Derecha 20 | Izquierda 21 | Diente 21 | Derecha 21 | Izquierda 22 | Diente 22 | Derecha 22 |
|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|
| 0            | 0.111     | 0          | 0            | 0.1416    | 0          | 0            | 0.1745    | 0          |
| 0.9676       | 0         | 0.9609     | 0.966        | 0         | 0.9608     | 0.9616       | 0         | 0.9596     |
| 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          |
| 0.0248       | 0         | 0.0101     | 0.0212       | 0         | 0.0118     | 0.0122       | 0         | 0.0083     |
| 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          |
| 0.1117       | 0         | 0.0305     | 0.0897       | 0         | 0.0446     | 0.0412       | 0         | 0.0264     |
| 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          |
| 0.0062       | 0         | 0.0017     | 0.0049       | 0         | 0.0024     | 0.0022       | 0         | 0.0014     |
| 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          |
| 0.2685       | 0         | 0.0297     | 0.1551       | 0         | 0.0352     | 0.0501       | 0         | 0.0254     |
| 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          |
| 0.2414       | 0         | 0.0452     | 0.1739       | 0         | 0.0489     | 0.0688       | 0         | 0.0367     |
| 0            | 0.065     | 0          | 0            | 0.0769    | 0          | 0            | 0.0876    | 0          |
| Izquierda 23 | Diente 23 | Derecha 23 | Izquierda 24 | Diente 24 | Derecha 24 | Izquierda 25 | Diente 25 | Derecha 25 |
| 0            | 0.1951    | 0          | 0            | 0.197     | 0          | 0            | 0.1789    | 0          |
| 0.9591       | 0         | 0.9588     | 0.9582       | 0         | 0.9583     | 0.9591       | 0         | 0.9586     |
| 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          |
| 0.0076       | 0         | 0.0066     | 0.006        | 0         | 0.0061     | 0.0076       | 0         | 0.0069     |
| 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          |
| 0.0234       | 0         | 0.0189     | 0.0193       | 0         | 0.0193     | 0.0252       | 0         | 0.0217     |
| 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          |
| 0.0013       | 0         | 0.001      | 0.001        | 0         | 0.001      | 0.0014       | 0         | 0.0012     |
| 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          |
| 0.0255       | 0         | 0.0207     | 0.019        | 0         | 0.0185     | 0.0244       | 0         | 0.0216     |
| 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          |
| 0.0363       | 0         | 0.0288     | 0.0272       | 0         | 0.0267     | 0.0348       | 0         | 0.0309     |
| 0            | 0.0888    | 0          | 0            | 0.0889    | 0          | 0            | 0.0836    | 0          |

Tabla 8-38 Reluctancias transversales inferiores. Valores en  $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte cuarta (de cinco).

| Izquierda 26 | Diente 26 | Derecha 26 | Izquierda 27 | Diente 27 | Derecha 27 | Izquierda 28 | Diente 28 | Derecha 28 |
|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|
| 0            | 0.1557    | 0          | 0            | 0.1331    | 0          | 0            | 0.1176    | 0          |
| 0.9598       | 0         | 0.959      | 0.9606       | 0         | 0.9593     | 0.9599       | 0         | 0.9593     |
| 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          |
| 0.0088       | 0         | 0.0073     | 0.0103       | 0         | 0.0083     | 0.0089       | 0         | 0.0078     |
| 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          |
| 0.0292       | 0         | 0.0226     | 0.0339       | 0         | 0.0344     | 0.0282       | 0         | 0.025      |
| 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          |
| 0.0016       | 0         | 0.0012     | 0.0018       | 0         | 0.0019     | 0.0015       | 0         | 0.0014     |
| 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          |
| 0.0301       | 0         | 0.0229     | 0.0381       | 0         | 0.0406     | 0.0313       | 0         | 0.0244     |
| 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          |
| 0.0426       | 0         | 0.0339     | 0.0533       | 0         | 0.052      | 0.0442       | 0         | 0.0361     |
| 0            | 0.0766    | 0          | 0            | 0.0663    | 0          | 0            | 0.0612    | 0          |

| Izquierda 29 | Diente 29 | Derecha 29 | Izquierda 30 | Diente 30 | Derecha 30 |
|--------------|-----------|------------|--------------|-----------|------------|
| 0            | 0.1072    | 0          | 0            | 0.1002    | 0          |
| 0.9592       | 0         | 0.9592     | 0.9586       | 0         | 0.9591     |
| 0            | 0.0334    | 0          | 0            | 0.0334    | 0          |
| 0.0077       | 0         | 0.0076     | 0.0068       | 0         | 0.0079     |
| 0            | 0.0325    | 0          | 0            | 0.0325    | 0          |
| 0.0242       | 0         | 0.0235     | 0.021        | 0         | 0.0222     |
| 0            | 0.2007    | 0          | 0            | 0.2007    | 0          |
| 0.0013       | 0         | 0.0013     | 0.0011       | 0         | 0.0012     |
| 0            | 0.0108    | 0          | 0            | 0.0108    | 0          |
| 0.0256       | 0         | 0.0227     | 0.0215       | 0         | 0.0216     |
| 0            | 0.0076    | 0          | 0            | 0.0076    | 0          |
| 0.0364       | 0         | 0.0326     | 0.0307       | 0         | 0.0293     |
| 0            | 0.0581    | 0          | 0            | 0.0566    | 0          |

Tabla 8-39 Reluctancias transversales inferiores. Valores en  $Av/Wb \cdot 10^7$ . Parte quinta (de cinco).

|          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Hueco 1  | Hueco 2  | Hueco 3  | Hueco 4  | Hueco 5  | Hueco 6  | Hueco 7  | Hueco 8  | Hueco 9  | Hueco 10 |
| -0.6987  | -1.3818  | -1.9967  | -2.4223  | -2.526   | -2.5676  | -2.3991  | -2.2229  | -1.5095  | -0.5818  |
| Hueco 11 | Hueco 12 | Hueco 13 | Hueco 14 | Hueco 15 | Hueco 16 | Hueco 17 | Hueco 18 | Hueco 19 | Hueco 20 |
| 0.0049   | 0.4712   | 1.2779   | 2.1784   | 2.4332   | 2.549    | 2.5604   | 2.5465   | 2.4746   | 2.3396   |
| Hueco 21 | Hueco 22 | Hueco 23 | Hueco 24 | Hueco 25 | Hueco 26 | Hueco 27 | Hueco 28 | Hueco 29 |          |
| 1.6604   | 0.6913   | -0.0046  | -0.7026  | -1.0508  | -1.3655  | -1.0685  | -0.7271  | -0.369   |          |

*Tabla 8-40 Valores de la inducción transversal total para el carril. Valores en Teslas.*

|          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Hueco 1  | Hueco 2  | Hueco 3  | Hueco 4  | Hueco 5  | Hueco 6  | Hueco 7  | Hueco 8  | Hueco 9  | Hueco 10 |
| -0.2442  | -0.4074  | -0.474   | -0.4392  | -0.2953  | -0.0914  | 0.1682   | 0.5236   | 0.9213   | 1.2519   |
| Hueco 11 | Hueco 12 | Hueco 13 | Hueco 14 | Hueco 15 | Hueco 16 | Hueco 17 | Hueco 18 | Hueco 19 | Hueco 20 |
| 1.4738   | 1.6039   | 1.6494   | 1.5996   | 1.4197   | 1.1696   | 0.8522   | 0.5106   | 0.1471   | -0.2098  |
| Hueco 21 | Hueco 22 | Hueco 23 | Hueco 24 | Hueco 25 | Hueco 26 | Hueco 27 | Hueco 28 | Hueco 29 | Hueco 30 |
| -0.553   | -0.7884  | -0.8951  | -0.9038  | -0.8132  | -0.6659  | -0.4736  | -0.2987  | -0.1527  | -0.0379  |

*Tabla 8-41 Valores de la inducción longitudinal total para el carril. Valores en Teslas.*

## Anexo 12 Resultados adicionales de la ley de Lorentz

Para que se pueda apreciar mejor la forma de obtención de los datos se van a exponer una serie de figuras que muestran como es el mallado en la placa.

En la Figura 8-32 se puede ver cual es el valor máximo de la fuerza en X en cada mallado realizado. El mallado es del mismo tipo que el realizado en el Capítulo 7. La Figura 8-33 muestra lo mismo, excepto que para la coordenada Y. En ambas Figuras se puede ver como el valor crece cuando más grande es el punto.

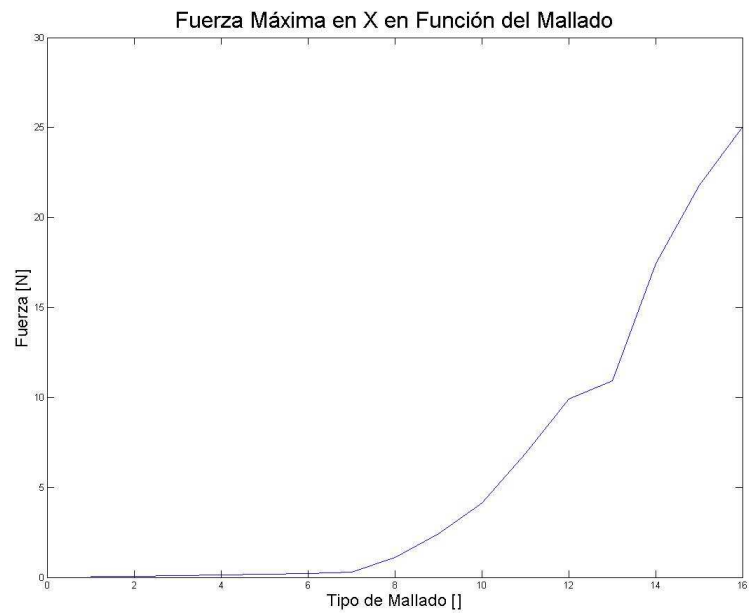


Figura 8-32 Valor máximo de la Fuerza en la dirección X en función del mallado.

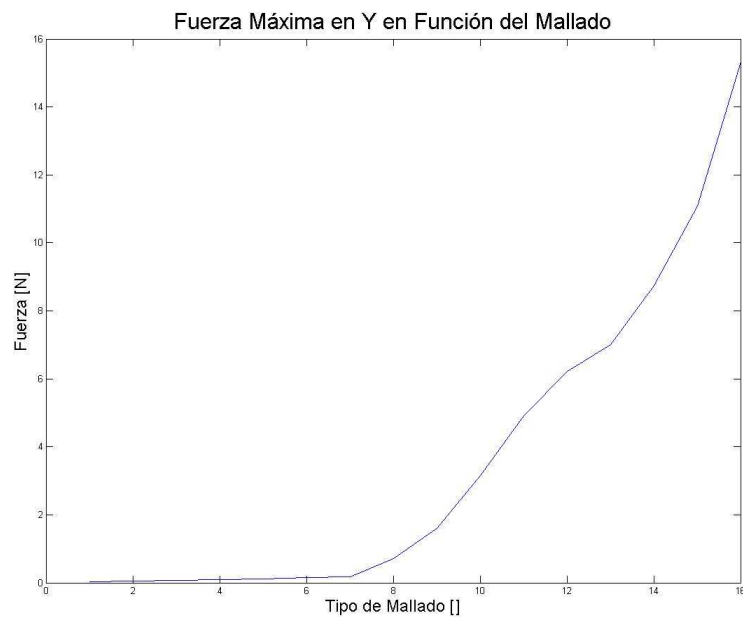


Figura 8-33 Valor máximo de la Fuerza en la dirección Y en función del mallado.

En la Figura 8-34 se puede ver como varía el número de puntos del mallado en función de la definición que se introduce en *el programa*. La idea de esta Figura es mostrar la gran cantidad de cálculos que es capaz de realizar *el programa* para obtener la distribución de fuerzas en la máquina.

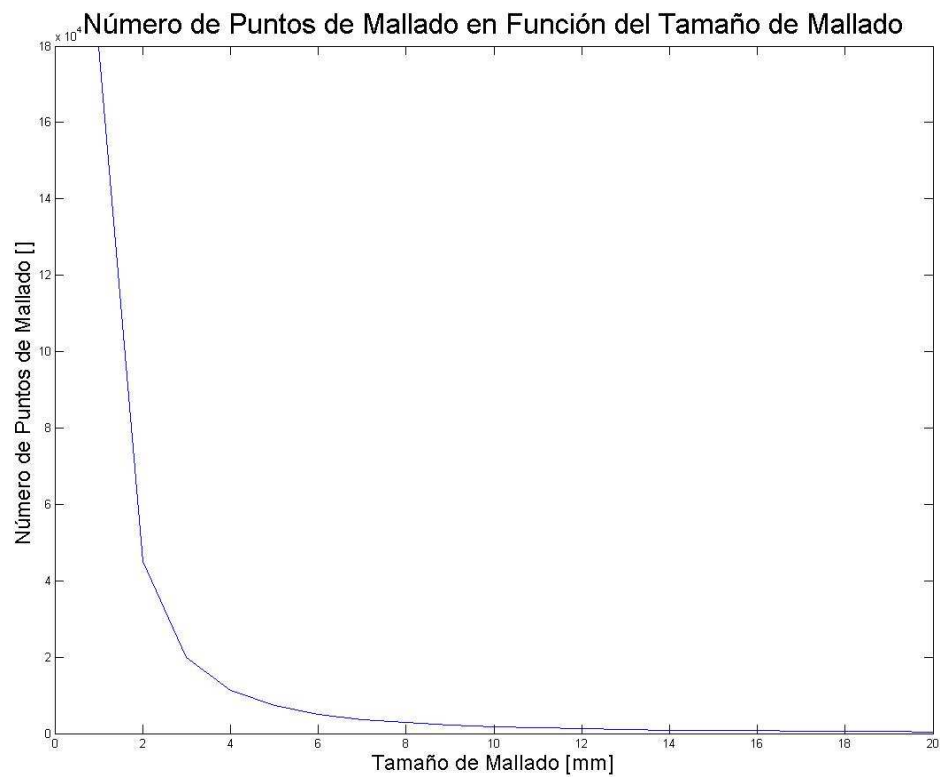


Figura 8-34 Número de puntos del mallado

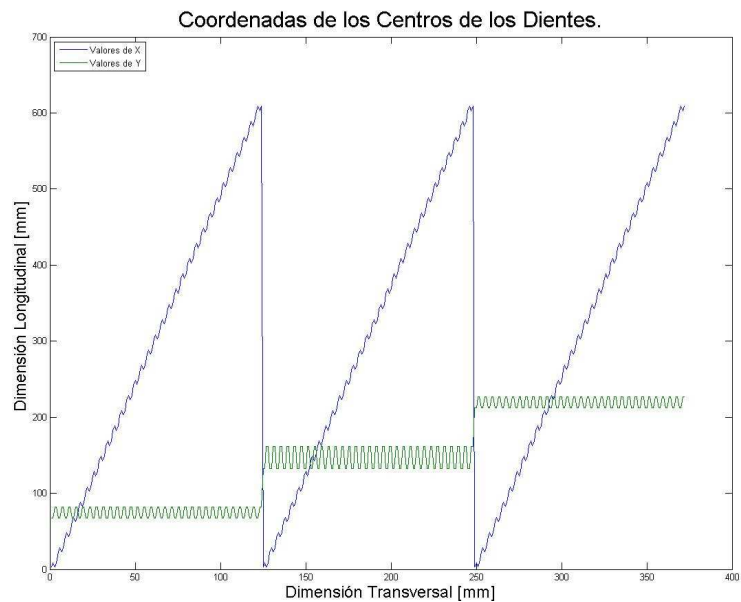


Figura 8-35 Coordenadas de los puntos fuente.



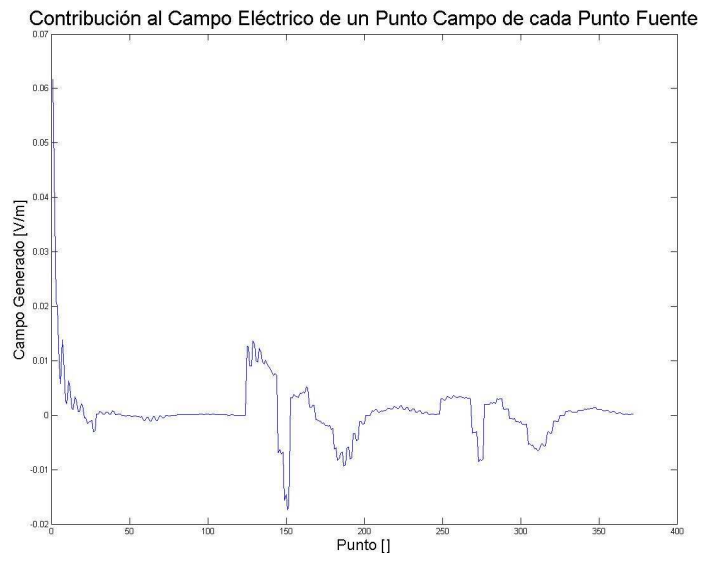


Figura 8-36 Contribución de cada **punto fuente** a un **punto campo** genérico.



## Anexo 13: Sentido Físico de Cada Unidad.

### Variables Eléctricas.<sup>[1] [3]</sup>

#### Carga eléctrica

Es una propiedad fundamental de la materia. Es origen de todos los fenómenos electromagnéticos ya sea por su existencia o por su movimiento. Es una propiedad que está cuantizada, esto es, que es múltiplo del electrón, que es la partícula con carga más pequeña que existe. La carga se mide en culombios [C], siendo la carga del electrón  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  C.

#### Densidad de carga eléctrica

Es el número de cargas eléctricas que hay en un determinado cuerpo por unidad de volumen. Es un concepto que es mucho más útil que el concepto de carga eléctrica porque es una magnitud intensiva. En 8.57 se define:

$$\rho_v = \lim_{Vol \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta Vol} = \frac{dq}{dVol} \quad [C/m^3] \quad (8.57)$$

#### Intensidad de campo eléctrico

Es la fuerza por unidad de carga que experimenta una carga de prueba estacionaria muy pequeña al colocarse en una región donde existe un campo eléctrico. Mide el efecto, que es la fuerza y no el número de cargas. En 8.58 se define:

$$\vec{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q} \quad [N/C] \text{ o } [V/m] \quad (8.58)$$

#### Permitividad Eléctrica

Indica cómo el campo eléctrico afecta a un medio. El concepto de permitividad depende del medio. En 8.59 se define la relación entre permeabilidad relativa y absoluta:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (8.59)$$

#### Susceptibilidad eléctrica

Es la variable que indica el grado de polarización de un material sujeto a un campo eléctrico. Está estrechamente relacionada con la permitividad relativa.

$$\chi_e = \epsilon_r - 1 \quad (8.60)$$

### Potencial eléctrico

Es el trabajo que se debe de realizar para mover una carga unidad desde la referencia de potencial hasta ese punto. Es independiente del camino seguido ya que solo depende de los puntos final e inicial, por ese motivo es un campo escalar. En 8.61 se muestra la definición:

$$V = \frac{W}{q} = - \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \quad (8.61)$$

La consecuencia de que el trabajo sea independiente del camino resulta en que el campo eléctrico ( $\vec{E}$ ) es conservativo. Es por ello que el campo eléctrico se puede obtener además mediante 8.62:

$$\vec{E} = -\nabla V \quad (8.62)$$

### Vector de polarización

Es el promedio estadístico de los momentos dipolares<sup>112</sup> de todas las moléculas de un cuerpo. Ello es debido a que aunque los materiales son neutros a nivel macroscópico, no tienen por qué serlo a nivel microscópico. Si se aplica un campo eléctrico, este genera pequeños desplazamientos en las moléculas alineando el campo de dichas moléculas con el externo. El sentido de esta cantidad de campo es tener en cuenta este efecto.

$$\vec{P} = \lim_{Vol \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^{n\Delta r} \vec{p}_k}{\Delta Vol} \left[ \frac{C}{m^2} \right] \quad (8.63)$$

Si las propiedades del material son lineales, isotrópicas y el material es homogéneo la otra forma de expresar el vector de polarización es la expresada 8.64:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \cdot \chi_e \cdot \vec{E} \quad (8.64)$$

### Desplazamiento eléctrico

---

<sup>112</sup> Una molécula está formada por la unión de distintos átomos, con una geometría concreta. Dado que cada elemento tiene una determinada electronegatividad, originará que los electrones del enlace tiendan a tener durante más tiempo más probabilidad de estar en el lado del átomo con mayor electronegatividad. De esta forma se origina un momento dipolar con origen en el átomo con menor electronegatividad, y final en el átomo con mayor electronegatividad. La suma vectorial del momento dipolar de cada enlace dará como resultado el momento dipolar total de la molécula. Las moléculas que no tienen momento dipolar se llaman apolares, las que lo tienen se llaman polares. La mayoría de moléculas son polares.

Es la magnitud física que relaciona la densidad aparente de carga con la densidad real de cargas libres. Es independiente del medio físico en el que se manifieste el campo y sólo depende de la densidad de carga. En 8.65 se muestra la forma de calcularla:

$$\overline{D} = \epsilon_0 \cdot \overline{E} + \overline{P} = \epsilon_0 \cdot (1 + \chi_e) \cdot \overline{E} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \overline{E} = \epsilon \cdot \overline{E} \text{ [V/m]} \quad (8.65)$$

### Densidad de corriente eléctrica

Indica la dirección y la magnitud del número de portadores de carga que se mueven en un movimiento ordenado de cargas eléctricas. Se define en 8.66:

$$\overline{J} = \sum_i N_i \cdot q_i \cdot \overline{u}_i \text{ [A/m}^2\text{]} \quad (8.66)$$

La densidad de corriente a nivel macroscópico es conocida como intensidad, está definida en la ecuación 8.67:

$$\overline{I} = \frac{d\overline{J}}{dA} \text{ [A]} \quad (8.67)$$

## Magnéticas <sup>[1][2][3]</sup>

### Inducción magnética

Es un concepto introducido en electromagnetismo para explicar las fuerzas que aparecen en las corrientes eléctricas debidas a la ley de Lorentz, definida en 8.68:

$$\overline{F} = q \cdot (\overline{u} \times \overline{B}) = \ell \cdot (\overline{I} \times \overline{B}) \text{ [N]} \quad (8.68)$$

### Flujo magnético

Es una medida de la cantidad de magnetismo. Dado que la inducción magnética es un campo vectorial y es normalmente representado por flechas, el flujo proporciona una medida de la cantidad de flechas que presenta el campo. Cuanto mayor sea el número de flechas mayor es la intensidad del campo y mayor flujo presentará. El flujo de una superficie arbitraria S se define según 8.69:

$$\Phi = \iint_S \overline{B} \cdot d\overline{S} \text{ [Wb]} \quad (8.69)$$

### Permeabilidad

Indica como el campo magnético afecta a un medio. Se define como la capacidad de una sustancia de atraer y hacer pasar a través de ella de campos magnéticos. Es un concepto similar al expuesto para el campo eléctrico.

De manera similar, al eléctrico, el concepto de permeabilidad depende del medio. En 8.70 se expone la definición de permeabilidad relativa.

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (8.70)$$

### Susceptibilidad magnética

Indica la facilidad que tiene un material de magnetizarse en respuesta a un campo magnético aplicado. Es un concepto similar al presentado para el campo eléctrico, salvo que para el campo magnético en lugar del eléctrico. La ecuación que define la susceptibilidad es la siguiente:

$$\chi_m = \mu_r - 1 \quad (8.71)$$

Si se clasifican los diferentes elementos de la naturaleza según su susceptibilidad magnética, los materiales se dividen en tres tipos:

- Ferromagnéticos:  $\chi_m \gg 1$   $\chi_m \approx (10^2 - 10^5)$
- Paramagnéticos:  $\chi_m \approx 10^{-5}$
- Diamagnéticos:  $\chi_m \approx -10^{-5}$

Se puede observar como existe una gran similitud de valores entre los materiales paramagnéticos y los diamagnéticos. Ambos materiales presentan unos valores muy cercanos a 0, por lo que su  $\mu_r$  es prácticamente 1. Por otro lado, los materiales ferromagnéticos tienen una susceptibilidad magnética muy elevada y diferente del resto. Ello hace que en la práctica los materiales se dividan en ferromagnéticos y no ferromagnéticos cometiendo un error muy pequeño.

### Potencial magnético vector

Es una magnitud análoga al potencial eléctrico, salvo que es un campo vectorial. Su unidad es el Wb/m. Permite conocer la inducción magnética a través de la ecuación 8.72:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (8.72)$$

Su interpretación más sencilla es que la circulación del potencial vector magnético a través de una curva cerrada C es igual al flujo del campo magnético a través de una superficie S rodeada por la curva C. Es decir,

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_S \nabla \times \vec{A} \cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{\ell} \quad (8.73)$$

Una forma alternativa de ver el significado físico de este campo vectorial es asignar a cada valor el cambio de dirección que experimenta la inducción magnética en una superficie perpendicular.

### Magnetización

Es el promedio estadístico de los momentos magnéticos de todas las moléculas de un cuerpo, tal y como se expresa en 8.74.

$$\overline{M} = \lim_{Vol \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^{n\Delta r} \overline{m}_k}{\Delta Vol} \quad (8.74)$$

Las propiedades magnéticas son debidas a una propiedad cuántica del electrón que recibe el nombre de momento magnético de espín. Esta propiedad cuántica es debida al tipo de giro del electrón.

En la mayoría de los materiales los átomos poseen el mismo número de electrones con momento magnético positivo que negativo, de este modo no aparece ningún efecto magnético exterior. Algunos materiales tienen un número diferente de electrones con momento magnético positivo que negativo, estos materiales son los denominados como ferromagnéticos.

El desequilibrio entre el número de electrones con diferente sentido de giro provoca la aparición de un momento magnético resultante neto en cada átomo. Este efecto al que se une el de muchos otros átomos vecinos resulta en la formación de dominios magnéticos del material. Dichos dominios se orientan al azar, no existiendo ningún efecto exterior resultante. Sin embargo, cuando se aplica un campo magnético exterior, estos dominios se alinean. Dando un efecto similar al descrito en 0:

$$\overline{M} = \chi_m \cdot \mu \cdot \overline{B} \quad (8.75)$$

A pesar de lo descrito en la ecuación 8.75, el comportamiento real de los materiales ferromagnéticos dista de ser lineal y presentan saturación. Esta saturación se explica según se va aplicando un campo, los dominios se van alineando, pero llega un momento en el que empiezan a estar totalmente alineados. El efecto de que los dominios estén cada vez más alineados se explica a través de la curva de saturación del material magnético. Una curva tipo de saturación de un material ferromagnético se presenta en la Figura 8-37<sup>113</sup>.

---

<sup>113</sup> En realidad, esta figura no representa el comportamiento real del hierro, pues no tiene en cuenta los efectos de la histéresis del material. Estos efectos consisten en que la inducción del hierro también depende del estado de inducción anterior o camino seguido hasta el punto de inducción. De esta forma, el material ferromagnético guarda la “historia” de saturación.

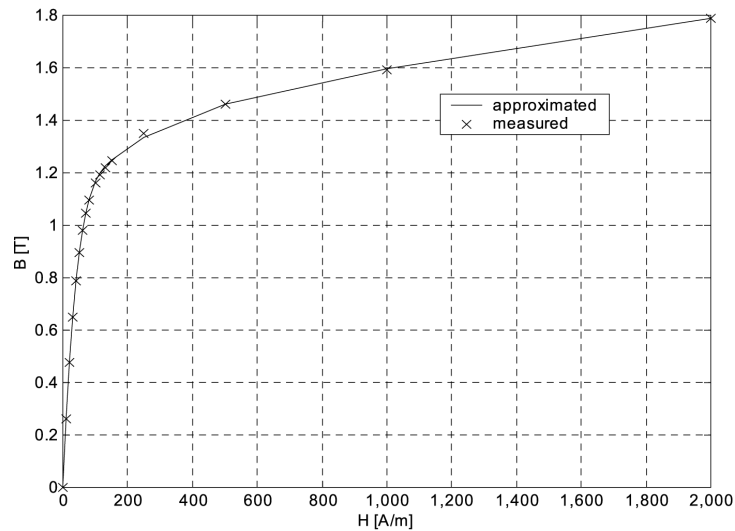


Figura 8-37 Curva de saturación de un material ferromagnético

### Intensidad de campo magnético o excitación magnética

Es la magnitud física que relaciona la densidad aparente de corrientes magnéticas con la densidad real de corriente eléctrica. Es una propiedad independiente de la materia, ya que sólo depende de las corrientes eléctricas aplicadas. Se define como

$$\overline{H} = \frac{\overline{B}}{\mu_0} - \overline{M} = \frac{\overline{B}}{\mu_0 \cdot \mu_r} = \frac{\overline{B}}{\mu} \quad (8.76)$$

Alternativamente se obtiene:

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 \cdot H + M = \mu_0 \cdot (1 + \chi_m) H = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H = \mu \cdot H \\ M &= \chi_m \cdot H \end{aligned} \quad (8.77)$$

### Principios y leyes que se aplican <sup>[1] [3]</sup>

#### Principio de conservación de la carga eléctrica

Las cargas eléctricas no se crean ni se destruyen. Todas las cargas ya estén en reposo o en movimiento deben de considerarse siempre en movimiento. En 8.78 se recoge este efecto:

$$\nabla \cdot \overline{J} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t} \quad (8.78)$$

Aplicando esta ley a un carácter macroscópico da los lemas de Kirchhoff para la resolución de circuitos:

$$\text{Ley primera: } \sum_{i=1}^n I_i = 0 \quad (8.79)$$



$$\text{Ley segunda: } \sum_{i=1}^n V_i = V_x \quad (8.80)$$

La primera es cierta en cada nudo o unión de puntos de un circuito. La segunda es cierta en cada malla o recorrido de nodo a nodo que pasa sólo una vez por cada nodo.

### Ley de Ohm

Se tiene que:

$$\bar{J} = \sum_i N_i \cdot q_i \cdot \bar{u}_i = \rho_e \cdot m_e \cdot \bar{E} = \sigma \cdot \bar{E} \left[ \frac{A}{m^2} \right] \quad (8.81)$$

A nivel macroscópico, la variable utilizada es la conductancia, que depende de las dimensiones físicas del elemento macroscópico:

$$G = \frac{\sigma \cdot A}{L} \quad (8.82)$$

Aplicando la ley de Ohm a un medio macroscópico, se tiene que:

$$I = J \cdot A = \sigma \cdot E \cdot A = \frac{\sigma \cdot A}{L} \cdot V = G \cdot V \quad (8.83)$$

Se define la resistencia como:

$$R = \frac{1}{G} \quad (8.84)$$

### Ley de Joule

Cuando una intensidad atraviesa un elemento con resistencia, se disipa potencia según la ecuación 8.85.

$$P = \int_V \bar{E} \cdot \bar{J} \cdot dv = \int_L \bar{E} \cdot d\bar{\ell} \cdot \int_S \bar{J} \cdot d\bar{S} = I^2 \cdot R = \frac{V^2}{R} = V \cdot I \quad (8.85)$$



## **Anexo 14: Desglose de costes**

En el Capítulo 6, se ha visto el presupuesto global. Sin embargo, este presupuesto no estaba desglosado ni en función de los trimestres ni en función de los distintos tipos de costes.

En este anexo se desglosan más los costes para que se pueda ver en detalle y apreciar que partes son las más costosas. La idea es que se pueda comparar con otros proyectos de desarrollo.

## Informe de costo presupuestado

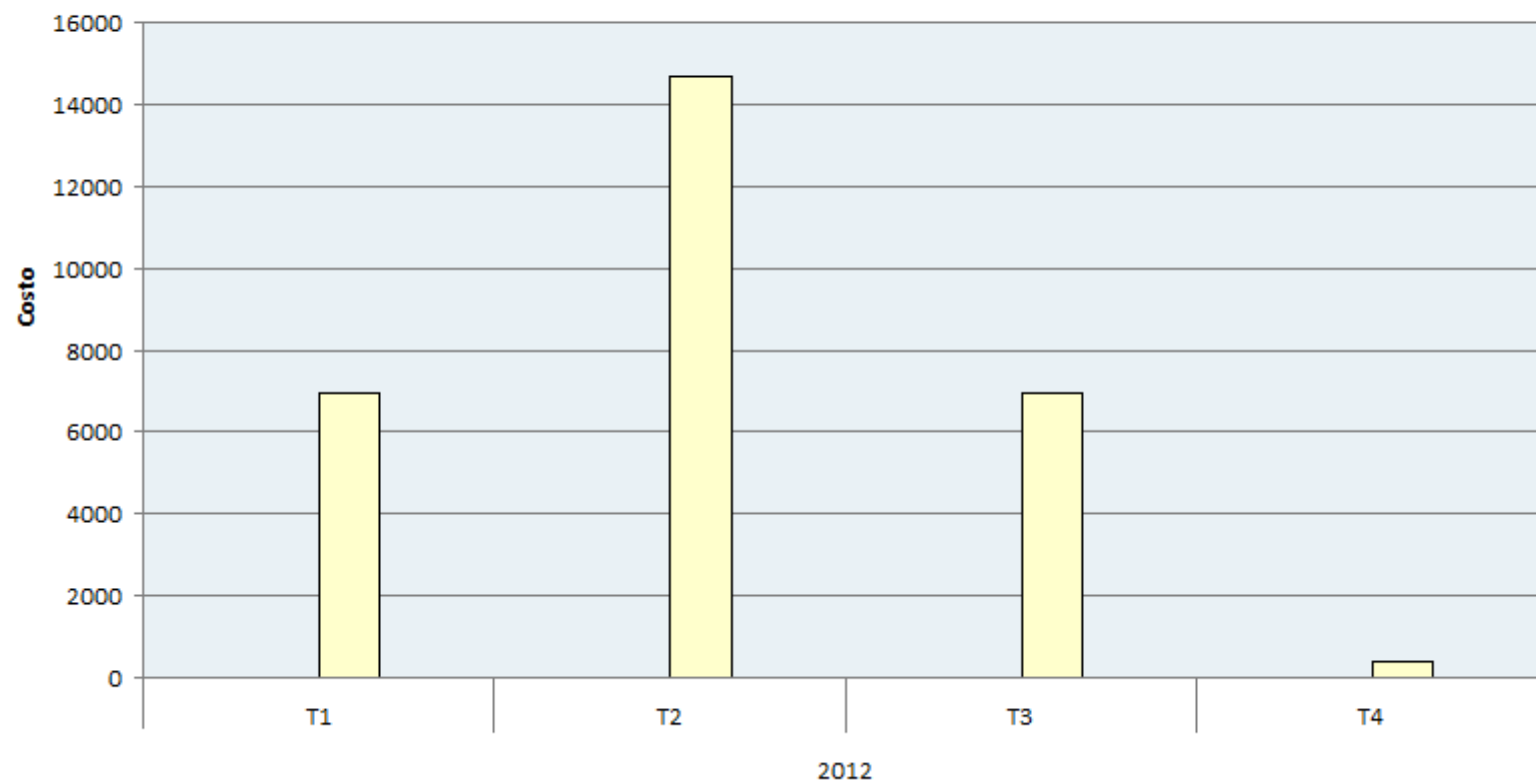


Figura 8-38 Informe coste desglosado por trimestre

| <b>Id</b> | <b>Nombre de tarea</b>                       | <b>Variación</b>   |
|-----------|--|--------------------|
| <b>1</b>  | <b>Planificación</b>                         | <b>2,313.60 €</b>  |
| <b>8</b>  | <b>Construcción de los planos</b>            | <b>407.60 €</b>    |
| <b>11</b> | <b>Diseño del modelo para el Programa</b>    | <b>18,754.41 €</b> |
| <b>44</b> | <b>Diseño del programa para la obtención</b> | <b>4,875.10 €</b>  |
| <b>56</b> | <b>Realización de la memoria</b>             | <b>2,600.84 €</b>  |

| <b>Id</b> | <b>Nombre de tarea</b>                       | <b>Trabajo</b>      |
|-----------|--|---------------------|
| <b>1</b>  | <b>Planificación</b>                         | <b>114 horas</b>    |
| <b>8</b>  | <b>Construcción de los planos</b>            | <b>44 horas</b>     |
| <b>11</b> | <b>Diseño del modelo para el Programa</b>    | <b>788.7 horas</b>  |
| <b>44</b> | <b>Diseño del programa para la obtención</b> | <b>356.72 horas</b> |
| <b>56</b> | <b>Realización de la memoria</b>             | <b>253 horas</b>    |

*Tabla 8-42 Tiempo de trabajo de cada recurso dedicado al proyecto.*



# Anexo 15 Programas Informáticos

## Programa para el Cálculo de Fuerzas

```
function
[FtotalX,FtotalY,FtotalZ,Fx,Fy,Fz,FfilasX,X1l,Y1l,Bx,By,Bt]=Resolucion
Maquina6(DefinicionCentros,DefinicionFila,DefinicionCol,t)

*****
% *****COMENTARIOS DE PARTIDA *****

%IMPORTANTE:
% -Dimensión X: Largo de la máquina. En este caso son 611.5mm
% -Dimensión Y: Ancho de la máquina. En este caso son 294mm.
% -Dimension Z: Alto de la máquina. En este caso son 116mm de
inductor. El entrehierro es una variable de entrada (el entrehierro
magnético). Además hay 13mm del inducido (10 del Hierro y 3 de la
chapa de aluminio).
% TODAS LAS DIMENSIONES SE INTRODUCEN EN mm EXCEPTO "lentrehierro".

*****
% *****DEFINICIÓN DE VARIABLES *****

% *****Variables Relativas al Tiempo*****
%t=0; % Tiempo para el que se van a realizar todos los cálculos. Cada
tiempo ocasiona un campo magnético distinto, ya que a la máquina se le
aplica un esquema distinto de corrientes.
dt=1e-6; % De la misma forma implemento un diferencial de tiempo para
calcularme la derivada de B. El valor de este incremento tiene que ser
lo suficientemente pequeño para tener en cuenta las frecuencia de
alimentación de la máquina, pero lo suficientemente grande para no
ocasionar problemas de convergencia en el MATLAB.

% *****Variables de Mallado*****
% DefinicionFila=1; %Es la variable que me define el mallado en la
dirección X. Es el número de milímetros entre punto y punto. En
realidad es el número que permite una división entera del mallado de
la máquina. Ej: si la máquina tiene 611.5mm, serán necesarios 612
puntos (ya que no es posible colocar 611.5 puntos)
% DefinicionCol=1; %Es idéntico al anterior salvo que es para la
variable Y.
% DefinicionCentros=1; % Es la variable que controla el número de
diferenciales de diente por cada diente real. El número indica el
numero de diferenciales de diente que habría en cada eje de simetría.
Es decir, con un 1 hay 4 diferenciales de diente; con un 2 hay 16
((2*def)^2)...

% *****Variables Electromagnéticas*****
Imax=1460; % Es el valor pico de la corriente del sistema trifásico
equilibrado de corrientes que se aplica a la máquina.
lentrehierro=4; %6; % El valor de la region no magnética que tiene la
máquina. Es equivalente a la suma del entrehierro mecánico+alto
aluminio.
Frecuencia=50; % Frecuencia de alimentación de la red.
conductividad=3.78*1e7; % Conductividad del Al en S*m.
```

```

% *****Variables Geométricas*****
FilasDientes=3;           % El número de filas de dientes que tiene la
                           máquina. Incluye a la fila central.
DimensionYZonaExt=60;     % Imitando lo que ha hecho Javier, he supuesto
                           que la placa de aluminio es más grande que el ancho de la máquina.
                           Esta Dimensión indica cuanto sobresale por cada lado de la máquina. Se
                           supone que está simétricamente colocada.
Dientes=31;              % Número de dientes por fila de la máquina.
DimensionXDiente=11.5;    % Largo del diente, pero SOLO de la parte
                           ferromagnética, no del total diente+hueco
DimensionXHueco=8.5;      % Largo del hueco, es decir, de la parte NO
                           ferromagnética.
DimensionYDiente1=29;     % Ancho de los dientes de apoyo de la E. El en
                           programa he supuesto que tienen las mismas dimensiones entre ellos,
                           pero no que sean la mitad de la columna central. Además he supuesto es
                           la dimensión del hueco entre los dientes de apoyo y el diente central.
DimensionYDiente2=58;     % Dimensión de la columna central
AltoRail=15;             % Alto de la parte de hierro del inducido.
AltoCuerpoE=27;          % Alto de la parte del cuerpo de la "E", es
                           decir, si se tumba la "E" es el primer alto, antes de que salgan los 3
                           palos.
AltoDiente=116;          % Alto total del diente.
Culata=25;               % Alto de la culata. Proporciona el cierre del
                           circuito magnético para el flujo longitudinal.
AltoAluminio=2;          % Alto de la jaula de ardilla del alumnio.
Alto_Devanado=37;        % Alto del devanado por fase
Separacion=2;           % Separación entre fases
Alto_Aislante=1;         % Aislante que separa la fase inferior de la
                           parte de la "E".

Mag(1)=1.8e-3;
Mag(2)=3.0;
Mag(3)=1e-3;
convergencia=280; %Valor máximo de iteraciones, conveniente para no
meter al programa en un bucle sin fin. Conveniente para calcular
errores sin fin
relajacion=0.1; %Valor que relaja la convergencia de matriz de
reluctancias la función facilitando la convergencia, aunque
alargandola.
iteraciones=1;
tol=1.8;
muRLongAnt1=1000*ones(8,Dientes);
muRTransAnt1=1000*ones(8,Dientes);

% *****CÁLCULO DE GEOMETRÍA *****

% Los datos de la geometría de la máquina se han especificado en la
parte anterior. La forma de la máquina está implícita en el programa,
ya que no es posible ni seleccionarla ni modificarla; es decir, se van
a operar siempre con "E"s.

% La función "mallado2" crea un mallado homogéneo (en X e Y) en
función de las definiciones pertinentes. Las variables de salida L y A
tienen el objetivo de facilitar la representación, pues "trocean" el
vector y lo permiten pasar a una matriz.

% La función "centrodientes" crea una matriz (n x 2) que almacena los
valores de X y Y de cada centro del diferencial del diente.

```



```

[L,A,Punto,Npuntos,MalladoX,MalladoY]=mallado2(DefinicionFila,DefinicionCol,Dientes,DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,DimensionXHueco,DimensionYZonaExt); %Con esta función me defino todos las coordenadas de todos los puntos
[CentroDientes]=centrodientes(DefinicionCentros,Dientes,FilasDientes,DimensionXDiente,DimensionXHueco,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,DimensionYZonaExt);

[df]= length(Punto(:,1)); % Con esta orden se obtiene una variable muy útil (df) que es el número de puntos que tengo. Servirá para implementar las órdenes "for".

*****
% *****CÁLCULO DEL CAMPO ELÉCTRICO INDUCIDO*****
% En primer lugar se definen unos vectores para almacenar la información.
Ex1=zeros(df,1); %En este vector almaceno el CAMPO ELÉCTRICO [V/m] que tiene cada punto en la coordenada X
Ey1=zeros(df,1); %En este vector almaceno el CAMPO ELÉCTRICO [V/m] que tiene cada punto en la coordenada Y

% El programa "CampoElectrico5" lo que hace es una vez dado el campo magnético en la máquina y los diferenciales de diente,
% para cada PUNTO que se le introduce (tanto las coordenadas X como las Y), el programa calcula siguiendo la ley de faraday cual es
% el CAMPO ELÉCTRICO [V/m] inducido por cada diferencial de diente en ese
% PUNTO. Posteriormente las suma todas y obtiene el CAMPO ELÉCTRICO [V/m] total que ve ese punto. Este proceso lo hace simultáneamente
% para las coordenadas X e Y.

[Bcentral1,Blat1,BrailX,BrailY]=MEC(muRLongAnt1,muRTransAnt1,convergencia,relajacion,iteraciones,tol,Mag,Imax,t,Frecuencia,Separacion,AltoCuerpoE,Alto_Aislante,Alto_Devanado,AltoDiente,Dientes,AltoRail,DimensionYDiente2,DimensionYDiente1,DimensionXHueco,DimensionXDiente,lentrehierro,Culata);
[Bcentral2,Blat2]=MEC(muRLongAnt1,muRTransAnt1,convergencia,relajacion,iteraciones,tol,Mag,Imax,t-dt,Frecuencia,Separacion,AltoCuerpoE,Alto_Aislante,Alto_Devanado,AltoDiente,Dientes,AltoRail,DimensionYDiente2,DimensionYDiente1,DimensionXHueco,DimensionXDiente,lentrehierro,Culata);
n=length(Bcentral1);
m=length(Blat1);
dB=zeros(n,1);
dBlat=zeros(m,1);
for i=1:n
    dB(i)=Bcentral1(i)-Bcentral2(i);
end
for i=1:m
    dBlat(i)=Blat2(i)-Blat1(i);
end

for i=1:df % el programa va a ir punto a punto
    [Ex1(i),
    Ey1(i)]=CampoElectrico6(Punto(i,:),CentroDientes,Dientes,DefinicionCentros,DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,dt,dB,dBlat);
end

```

```

% Una vez calculado el campo electrico en cada una de las 2
dimensiones se definen unas matrices para colocar esa información de
manera ordenada.
Ex=zeros(L,A); %VARIABLE SUSCEPTIBLE DE SER REPRESENTADA
Ey=zeros(L,A); %VARIABLE SUSCEPTIBLE DE SER REPRESENTADA
E=zeros(L,A);

%Una vez obtenida la información del campo eléctrico, en vectores, se
%procede a colocar adecuadamente la información en sus respectivas
matrices
%para poder representar la información en 3-D.

for i=1:L
    for j=1:1:A
        Ex(i,j)=Ex1(i+L*(A-j));
    end
end

for i=1:L
    for j=A:-1:1
        Ey(i,j)=Ey1(i+L*(A-j));
    end
end

for i=1:L
    for j=A:-1:1
        E(i,j)=((Ex(i+L*(A-j)))^2+(Ey(i+L*(A-j)))^2)^0.5;
    end
end

%
*****
% *****CÁLCULO DE LAS CORRIENTES INDUCIDAS *****
*****

% Dado que en el anterior apartado se ha calculado el CAMPO ELÉCTRICO
[V/m] que
% para cada dimensión del espacio considerada, si se aplica la Ley de
Ohm
% de manera adecuada, se pueden obtener la representacion de las
corrientes
% inducidas en la máquina.

% Lo que se va a hacer es multiplicar el CAMPO ELÉCTRICO [V/m] por la
% conductividad para calcular la DENSIDAD DE CORRIENTE "J" en [A/mm^2]

Jx=zeros(L,A); %VARIABLE SUSCEPTIBLE DE SER REPRESENTADA
Jy=zeros(L,A); %VARIABLE SUSCEPTIBLE DE SER REPRESENTADA

for i=1:L
    for j=1:1:A
        Jx(i,j)=conductividad*Ex1(i+L*(A-j))*1e-6; % El 1e-6 es para
pasar de metros^2 a mm^2.
    end
end

for i=1:L
    for j=A:-1:1

```

```

        Jy(i,j)=conductividad*Eyl(i+L*(A-j))*1e-6; % El 1e-6 es para
pasar de metros^2 a mm^2.
    end
end

% Para obtener la matriz de intensidades lo único que hace falta es
multiplicar la J en cuestión
% por la superficie apropiada, la perpendicular a su dirección. De
esta
% forma, la componente X estará multiplicada por las longitudes "Y" y
"Z".
% La unidad en Z es el alto de alumminio.

Ix=Jx*AltoAluminio*MalladoY;%VARIABLE SUSCEPTIBLE DE SER REPRESENTADA
Iy=Jy*AltoAluminio*MalladoX;%VARIABLE SUSCEPTIBLE DE SER REPRESENTADA

*****
% *****CÁLCULO DEL CAMPO MAGNÉTICO TOTAL EN LA MÁQUINA *****
*****

% En ningún momento se ha calculado el campo generado en la máquina, y
es
% fundamental para la obtención de la fuerza.

Btot=zeros(df,1);
BdimX=zeros(df,1);
BdimY=zeros(df,1);
Bt=zeros(L,A); %VARIABLE SUSCEPTIBLE DE SER REPRESENTADA
Bx=zeros(L,A);
By=zeros(L,A);

% El programa "CampoMagnético4" calcula el campo magnético punto a
punto de la siguiente
% forma: si el punto está situado debajo de un diente, se le asigna el
% valor correspondiente, en caso contrario se asigna 0.

for i=1:df % el programa va a ir punto a punto

[Btot(i)]=CampoMagnetico6(Punto(i,:),Dientes,FilasDientes,DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,DimensionXHueco,DimensionYZonaExt,Bcentrall,Blat1);

[BdimX(i)]=CampoMagneticoX(Punto(i,:),Dientes,DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,DimensionXHueco,DimensionYZonaExt,BrailX);
;

[BdimY(i)]=CampoMagneticoY(Punto(i,:),Dientes,DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,DimensionXHueco,DimensionYZonaExt,BrailY);
;
end

% De esta forma se "trocea" el vector para transformarlo en matriz.
for i=1:L
    for j=1:1:A
        Bt(i,j)=Btot(i+L*(A-j));
        Bx(i,j)=BdimX(i+L*(A-j));
        By(i,j)=BdimY(i+L*(A-j));
    end
end
end

```

```

*****
*****CÁLCULO DE LAS FUERZAS DE CADA PUNTO DEL MALLADO *****
*****

% El programa "calculodefuerzasX4" aplica la "regla del producto
vectorial"
% Fx=Bz x (Iy*ly) no realizando ningún producto vectorial, sino
suponiendo que los diferentes vectores están en dimensiones
ortogonales. De similar forma se obtiene Fy salvo que se aplica la
siguiente formulación: Fy=-Bz x (Ix*lx). Coherente con el producto
vectorial.

[Fx]=CalculoFuerzasX4(MalladoY,Bt,Iy,A,L); %VARIABLE SUSCEPTIBLE DE
SER REPRESENTADA
[Fy]=CalculoFuerzasY4(MalladoX,Bt,Ix,A,L); %VARIABLE SUSCEPTIBLE DE
SER REPRESENTADA
[Fz]=CalculoFuerzasZ4(MalladoX,MalladoY,Bx,By,Ix,Iy,A,L);

% Se definen unos vectores para calcular la fuerza resultante en cada
una de las coordenadas. Primero se operará según la coordenada Y y por
último se sumará la fuerza obtenida en cada coordenada Y, para obtener
la resultante de la máquina.
FfilasX=zeros(A,1);
FfilasY=zeros(A,1);
FfilasZ=zeros(A,1);

for i=1:A
    FfilasX(i)=sum(Fx(:,i));
    FfilasY(i)=sum(Fy(:,i));
    FfilasZ(i)=sum(Fz(:,i));
end

% Fuerzas Resultantes de la máquina.
FtotalX=sum(FfilasX);
FtotalY=sum(FfilasY);
FtotalZ=sum(FfilasZ);

*****
*****REPRESENTACIÓN DE LA VARIABLE A CONSIDERAR *****
*****

% X11 y Y11 son simplemente para definir las dimensiones de la
máquina.

X11=Punto(1:L,1);
Y11=Punto(1:L:Npuntos,2);

% En Z11 se puede colocar la variable de matriz que se quiera
representar.
% Como ya están definidos correctamente X11 y Y11, se puede cortar y
pegar las últimas 2 líneas para ver la representación de otra
variable. La variable que se vea tiene que estar definida en una
matriz.

Z11=Fx;
mesh(Y11,X11,Z11);

```

## Programa para el Cálculo del Mallado

%Esta es una función que dado una serie de características geométricas, obtiene como salida 2 vectores (en forma de matriz) %en los que está almacenada la información geométrica de los distintos %puntos del mallado. También obtienen algunas variables útiles para la %representación en 3-D.

% Entradas:

% -DefinicionFila: Es la dimensión en mm deseada para el mallado según X.

% -DefinicionCol: Es la dimensión en mm deseada para el mallado según Y.

% -Dientes: Número de Dientes de la Máquina.

% -DimensionXDiente: Tamaño del Diente según X.

% -DimensionXHueco: Tamaño del Diente según X.

% -DimensionYDiente1: Tamaño del Diente según X.

% -DimensionYDiente2: Tamaño del Diente según X.

% -DimensionYZonaExt: Tamaño del Diente según X.

% La información que saca es la siguiente:

% -Puntos: Una Matriz nx2 siendo "n" el número de puntos. "2" son las coordenadas X e Y de cada punto. El número de puntos viene definido por la definición de la malla, introducida como entrada en "Definicion Fila" y "Definicion Col".

% -L: un número que indica las dimensiones por "fila", es decir, el número de puntos que hay por dimensión longitudinal (X). El objetivo es meramente para representar en 3-D los distintos campos, ya que sirve para crear la malla.

% -A: Idéntico a L salvo que representa la otra dimensión, la transversal(Y).

% -Npuntos: indica el número de puntos que saca, es por tanto, L\*A.

% -MalladoLargo: es la dimensión real del mallado según X.

% -MalladoAncho: es la dimensión real del mallado según Y.

% Según la coordenada "Y" hay 7 zonas de puntos dispuestas de la siguiente forma:

% - Zona exterior 1ª: 60mm

% - Diente de apoyo 1º: 29mm

% - Zona Intermedia entre Diente de Apoyo 1 y Diente Central: 29mm.

% - Diente principal: 58mm

% - Zona Intermedia entre Diente de Apoyo 2 y Diente Central: 29mm.

% - Diente de apoyo 2º: 29mm

% - Zona exterior 2ª: 60mm

% NOTAS IMPORTANTES:

% -Coordenada X: Largo de la máquina (611.5mm en la básica)

% -Coordenada Y: Ancho de la máquina (174mm en la básica+120mm de "exteriores")

% -Unidades: Se ha tomado el mm como unidad básica.

% -En principio no hay opción a aumentar o reducir el número de Zonas según Y.

% -El número de dientes tampoco se debe de cambiar por que trae problemas con la definicion del campo magnético.

```

% -En las dimensiones de la máquina según Y se ha considerado que
las Zonas intermedias tienen SIEMPRE la misma dimension que el diente
de apoyo.
% TENERLO EN CUENTA PARA USOS FUTUROS.

function
[L,A,Punto,Npuntos,MalladoLargo,MalladoAncho]=mallado2(DefinicionFila,
DefinicionCol,Dientes,DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,DimensionXHueco,DimensionYZonaExt)

% Se calcula el número total de Huecos, que es inferior en uno al de
dientes
Huecos=Dientes-1;

% Se calculan las dimensiones de la máquina (en mm) tanto en ancho(Y)
como en largo(Y).
LargoMaq=DimensionXDiente*Dientes+DimensionXHueco*Huecos;
AnchoMaq=DimensionYDiente1*4+DimensionYDiente2*1+DimensionYZonaExt*2;

%Se calcula el número de puntos en cada dimension como el número
inmediatamente mayor a la división entre mm/(puntos/mm). De esta
forma se garantiza cumplir con los requerimientos.
L=ceil(LargoMaq/DefinicionFila); % Numero de puntos en la fila
A=ceil(AnchoMaq/DefinicionCol); % Numero de puntos en la fila

% Se obtiene el tamaño del mallado, en ambas dimensiones.
MalladoLargo=LargoMaq/L;
MalladoAncho=AnchoMaq/A;

% Se calcula el número total de puntos
Npuntos=L*A;

% Se Inicializan las dimensiones de los puntos.
Punto=zeros(Npuntos,2);

for g=1:A %El programa va avanzando de fila en fila.
    for h=1:L %Avanzando dentro de la misma fila.
        Punto((g-1)*L+h,1)=MalladoLargo/2+MalladoLargo*(h-1);
        Punto((g-1)*L+h,2)=MalladoAncho/2+MalladoAncho*(g-1);
    end
end
end

```

## **Programa para el Cálculo de los Puntos Fuente**

```

% Es una función que calcula las coordenadas en X e Y de cada uno de
los
% centros en función de la definición que se considere.

%Entradas: Las entradas son básicamente las variables geométricas de
la máquina.
% -DefinicionCentros: Es el número divisiones en que se subdivide
cada
% eje de simetría de cada diente. Los puntos de intersección de
estas
% divisiones formarán el centro del diferencial de diente.
% -Dientes:Nº de Dientes de la Máquina.
% -Filas de Dientes: Nº de filas de Dientes.
% -DimensionXDiente: Longitud del Diente según la coordenada X

```

```

% -DimensionXHueco: Longitud del Hueco según la coordenada X
% -DimensionYDiente1: Longitud del Diente de apoyo según la
coordenada Y
% -DimensionYDiente2: Longitud del Diente Central según la
coordenada Y
% -DimensionYZonaExt: Longitud de la Zona Exterior según la
coordenada Y

% NOTAS DEL PROGRAMA:
% -Se ha considerado que las zonas intermedias tienen el mismo
tamaño que los dientes de apoyo.
% -La forma de inicializar los centros de dientes tanto de las filas
como los de las columnas deja algo que desear

function
[CentroDientes]=centrodientes(DefinicionCentros,Dientes,FilasDientes,D
imensionXDiente,DimensionXHueco,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,Di
mensionYZonaExt)

%Centro Dientes
D=DefinicionCentros*2;
CentroDientes=zeros(Dientes*FilasDientes*D^2,2);
DimensionConjunto=DimensionXDiente+DimensionXHueco; % Es la suma para
saber cuanto mide la unidad "diente+hueco" que es un paso
frecuentemente utilizado en el programa para definir nuevos puntos.

% Para los Dientes de Apoyo
for j=1:2:FilasDientes % de Fila de dientes en fila de dientes
    for g=1:Dientes %Para Cada diferente diente avanzando en X. Esto
es, diente 1, diente 2, etc.
        for h=1:D %"Diente" avanzando en Y. Realmente no es un diente
propiamente dicho, es una zona en la que en algún momento hay hueco
según avanzas en Y. El único "problema" que ocasiona es tener un
exceso de información, que por otro lado es vital para representarla
en 3-D de manera sencilla.
            for k=1:D %Avance en X dentro del mismo diente
                CentroDientes(k+D*(h-1)+D*D*(g-1)+(j-
1)*D*D*Dientes,1)=(DimensionXDiente*(2*k-
1)/(4*DefinicionCentros))+((g-1)*DimensionConjunto);
                CentroDientes(k+D*(h-1)+D*D*(g-1)+(j-
1)*D*D*Dientes,2)=(2*h-
1)*DimensionYDiente1/(4*DefinicionCentros)+DimensionYZonaExt+((j-
1)*145/2);
            end
        end
    end
end

% Para el Diente Central
for j=2:2:FilasDientes % de Fila de dientes en fila de dientes
    for g=1:Dientes %Para Cada diferente diente avanzando en X. Esto
es, diente 1, diente 2, etc.
        for h=1:D %"Diente" avanzando en Y. Realmente no es un diente
propiamente dicho, es una zona en la que en algún momento hay hueco
según avanzas en Y. El único "problema" que ocasiona es tener un
exceso de información, que por otro lado es vital para representarla
en 3-D de manera sencilla.
            for k=1:D %Avance en X dentro del mismo diente

```

```

        CentroDientes(k+D*(h-1)+D*D*(g-1)+(j-
1)*D*D*Dientes,1)=(DimensionXDiente*(2*k-
1)/(4*DefinicionCentros))+((g-1)*DimensionConjunto);
        CentroDientes(k+D*(h-1)+D*D*(g-1)+(j-
1)*D*D*Dientes,2)=(2*h-
1)*DimensionYDiente2/(4*DefinicionCentros)+DimensionYZonaExt+((j-
1)*58);
    end
end
end
end

```

## Programa para el Cálculo del Campo Eléctrico en la Máquina

% Nota: el punto introducido se llama PUNTO

% Esta función tiene como objetivo la obtención del CAMPO ELÉCTRICO [V/m] que cada diferencial de superficie de diente aplica sobre un PUNTO en concreto del espacio, introducido con sus componentes X e Y.

% La forma de calcular CAMPO ELÉCTRICO [V/m] es por la aplicación de la ley de Faraday a cada PUNTO del espacio. El campo magnético creado en cada diente se obtiene con una llamada a la función "reluctancias2" que es la encargada de resolver el circuito magnético equivalente de la máquina. La derivada se obtiene por elementos finitos, avanzando un paso en el tiempo.

% El resto de variables con las que opera la función "CampoElectrico5" son las necesarias para que la función "reluctancias2" funcione. La mayoría de ellas son relativas a información geométrica.

%,r,Ex,Ey,El,seno,coseno,dist,Medio,Prox,Correctorx,Correctory,Localiz  
acionMedio

```

function [Ex,
Ey]=CampoElectrico6(punto,CentroDientes,Dientes,Definicion,DimensionXD
iente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,dt,dB,dBlat)

```

% En primer lugar se calcula la inducción magnética de la máquina, esto es, el campo B que da cada diente en el instante de tiempo considerado y en el inmediatamente posterior.

% Se va a operar con un PUNTO que es solo un vector 2x1, es decir, un vector que almacena las coordenadas geométricas del punto.

% Como el número de cálculos que se van a realizar es uno por cada el centro del diferencial de diente, se obtienen el número de diferenciales. Esta variable será útil de cara a implementar órdenes.  
[filas,columnas] = size(CentroDientes);

% Dado que "Definición" es el número de puntos por eje de simetría, "D" es el número de puntos por lado de la geometría correspondiente. Esto se debe a que se ha considerado que la definición que necesita el diente es similar al número de puntos del mayado.  
D=Definicion\*2;



```

% "r" es el radio vector que une el centro del diferencial con el
PUNTO. Se obtiene como la distancia en coordenadas que separa al punto
con el centro del diferencial de diente.
r=zeros(filas,columnas);

% "dist" es el módulo o distancia geométrica de "r". Permite operarar
de forma escalar.
dist=zeros(filas,1);

% Me defino los distintos tipos de Campos Eléctricos con los que se
operará
El=ones(filas,1); % Es el campo electrico absoluto. La dirección es
perpendicular al radio vector "r". El sentido el que crea el campo
electrico que se opone a la variación de flujo.
Ex1=ones(filas,1); % Es un vector que almacena la descomposición en la
coordenada X del campo electrico "El".
Ey1=ones(filas,1); % Es un vector que almacena la descomposición en la
coordenada Y del campo electrico "El".
seno=zeros(filas,1); % Es un vector que almacena el seno del campo El
con respecto a su radiovector.
coseno=zeros(filas,1); % Es un vector que almacena el coseno del campo
El con respecto a su radiovector.

% En primer lugar, se obtiene el vector "r" como diferencia de cada
uno de los puntos con el PUNTO. Del mismo modo se obtiene "dist", el
seno y el conseno.

for i=1:filas
    r(i,:)=punto-CentroDientes(i,:);
    dist(i)=(r(i,1)^2+r(i,2)^2)^0.5;
    seno(i)=r(i,1)/dist(i);
    coseno(i)=r(i,2)/dist(i);
end

% Dado que se está trabajando con divisiones, es posible que en algún
momento se esté dividiendo por 0. Para evitar eso, se llama a un
programa que elimina los NaN del vector.
limpiezaSeno=isnan(seno);
limpiezaCoseno=isnan(coseno);

[seno]=correccionangulo(seno,filas,limpiezaSeno);
[coseno]=correccionangulo(coseno,filas,limpiezaCoseno);

% Se obtienen las dimensiones de Diente adimensionalizas por su
longitud. De esta forma, los resultados son robustos al incremento en
la definición.

Dx=DimensionXDiente/D;
Dy1=DimensionYDiente1/D;
Dy2=DimensionYDiente2/D;

% Diente Central

for i=(D^2*Dientes)+1:2*(D^2*Dientes) % Los dientes centrales
empiezan en D^2*dientes (ya que ha pasado una fila de dientes de
apoyo)
    j=ceil((i-Dientes*D^2)/D^2); % de esta forma obtengo el diente al
que pertenece el punto en cuestion.

```

```

    E1(i)=(Dx*Dy2/((dist(i))*2*pi))*(dB(j)/dt)*1e-3; % el 1e-3 es para
pasar los mm a m.
    Ey1(i)=-E1(i)*seno(i);
    Ex1(i)=E1(i)*coseno(i);
end

%Dientes de Apoyo 1

for i=1:(D^2*Dientes) % Cada fila de dientes tiene un número de puntos
de D^2*dientes.
    j=ceil((i)/D^2); % de esta forma obtengo el diente al que
pertenece el punto en cuestion.
    E1(i)=(Dx*Dy1/((dist(i))*2*pi))*(dB(j)/dt)*1e-3; % el 1e-3 es para
pasar los mm a m.
    Ey1(i)=-E1(i)*seno(i);
    Ex1(i)=E1(i)*coseno(i);
end

%Dientes de Apoyo 2

for i=2*(D^2*Dientes)+1:3*(D^2*Dientes) % Los dientes centrales
empiezan en D^2*dientes (ya que ha pasado una fila de dientes de apoyo
y una fila central)
    j=ceil((i-2*Dientes*D^2)/D^2); % de esta forma obtengo el diente
al que pertenece el punto en cuestion.
    E1(i)=(Dx*Dy1/((dist(i))*2*pi))*(dB(j)/dt)*1e-3; % el 1e-3 es para
pasar los mm a m.
    Ey1(i)=-E1(i)*seno(i);
    Ex1(i)=E1(i)*coseno(i);
end

%CAMPO PRÓXIMO
[Ex1,Ey1]=CampoElectricoProximo2(Ex1,Ey1,Dientes,Dx,Dy1,Dy2,r,Definici
on,dB,dBlat,dt);

% Por último se pasa un nuevo corrector para eliminar cualquier error
en
% cualquier posible division que se haya dividido por cero.

for i=1:filas
    if isnan(Ex1(i))==1
        Ex1(i)=0;
    end
end

for i=1:filas
    if isnan(Ey1(i))==1
        Ey1(i)=0;
    end
end

%CORRECTOR
% El corrector asigna un valor de 0 porque el campo eléctrico es
simétrico y lo que aportaría por un lado se iría por el otro.

%Para X
%[Ex1]=Corrector(Ex1,B1,B2,Blat1,Blat2,Dientes,Definicion,dt);
% Para Y

```

```

%[Ey1]=Corrector(Ey1,B1,B2,Blat1,Blat2,Dientes,Definicion,dt);

% Para obtener un resultado de la interacción de los distintos campos
en el PUNTO se suman, tanto en la componenete X como en la Y.

Ex=sum(Ex1);
Ey=sum(Ey1);

```

## Programa para el Cálculo del Campo Eléctrico próximo en un Punto Campo

```

function
[Ex1,Ey1,AporteCampoProximoX,AporteCampoProximoY]=CampoElectricoProxim
o2(Ex1,Ey1,Dientes,Dx,Dy1,Dy2,r,Definicion,dB,dBlat,dt)

n=length(Ex1);
AporteCampoProximoX=zeros(n,1);
AporteCampoProximoY=zeros(n,1);

D=2*Definicion;

for i=1:(D^2*Dientes)
    if (abs(r(i,1))<(Dx/2)&& abs(r(i,2))<(Dy1/2))
        j=ceil((i)/D^2);
        xd2=Dx/4-abs(r(i,1)/2);
        xd3=Dx/4+abs(r(i,1)/2);
        yd2=Dy1/4+abs(r(i,2)/2);
        yd3=Dy1/4-abs(r(i,2)/2);
        r1=sqrt(yd2^2+xd3^2);
        r2=sqrt(yd2^2+xd2^2);
        r3=sqrt(yd3^2+xd3^2);
        r4=sqrt(yd3^2+xd2^2);
        A1=4*yd2*xd3;
        A2=4*yd2*xd2;
        A3=4*yd3*xd3;
        A4=4*yd3*xd2;
        sen1=xd3/r1;
        cos1=yd2/r1;
        sen2=xd2/r2;
        cos2=yd2/r2;
        sen3=yd3/r3;
        cos3=xd3/r3;
        sen4=xd2/r4;
        cos4=yd3/r4;
        E3xa=-A3*sen3;
        E3ya=A3*cos3;
        E2xa=A2*cos2;
        E2ya=-A2*sen2;
        E1xa=A1*sen1;
        E1ya=A1*cos1;
        E4xa=-A4*cos4;
        E4ya=-A4*sen4;
        Ex1(i)=(E1xa+E2xa+E3xa+E4xa)/(Dx*Dy1);
        Ey1(i)=(E1ya+E2ya+E3ya+E4ya)/(Dx*Dy1);
        AporteCampoProximoX(i)=Ex1(i)*dBlat(j)/dt*1e-3;
        AporteCampoProximoY(i)=Ey1(i)*dBlat(j)/dt*1e-3;
    end
end

```

```

end

for i=(D^2*Dientes)+1:2*(D^2*Dientes)
    if (abs(r(i,1))<(Dx/2)&& abs(r(i,2))<(Dy2/2))
        j=ceil((i-Dientes*D^2)/D^2);
        xd2=Dx/4-abs(r(i,1)/2);
        xd3=Dx/4+abs(r(i,1)/2);
        yd2=Dy2/4+abs(r(i,2)/2);
        yd3=Dy2/4-abs(r(i,2)/2);
        r1=sqrt(yd2^2+xd3^2);
        r2=sqrt(yd2^2+xd2^2);
        r3=sqrt(yd3^2+xd3^2);
        r4=sqrt(yd3^2+xd2^2);
        A1=4*yd2*xd3;
        A2=4*yd2*xd2;
        A3=4*yd3*xd3;
        A4=4*yd3*xd2;
        sen1=xd3/r1;
        cos1=yd2/r1;
        sen2=xd2/r2;
        cos2=yd2/r2;
        sen3=yd3/r3;
        cos3=xd3/r3;
        sen4=xd2/r4;
        cos4=yd3/r4;
        E3xa=-A3*sen3;
        E3ya=A3*cos3;
        E2xa=A2*cos2;
        E2ya=-A2*sen2;
        E1xa=A1*sen1;
        E1ya=A1*cos1;
        E4xa=-A4*cos4;
        E4ya=-A4*sen4;
        Ex1(i)=(E1xa+E2xa+E3xa+E4xa)/(Dx*Dy2);
        Ey1(i)=(E1ya+E2ya+E3ya+E4ya)/(Dx*Dy2);
        AporteCampoProximoX(i)=Ex1(i)*dB(j)/dt*1e-3;
        AporteCampoProximoY(i)=Ey1(i)*dB(j)/dt*1e-3;
    end
end

for i=2*(D^2*Dientes)+1:3*(D^2*Dientes)
    if (abs(r(i,1))<(Dx/2)&& abs(r(i,2))<(Dy1/2))
        j=ceil((i-2*Dientes*D^2)/D^2);
        xd2=Dx/4-abs(r(i,1)/2);
        xd3=Dx/4+abs(r(i,1)/2);
        yd2=Dy1/4+abs(r(i,2)/2);
        yd3=Dy1/4-abs(r(i,2)/2);
        r1=sqrt(yd2^2+xd3^2);
        r2=sqrt(yd2^2+xd2^2);
        r3=sqrt(yd3^2+xd3^2);
        r4=sqrt(yd3^2+xd2^2);
        A1=4*yd2*xd3;
        A2=4*yd2*xd2;
        A3=4*yd3*xd3;
        A4=4*yd3*xd2;
        sen1=xd3/r1;
        cos1=yd2/r1;
        sen2=xd2/r2;
        cos2=yd2/r2;
        sen3=yd3/r3;
        cos3=xd3/r3;
    end
end

```

```

sen4=xd2/r4;
cos4=yd3/r4;
E3xa=-A3*sen3;
E3ya=A3*cos3;
E2xa=A2*cos2;
E2ya=-A2*sen2;
E1xa=A1*sen1;
E1ya=A1*cos1;
E4xa=-A4*cos4;
E4ya=-A4*sen4;
Exl(i)=(E1xa+E2xa+E3xa+E4xa)/(Dx*Dy1);
Eyl(i)=(E1ya+E2ya+E3ya+E4ya)/(Dx*Dy1);
AporteCampoProximoX(i)=Exl(i)*dBlat(j)/dt*1e-3;
AporteCampoProximoY(i)=Eyl(i)*dBlat(j)/dt*1e-3;
end
end

```

## Corrector de Posibles errores del mallado

```

function [angulo]=correccionangulo(angulo,filas,limpieza)
for i=1:filas
    if limpieza(i)==1
        angulo(i)=0;
    end
end
end

```

## Programa para el Cálculo de la Inducción de en los Dientes

```

function
[Bcentral,Blateral,BrailX,BrailY,FlujoDientes,iteraciones,FlujoTrans,FlujoLong,FlujoElementos,FlujoElementosTrans,Lat,Long,Trans]=MEC(muRLongAnt1,muRTransAnt1,convergencia,relajacion,iteraciones,tol,Mag,Imax,t,Frecuencia,Separacion,AltoCuerpoE,Alto_Aislante,Alto_Devanado,AltoDiente,Dientes,AltoRail,DimensionYDiente2,DimensionYDiente1,DimensionXHueco,DimensionXDiente,lentrehierro,Culata)

T=1/Frecuencia;
Iu=Imax*cos(2*pi*t/T);
Iv=Imax*cos(2*pi*t/T-(2/3)*pi);
Iw=Imax*cos(2*pi*t/T+(2/3)*pi);
x=Mag(1);
y=Mag(2);
z=Mag(3);

error1=2;
error2=2;

while (iteraciones<80 && (error1>tol && error2>tol))

[MatrizLong1,MatrizTrans1]=BucleTransversal(convergencia,relajacion,muRLongAnt1,muRTransAnt1,lentrehierro,Iu,Iv,Iw,x,y,z,Dientes,DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,DimensionXHueco,AltoRail,AltoCuerpoE,AltoDiente,Culata,Alto_Devanado,Separacion,Alto_Aislante);
muRLongAnt2=MatrizLong1;
muRTransAnt2=MatrizTrans1;

```

```
[MatrizLong2,MatrizTrans2]=BucleLongitudinal(convergencia,relajacion,muRLongAnt2,muRTransAnt2,lentrehierro,Iu,Iv,Iw,x,y,z,Dientes,DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,DimensionXHueco,AltoRail,AltoCuerpoE,AltoDiente,Culata,Alto_Devanado,Separacion,Alto_Aislante);
muRLongAnt1=MatrizLong2;
muRTransAnt1=MatrizTrans2;
error1=max(max(MatrizLong1-MatrizLong2));
error2=max(max(MatrizTrans1-MatrizTrans2));
iteraciones=iteraciones+1;
end
```

```
[~,~,~,~,FlujoLong,FlujoTrans,FlujoElementos,FlujoElementosTrans,FlujoDientes,Lat,Long,Trans,Bcentral,Blateral,BrailX,BrailY]=
FlujosMEC(MatrizLong1,MatrizTrans1,lentrehierro,Iu,Iv,Iw,x,y,z,Dientes,DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,DimensionXHueco,AltoRail,AltoCuerpoE,AltoDiente,Culata,Alto_Devanado,Separacion,Alto_Aislante);
```

## Programa para el Cálculo de la Inducción Z en la Máquina

% Esta función lo único que hace es calcular la inducción magnética en la máquina, concretamente como un vector, es decir, que no es una matriz susceptible de representar.

% La forma de calcular la inducción es la siguiente: si se está debajo de un diente se obtiene el campo que proporciona ese diente; en caso contrario es 0.

% Para cada PUNTO de la malla se aplican una serie de operaciones rutinarias.

% Las dos únicas variables que se piden y que no se necesitan en "reluctancias2" son "PUNTO" y "CentroDientes".

function

```
[B]=CampoMagnetico6(punto,Dientes,FilasDientes,DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,DimensionXHueco,DimensionYZonaExt,B1,Bla
t)
```

% Se calcula el campo magnético que generan los dientes para el instante detiempo en el que se encuentra la máquina.

%Se inicializan las dimensiones de CentroDientes como un punto por cada diente

```
CentroDientes=zeros(Dientes*FilasDientes,2);
DimensionConjunto=DimensionXDiente+DimensionXHueco; % Es la suma para saber cuanto mide la unidad "diente+hueco" que es un paso frecuentemente utilizado en el programa para definir nuevos puntos.
```

```
for j=1:2:FilasDientes % de Fila de dientes en fila de dientes
    for g=1:Dientes %Para Cada diferente diente avanzando en X. Esto es, diente 1, diente 2, etc.
```

```
        CentroDientes(g+(j-1)*Dientes,1)=(g-1)*DimensionConjunto+DimensionXDiente/2;
```

```

        CentroDientes(g+(j-
1)*Dientes,2)=DimensionYDiente1/2+DimensionYZonaExt+(j-1)*145/2;
    end
end
for j=2:2:FilasDientes % de Fila de dientes en fila de dientes
    for g=1:Dientes %Para Cada diferente diente avanzando en X. Esto
es, diente 1, diente 2, etc.
        CentroDientes(g+(j-1)*Dientes,1)=(g-
1)*DimensionConjunto+DimensionXDiente/2;
        CentroDientes(g+(j-
1)*Dientes,2)=DimensionYDiente2/2+DimensionYZonaExt+(j-1)*58;
    end
end

% Se obtiene cuantos diferenciales de diente hay.
[filas,columnas] = size(CentroDientes);

% Definición es el número de puntos por eje de simetría, por lo que
2*Definicion es el número de puntos que hay por lado de diente D^2 es
el número total de diferenciales de diente que hay por diente

B=zeros(1,1);
% r es el radiovector
r=zeros(filas,columnas);

% es el lugar donde almacenaré el campo

% Me calculo todas las distancias de los distintos diferenciales de
diente
for i=1:filas
    r(i,:)=punto-CentroDientes(i,:);
end

%Campo Magnético producido por los dientes centrales (posición del
vector
%" +Dientes*D^2" ya que tengo D^2 puntos por diente)

% Diente Central
for i=(Dientes+1):(2*Dientes)
    if (abs(r(i,1))<(DimensionXDiente/2)&&
abs(r(i,2))<(DimensionYDiente2/2))
        j=ceil(i-Dientes);
        B=B1(j);
    end
end

% Diente Lateral 1
for i=1:(Dientes)
    if (abs(r(i,1))<(DimensionXDiente/2)&&
abs(r(i,2))<(DimensionYDiente1/2))
        j=ceil(i);
        B=-Blat(j);
    end
end

% Diente Lateral 2
for i=(2*Dientes+1):3*Dientes
    if (abs(r(i,1))<(DimensionXDiente/2)&&
abs(r(i,2))<(DimensionYDiente1/2))
        j=ceil(i-2*Dientes);

```

```

        B=-Blat(j);
    end
end

```

## Programa para el Cálculo del producto vectorial de Lorentz para la dimensión X

Nota: se ha incluido sólo el de la dimensión X. El resto de dimensiones son análogas, salvo por una mínima diferencia.

```

% Es una función que simula calcular el producto vectorial  $F=l*(B \times I)$ .
% En
% realidad lo que realiza es una multiplicación escalar, ya que supone
% que
% todos los vectores son perpendiculares.

% Lo que hace la función es una vez introducido un vector  $n \times 1$ 
% (donde n es el número de regiones elementales del espacio en la
% coordenada
% considerada, en este caso Diente y Hueco), un mallado de Inducción e
% Intensidades de las mismas dimensiones, calcula la Fuerza que
% producen.

%Notar que al depender de la longitud del mallado, cuanto más pequeño
%sea
%el mallado, menor será la fuerza. que proporcione cada diferencial de
%volumen. Sin embargo, al tener más terminos para sumar, tanto la
%fuerza
%total como su distribución en la máquina serán iguales (al menos en
%teoría).

function [Fx]=CalculoFuerzasX4(MalladoX,B,Ix,A,L)
[d1,d2]=size(B);

Fx=zeros(d1,d2);

%Dado de que tengo 2 matrices con similares dimensiones, lo único que
%se
%tiene que hacer es multiplicarlas, elemento por elemento, para
%obtener las fuerzas.

for i=1:A
    for j=1:L
        Fx(j,i)=B(j,i)*Ix(j,i)*MalladoX*1e-3; % Al estar en una zona
        % de diente, la longitud que se debe de aplicar es la del diente
    end
end
end

```

## Programa para el Bucle Transversal del MEC

```

function
[muRLongCalc,muRTransFin,CondicionSup,CondicionInf,Dif,pasos]=BucleTra
nsversal(conv,rel,muRLongAct,muRTransAct,lentrehierro,Iu,Iv,Iw,x,y,z,D
ientes,DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,DimensionX

```



```

Hueco,AltoRail,AltoCuerpoE,AltoDiente,Culata,Alto_Devanado,Separacion,
Alto_Aislante)
pasos=1;
difmax=2;
    while (difmax>1 && pasos<=conv)
        [muRLongCalc,muRTransCalc,Rsup,Rinf]=
CircuitoMagneticoTotal5(muRLongAct,muRTransAct,lentrehierro,Iu,Iv,Iw,x
,y,z,Dientes,DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,Dime
nsionXHueco,AltoRail,AltoCuerpoE,AltoDiente,Culata,Alto_Devanado,Separ
acion,Alto_Aislante);
        muRTransFin=(muRTransCalc-muRTransAct)*rel+muRTransAct;
        difmax=max(max(abs(muRTransFin-muRTransAct)));
        muRTransAct=muRTransFin;      %Final pasa a actual
        Dif(pasos)=difmax;
        CondicionSup(pasos)=cond(Rsup);
        CondicionInf(pasos)=cond(Rinf);
        pasos=pasos+1;
    end
end

```

## Programa para el Bucle Longitudinal del MEC

```

function
[muRLongFin,muRTransCalc,CondicionSup,CondicionInf,Dif,pasos]=BucleLon
gitudinal(conv,rel,muRLongAct,muRTransAct,lentrehierro,Iu,Iv,Iw,x,y,z,
Dientes,DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,Dimension
XHueco,AltoRail,AltoCuerpoE,AltoDiente,Culata,Alto_Devanado,Separacion
,Alto_Aislante)
pasos=1;
difmax=2;
    while (difmax>1 && pasos<=conv)
        [muRLongCalc,muRTransCalc,Rsup,Rinf]=
CircuitoMagneticoTotal5(muRLongAct,muRTransAct,lentrehierro,Iu,Iv,Iw,x
,y,z,Dientes,DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,Dime
nsionXHueco,AltoRail,AltoCuerpoE,AltoDiente,Culata,Alto_Devanado,Separ
acion,Alto_Aislante);
        muRLongFin=(muRLongCalc-muRLongAct)*rel+muRLongAct;
        difmax=max(max(abs(muRLongFin-muRLongAct)));
        muRLongAct=muRLongFin;      %Final pasa a actual
        Dif(pasos)=difmax;
        CondicionSup(pasos)=cond(Rsup);
        CondicionInf(pasos)=cond(Rinf);
        pasos=pasos+1;
    end
end

```

## Cálculo del Circuito Magnético Equivalente

```

function
[muRLong,muRTrans,Rs,Ri,Bdientes,BculataX,BrailX,FlujoLongTot,FlujoTra
nsTot,FlujoElementosLongitudinal,FlujoElementosTransversal,AN,It,Dibuj
oSup,DibujoInf,DibujoSupTrans,DibujoInfTrans,FlujoDientes,Lateral,Long
itudinal,Transversal]=
CircuitoMagneticoTotal5(muRlong,muRtrans,lentrehierro,Iu,Iv,Iw,x,y,z,D
ientes,DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,DimensionX
Hueco,AltoRail,AltoCuerpoE,AltoDiente,Culata,Alto_Devanado,Separacion,
Alto_Aislante)

```

```

*****
*****  CALCULO DE SUPERFICIES DE ELEMENTOS  *****

SculataX=Culata*(4*DimensionYDiente1+DimensionYDiente2)*1e-6;
SraillX=AltoRail*(4*DimensionYDiente1+DimensionYDiente2)*1e-6;
Sdiente=DimensionYDiente2*DimensionXDiente*1e-6;
SculataY=Culata*DimensionXDiente*1e-6;
SraillY=AltoRail*DimensionXDiente*1e-6;
Slaterral=DimensionYDiente1*DimensionXDiente*1e-6;

*****
***  CALCULO DE VALORES INICIALES DE PERMEABILIDAD*****
*****

mu0=4*pi*1e-7;
mufeLong=muRlong*mu0;
mufeTrans=muRtrans*mu0;

% *****
%      EXCITACIÓN DEL FLUJO LONGITUDINAL [DEVANADO]
% *****

AN=[ Iu      0;
     Iu      0;
     Iu      0;
     Iu      0;
     -Iw      0;
     -Iw      0;
     -Iw     -Iu;
     -Iw     -Iu;
     Iv     -Iu;
     Iv     -Iu;
     Iv      Iw;
     Iv      Iw;
     -Iu      Iw;
     -Iu      Iw;
     -Iu     -Iv;
     -Iu     -Iv;
     Iw     -Iv;
     Iw     -Iv;
     Iw      Iu;
     Iw      Iu;
     -Iv      Iu;
     -Iv      Iu;
     -Iv     -Iw;
     -Iv     -Iw;
     0       -Iw;
     0       -Iw;
     0        Iv;
     0        Iv;
     0        Iv;
     0        Iv;
     0        Iv];

ANI=zeros(Dientes-1,1);
for i=1:Dientes-1
    ANI(i)=sum(AN(i,:));
end

% *****

```

```

%          EXCITACIÓN DEL FLUJO TRANSVERSAL
% *****
It=[
0*Iu          0*Iv;
1*Iu          0*Iv;
2*Iu          0*Iv;
3*Iu          0*Iv;
3*Iu          1*Iv;
2*Iu-1*Iw     2*Iv;
1*Iu-2*Iw     3*Iv;
0*Iu-3*Iw     3*Iv;
0*Iv-3*Iw     2*Iu-1*Iv;
1*Iv-2*Iw     1*Iu-2*Iv;
2*Iv-1*Iw     0*Iu-3*Iv;
3*Iv          0*Iv-3*Iw;
3*Iv          1*Iv-2*Iw;
2*Iv-1*Iu     2*Iv-1*Iv;
1*Iv-2*Iu     3*Iv;
0*Iv-3*Iu     3*Iv;
0*Iw-3*Iu     2*Iv-1*Iu;
1*Iw-2*Iu     1*Iv-2*Iu;
2*Iw-1*Iu     0*Iv-3*Iu;
3*Iw          0*Iw-3*Iu;
3*Iw          1*Iw-2*Iu;
2*Iw-1*Iv     2*Iw-1*Iu;
1*Iw-2*Iv     3*Iw;
0*Iw-3*Iv     3*Iw;
-3*Iv         2*Iw-1*Iv;
-2*Iv         1*Iw-2*Iv;
-1*Iv         0*Iw-3*Iv;
0*Iv          -3*Iv;
0*Iv          -2*Iv;
0*Iv          -1*Iv;
0*Iv          -0*Iv];
%
*****
*****CÁLCULO DE LOS FLUJOS EN CADA MALLA LONGITUDINALES ÚNICAMENTE CON
EXCITACIÓN EN EL BOBINADO INFERIOR *****

[FlujoLongSup,Rs,Rls,R2s,Rents,R3s,R4s,R5s,R6s,R7s,R8s,Ras,Rbs,Rcs,Rds
,Res]=
FlujosExcitacionArriba6(mu0,mufeLong,AN(:,1),Dientes,DimensionXDiente,
DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,DimensionXHueco,AltoCuerpoE,AltoDi
ente,Alto_Devanado,Separacion,lentrehierro,AltoRail,Culata,Alto_Aislan
te);

*****
*****CÁLCULO DE LOS FLUJOS EN CADA MALLA LONGITUDINALES ÚNICAMENTE CON
EXCITACIÓN EN EL BOBINADO SUPERIOR *****

[FlujoLongInf,Ri,Rli,R2i,Renti,R3i,R4i,R5i,R6i,R7i,R8i,Rai,Rbi,Rci,Rdi
,Rei]=
FlujosExcitacionAbajo6(mu0,mufeLong,AN(:,2),Dientes,DimensionXDiente,D
imensionYDiente1,DimensionYDiente2,DimensionXHueco,AltoCuerpoE,AltoDie
nte,Alto_Devanado,Separacion,lentrehierro,AltoRail,Culata,Alto_Aislan
te);

*****
*****CÁLCULO DE LOS FLUJOS EN CADA ELEMENTO LONGITUDINAL*****
*****

```

```

FlujoLongTot=FlujoLongInf+FlujoLongSup;
[FlujoElementosLongitudinal]=
DibujoMallaLongitudinal(FlujoLongTot,Dientes,AN);

[DibujoSup]=
DibujoResistenciasLongitudinal(R1s,R2s,Rents,R3s,R4s,R5s,R6s,R7s,R8s,R
as,Rbs,Rcs,Rds,Res,Dientes,AN);
[DibujoInf]=
DibujoResistenciasLongitudinal(R1i,R2i,Renti,R3i,R4i,R5i,R6i,R7i,R8i,R
ai,Rbi,Rci,Rdi,Rei,Dientes,AN);

*****
*****CÁLCULO DE LOS FLUJOS EN CADA MALLA TRANSVERSALES*****
*****

FlujoTransInf=zeros(6,Dientes);
FlujoTransSup=zeros(6,Dientes);
R1st=zeros(Dientes-2,1);
R2st=zeros(Dientes-2,1);
R3st=zeros(Dientes-2,1);
R4st=zeros(Dientes-2,1);
R5st=zeros(Dientes-2,1);
R6st=zeros(Dientes-2,1);
R7st=zeros(Dientes-2,1);
R8st=zeros(Dientes-2,1);
R9st=zeros(Dientes-2,1);
R10st=zeros(Dientes-2,1);
R11st=zeros(Dientes-2,1);
R12st=zeros(Dientes-2,1);
R13st=zeros(Dientes-2,1);
R14st=zeros(Dientes-2,1);

R1it=zeros(Dientes-2,1);
R2it=zeros(Dientes-2,1);
R3it=zeros(Dientes-2,1);
R4it=zeros(Dientes-2,1);
R5it=zeros(Dientes-2,1);
R6it=zeros(Dientes-2,1);
R7it=zeros(Dientes-2,1);
R8it=zeros(Dientes-2,1);
R9it=zeros(Dientes-2,1);
R10it=zeros(Dientes-2,1);
R11it=zeros(Dientes-2,1);
R12it=zeros(Dientes-2,1);
R13it=zeros(Dientes-2,1);
R14it=zeros(Dientes-2,1);

for i=2:Dientes-1
    g=i-1;

    [FlujoTransSup(:,i),R1st(g),R2st(g),R3st(g),R4st(g),R5st(g),R6st(g),R7
st(g),R8st(g),R9st(g),R10st(g),R11st(g),R12st(g),R13st(g),R14st(g),Ren
tst,Rast,Rbst,Rcst,Rdst,Rest)]=
FlujosExcitacionArribaTransversal4(mu0,mufeLong(:,i),It
(i,1),DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,AltoCuerpoE
,AltoDiente,Alto_Devanado,Separacion,lentrehierro,AltoRail,Culata,Alto
_Aislante);
end

```

```

for i=2:Dientes-1
    g=i-1;

    [FlujoTransInf(:,i),R1it(g),R2it(g),R3it(g),R4it(g),R5it(g),R6it(g),R7
    it(g),R8it(g),R9it(g),R10it(g),R11it(g),R12it(g),R13it(g),R14it(g),Ren
    tit,Rait,Rbit,Rcit,Rdit,Reit]=
    FlujosExcitacionAbajoTransversal4(mufeTrans(:,i),mu0,mufeLong(:,i),It(
    i,2),DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,AltoCuerpoE,
    AltoDiente,Alto_Devanado,Separacion,lentrehierro,AltoRail,Culata,Alto_
    Aislante);
end

DibujoSupTrans=zeros(13,3*(Dientes-2));
DibujoInfTrans=zeros(13,3*(Dientes-2));
for h=1:Dientes-2
    i=3*(h-1)+1;
    [DibujoSupTrans(:,i:(i+2))]=
    DibujoResistenciasTransversal(R1st(h),R2st(h),R3st(h),R4st(h),R5st(h),
    R6st(h),R7st(h),R8st(h),R9st(h),R10st(h),R11st(h),R12st(h),R13st(h),R1
    4st(h),Rentst,Rast,Rbst,Rcst,Rdst,Rest,It(h,:));
    [DibujoInfTrans(:,i:(i+2))]=
    DibujoResistenciasTransversal(R1it(h),R2it(h),R3it(h),R4it(h),R5it(h),
    R6it(h),R7it(h),R8it(h),R9it(h),R10it(h),R11it(h),R12it(h),R13it(h),R1
    4it(h),Rentit,Rait,Rbit,Rcit,Rdit,Reit,It(h,:));
end

FlujoTransTot=2*(FlujoTransInf+FlujoTransSup);
FlujoElementosTransversal=zeros(13,3*(Dientes-1)+3);

for i=2:3:3*(Dientes)
    h=floor(i/3)+1;
    [FlujoElementosTransversal(:,i:(i+2))]=
    DibujoMallaTransversal(FlujoTransTot(:,h),It(h,:));
end

*****
*****CÁLCULO DE LOS FLUJOS EN CADA ELEMENTO*****
*****

%FlujoDientes=FlujoElementosLongitudinal(2:2:13,1:2:2*Dientes-
1)+FlujoElementosTransversal(2:2:13,2:3:3*(Dientes));

Longitudinal=zeros(8,Dientes);
for i=1:Dientes-1
    Longitudinal(1,i)=FlujoElementosLongitudinal(1,2*i);
end
for i=1:Dientes-1
    Longitudinal(8,i)=FlujoElementosLongitudinal(13,2*i);
end
Longitudinal(2:7,:)=FlujoElementosLongitudinal(2:2:13,1:2:2*Dientes-
1);

Transversal=zeros(8,Dientes);
for i=1:Dientes-1
    Transversal(1,i)=0;
end
for i=1:Dientes-1
    Transversal(8,i)=0;
end
Transversal(2:7,:)=FlujoElementosTransversal(2:2:13,2:3:3*(Dientes));

```

```

FlujoDientes=Longitudinal+Transversal;

Lateral=zeros(8,Dientes);
for i=1:Dientes-1
    Lateral(1,i)=FlujoElementosTransversal(1,3*i);
end
for i=1:Dientes-1
    Lateral(8,i)=FlujoElementosTransversal(13,3*i);
end
Lateral(2:7,:)=FlujoElementosTransversal(2:2:13,4:3:3*(Dientes)+3);

%Cálculo de Inducciones
BculataX=abs(FlujoDientes(8,:)/SculataX);
BrailX=abs(FlujoDientes(1,:)/SrailX);
Bdientes=abs(FlujoDientes(2:7,:)/Sdiente);
BculataY=abs(Lateral(8,:)/SculataY);
BrailY=abs(Lateral(1,:)/SrailY);
Blateral=abs(Lateral(2:7,:)/Slateral);

% *****
%           CÁLCULO DE LAS NUEVAS PERMEABILIDADES RELATIVAS
% *****
muRLong=zeros(8,Dientes);
muRTrans=zeros(8,Dientes);

[CulataX]= CalculoSaturacion(mu0,BculataX,x,y,z);
[RailX]= CalculoSaturacion(mu0,BrailX,x,y,z);
[CulataY]= CalculoSaturacion(mu0,BculataY,x,y,z);
[RailY]= CalculoSaturacion(mu0,BrailY,x,y,z);
[muRLong(2:7,:)]= CalculoSaturacion(mu0,Bdientes,x,y,z);
%muRLong(2:7,:)
[muRTrans(2:7,:)]= CalculoSaturacion(mu0,Blateral,x,y,z);
%muRTrans(2:7,:)

for i=1:Dientes-1
    muRLong(1,i)=RailX(i);
    muRLong(8,i)=CulataX(i);
    muRTrans(1,i)=RailY(i);
    muRTrans(8,i)=CulataY(i);
end

```

## **Resolución del Circuito Magnético Longitudinal capa inferior**

```

function [Flujo,R,R1,R2,Rent,R3,R4,R5,R6,R7,R8,Ra,Rb,Rc,Rd,Re]=
FlujosExcitacionAbajo6(mu0,mufeVer,I,Dientes,DimensionXDiente,Dimensio
nYDiente1,DimensionYDiente2,DimensionXHueco,AltoCuerpoE,AltoDiente,Alt
o_Devanado,Separacion,lentrehierro,AltoRail,Culata,Alto_Aislante)

```

```

Cabeza_Diente=AltoDiente-AltoCuerpoE-2*Alto_Devanado-Separacion-
Alto_Aislante; % Es la parte en la cabeza de diente que queda sin
arrollar

```

```

*****
*****DEFINICIÓN DE LONGITUDES DE CADA ELEMENTO*****
*****

```

```

L0=DimensionXHueco;
L1=AltoCuerpoE+Culata/2;      %[Culata]-[Conductor Abajo]
L2=Alto_Devanado;             %[Conductor Abajo]
L3=Separacion;                %[Conductor Abajo]-[Conductor Arriba]
L4=Alto_Devanado;             %[Conductor Arriba]
L5=Cabeza_Diente;             %[Conductor Arriba]-[Cabeza Diente]
L01=lentrehierro;             %[Entrehierro]
L6=AltoRail/2;                %[Alto Rail]

*****
*****DEFINICIÓN DE SUPERFICIES DE CADA ELEMENTO*****
*****

% Sección de paso de la Culata
S1=Culata*(DimensionYDiente2+4*DimensionYDiente1)*1e-6;
% Sección de paso del Diente
S2=DimensionXDiente*DimensionYDiente2*1e-6;
% Superficie de fugas [Culata]-[Conductor Abajo]
S3=L1*DimensionYDiente2*1e-6;
% Superficie de fugas [Conductor Abajo]
S4=L2*DimensionYDiente2*1e-6;
% Superficie de fugas [Separacion entre Conductores]
S5=L3*DimensionYDiente2*1e-6;
% Superficie de fugas [Conductor Arriba]
S6=L4*DimensionYDiente2*1e-6;
% Superficie de fugas [Cabeza Diente]
S7=L5*DimensionYDiente2*1e-6;
% Sección de paso del Rail
S8=AltoRail*(DimensionYDiente2+4*DimensionYDiente1)*1e-6;

*****
*****DEFINICIÓN DE RELUCTANCIAS DE CADA ELEMENTO*****
*****

%Reluctancias de Dispersion [Flujo Horizontal]
Re=(1/mu0)*(L0)*1e-3/S3;      %Fuga [Culata]-[Conductor Abajo]
Rd=3*(1/mu0)*(L0)*1e-3/S4;    %Fuga [Conductor Abajo]
Rc=(1/mu0)*(L0)*1e-3/S5;      %Fuga [Separacion entre Conductores]
Rb=(1/mu0)*(L0)*1e-3/S6;      %Fuga [Conductor Arriba]
Ra=(1/mu0)*(L0)*1e-3/S7;      %Fuga [Cabeza Diente]

R1=zeros(Dientes,1);
R2=zeros(Dientes,1);
R3=zeros(Dientes,1);
R4=zeros(Dientes,1);
R5=zeros(Dientes,1);
R6=zeros(Dientes,1);
R7=zeros(Dientes,1);
R8=zeros(Dientes,1);

%Reluctancias de las chapas [Flujo Horizontal]
for i=1:Dientes-1
    R8(i)=(1/mufeVer(8,i))*(L0)*1e-3/S1;    %Culata
    R1(i)=(1/mufeVer(1,i))*(L0)*1e-3/S8;    %Línea Media Rail
end

%Reluctancias de las chapas [Flujo Vertical]
for i=1:Dientes
    %[Mitad de Culata]-[Parte Abajo de la Bobina de Abajo]

```

```

R7(i)=(1/mufeVer(7,i))*(L1)*1e-3/S2;
%[Parte Abajo de la Bobina de Abajo]-[Parte Arriba de la Bobina de
Abajo]
R6(i)=(1/mufeVer(6,i))*(L2)*1e-3/S2;
%[Parte Arriba de la Bobina de Abajo]-[Parte Abajo de la Bobina de
Arriba]
R5(i)=(1/mufeVer(5,i))*(L3)*1e-3/S2;
%[Parte Abajo de la Bobina de Arriba]-[Parte Arriba de la Bobina de
Arriba]
R4(i)=(1/mufeVer(4,i))*(L4)*1e-3/S2;
%[Parte Arriba de la Bobina de Arriba]-[Cabeza de Diente]
R3(i)=(1/mufeVer(3,i))*(L5)*1e-3/S2;
%[Base Rail]-[Línea Media Rail]
R2(i)=(1/mufeVer(2,i))*(L6)*1e-3/S2;
end
%Reluctancias del entrehierro
Rent=(1/mu0)*(L01)*1e-3/S2;      %Entrehierro

*****
*****DEFINICIÓN DEL ESQUEMA DE RELUCTANCIAS*****
*****

Rtot1=zeros(Dientes-1,1);
Rtot2=zeros(Dientes-1,1);
Rtot3=zeros(Dientes-1,1);
Rtot4=zeros(Dientes-1,1);
Rtot5=zeros(Dientes-1,1);
Rtot6=zeros(Dientes-1,1);

%Resolución del esquema de resistencias.

for i=1:Dientes-1
    Rtot1(i)=serie2(Ra,R2(i),R1(i),R2(i+1),Rent,Rent);
    Rtot2(i)=serie2(Ra,R3(i),Rb,R3(i+1));
    Rtot3(i)=serie2(Rc,R4(i),Rb,R4(i+1));
    Rtot4(i)=serie2(Rd,R5(i),Rc,R5(i+1));
    Rtot5(i)=serie2(Re,R6(i),Rd,R6(i+1));
    Rtot6(i)=serie2(Re,R7(i),R7(i+1),R8(i));
end

%Definición de la matriz de resistencias
R=zeros(6*(Dientes-1));
NI=zeros(6*(Dientes-1),1);

%Resistencias totales
for i=1:Dientes-1
    R(6*(i-1)+1,6*(i-1)+1)=Rtot1(i);
    R(6*(i-1)+2,6*(i-1)+2)=Rtot2(i);
    R(6*(i-1)+3,6*(i-1)+3)=Rtot3(i);
    R(6*(i-1)+4,6*(i-1)+4)=Rtot4(i);
    R(6*(i-1)+5,6*(i-1)+5)=Rtot5(i);
    R(6*(i-1)+6,6*(i-1)+6)=Rtot6(i);
end

%Resistencias mutuas

for i=1:Dientes-2
    %Reluctancias Entre Dientes [Izquierda-Derecha]
    R(6*(i-1)+1,6*(i-1)+7)=-R2(i+1)-Rent;    %[1-7]
    R(6*(i-1)+7,6*(i-1)+1)=-R2(i+1)-Rent;    %[7-1]
    R(6*(i-1)+2,6*(i-1)+8)=-R3(i+1);        %[2-8]

```



```

R(6*(i-1)+8,6*(i-1)+2)=-R3(i+1);           %[8-2]
R(6*(i-1)+3,5*(i-1)+9)=-R4(i+1);           %[3-9]
R(6*(i-1)+9,6*(i-1)+3)=-R4(i+1);           %[9-3]
R(6*(i-1)+4,6*(i-1)+10)=-R5(i+1);          %[4-10]
R(6*(i-1)+10,6*(i-1)+4)=-R5(i+1);          %[10-4]
R(6*(i-1)+5,6*(i-1)+11)=-R6(i+1);          %[5-11]
R(6*(i-1)+11,6*(i-1)+5)=-R6(i+1);          %[11-5]
R(6*(i-1)+6,6*(i-1)+12)=-R7(i+1);          %[6-12]
R(6*(i-1)+12,6*(i-1)+6)=-R7(i+1);          %[12-6]

%Reluctancias En el mismo Diente [Abajo-Arriba]
R(6*(i-1)+1,6*(i-1)+2)=-Ra;                %[1-2]
R(6*(i-1)+2,6*(i-1)+1)=-Ra;                %[2-1]
R(6*(i-1)+2,6*(i-1)+3)=-Rb;                %[2-3]
R(6*(i-1)+3,6*(i-1)+2)=-Rb;                %[3-2]
R(6*(i-1)+3,6*(i-1)+4)=-Rc;                %[3-4]
R(6*(i-1)+4,6*(i-1)+3)=-Rc;                %[4-3]
R(6*(i-1)+4,6*(i-1)+5)=-Rd;                %[4-5]
R(6*(i-1)+5,6*(i-1)+4)=-Rd;                %[5-4]
R(6*(i-1)+5,6*(i-1)+6)=-Re;                %[5-6]
R(6*(i-1)+6,6*(i-1)+5)=-Re;                %[6-5]

end

*****
*****RESOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES*****
*****

for i=1:(Dientes-1)
    NI(6*(i-1)+5)=I(i);
end
Flujos=R\NI;

*****
*OBTENCIÓN DE LA MATRIZ DE FLUJOS A PARTIR DE LA SOLUCIÓN DEL SISTEMA*
*****

Flujo=zeros(6,Dientes-1);
for j=1:6
    for i=1:Dientes-1
        Flujo(j,i)=Flujos(j+6*(i-1));
    end
end
end

```

## Resolución del Circuito Magnético Longitudinal capa superior

```

function [Flujo,R,R1,R2,Rent,R3,R4,R5,R6,R7,R8,Ra,Rb,Rc,Rd,Re]=
FlujosExcitacionArriba6(mu0,mufeVer,I,Dientes,DimensionXDiente,Dimensi
onYDiente1,DimensionYDiente2,DimensionXHueco,AltoCuerpoE,AltoDiente,Al
to_Devanado,Separacion,lentrehierro,AltoRail,Culata,Alto_Aislante)

Cabeza_Diente=AltoDiente-AltoCuerpoE-2*Alto_Devanado-Separacion-
Alto_Aislante; % Es la parte en la cabeza de diente que queda sin
arrollar

```

```
*****
*****DEFINICIÓN DE LONGITUDES DE CADA ELEMENTO*****
*****
```

```
L0=DimensionXHueco;
L1=AltoCuerpoE+Culata/2;      %[Culata]-[Conductor Abajo]
L2=Alto_Devanado;             %[Conductor Abajo]
L3=Separacion;                %[Conductor Abajo]-[Conductor Arriba]
L4=Alto_Devanado;             %[Conductor Arriba]
L5=Cabeza_Diente;             %[Conductor Arriba]-[Cabeza Diente]
L01=lentrehierro;             %[Entrehierro]
L6=AltoRail/2;                %[Alto Rail]
```

```
*****
*****DEFINICIÓN DE SUPERFICIES DE CADA ELEMENTO*****
*****
```

```
% Sección de paso de la Culata
S1=Culata*(DimensionYDiente2+4*DimensionYDientel)*1e-6;
% Sección de paso del Diente
S2=DimensionXDiente*DimensionYDiente2*1e-6;
% Superficie de fugas [Culata]-[Conductor Abajo]
S3=L1*DimensionYDiente2*1e-6;
% Superficie de fugas [Conductor Abajo]
S4=L2*DimensionYDiente2*1e-6;
% Superficie de fugas [Separacion entre Conductores]
S5=L3*DimensionYDiente2*1e-6;
% Superficie de fugas [Conductor Arriba]
S6=L4*DimensionYDiente2*1e-6;
% Superficie de fugas [Cabeza Diente]
S7=L5*DimensionYDiente2*1e-6;
% Sección de paso del Rail
S8=AltoRail*(DimensionYDiente2+4*DimensionYDientel)*1e-6;
```

```
*****
*****DEFINICIÓN DE RELUCTANCIAS DE CADA ELEMENTO*****
*****
```

```
%Reluctancias de Dispersion [Flujo Horizontal]
Re=(1/mu0)*(L0)*1e-3/S3;      %Fuga [Culata]-[Conductor Abajo]
Rd=(1/mu0)*(L0)*1e-3/S4;      %Fuga [Conductor Abajo]
Rc=(1/mu0)*(L0)*1e-3/S5;      %Fuga [Separacion entre Conductores]
Rb=3*(1/mu0)*(L0)*1e-3/S6;    %Fuga [Conductor Arriba]
Ra=(1/mu0)*(L0)*1e-3/S7;      %Fuga [Cabeza Diente]
```

```
R1=zeros(Dientes,1);
R2=zeros(Dientes,1);
R3=zeros(Dientes,1);
R4=zeros(Dientes,1);
R5=zeros(Dientes,1);
R6=zeros(Dientes,1);
R7=zeros(Dientes,1);
R8=zeros(Dientes,1);
```

```
%Reluctancias de las chapas [Flujo Horizontal]
```

```
for i=1:Dientes-1
    R8(i)=(1/mufeVer(8,i))*(L0)*1e-3/S1;    %Culata
    R1(i)=(1/mufeVer(1,i))*(L0)*1e-3/S8;    %Línea Media Rail
end
```

```

%Reluctancias de las chapas [Flujo Vertical]
for i=1:Dientes
    %[Mitad de Culata]-[Parte Abajo de la Bobina de Abajo]
    R7(i)=(1/mufeVer(7,i))*(L1)*1e-3/S2;
    %[Parte Abajo de la Bobina de Abajo]-[Parte Arriba de la Bobina de Abajo]
    R6(i)=(1/mufeVer(6,i))*(L2)*1e-3/S2;
    %[Parte Arriba de la Bobina de Abajo]-[Parte Abajo de la Bobina de Arriba]
    R5(i)=(1/mufeVer(5,i))*(L3)*1e-3/S2;
    %[Parte Abajo de la Bobina de Arriba]-[Parte Arriba de la Bobina de Arriba]
    R4(i)=(1/mufeVer(4,i))*(L4)*1e-3/S2;
    %[Parte Arriba de la Bobina de Arriba]-[Cabeza de Diente]
    R3(i)=(1/mufeVer(3,i))*(L5)*1e-3/S2;
    %[Base Rail]-[Línea Media Rail]
    R2(i)=(1/mufeVer(2,i))*(L6)*1e-3/S2;
end
%Reluctancias del entrehierro
Rent=(1/mu0)*(L01)*1e-3/S2;      %Entrehierro

%
*****DEFINICIÓN DEL ESQUEMA DE RELUCTANCIAS*****

Rtot1=zeros(Dientes-1,1);
Rtot2=zeros(Dientes-1,1);
Rtot3=zeros(Dientes-1,1);
Rtot4=zeros(Dientes-1,1);
Rtot5=zeros(Dientes-1,1);
Rtot6=zeros(Dientes-1,1);

%Resolución del esquema de resistencias.

for i=1:Dientes-1
    Rtot1(i)=serie2(Ra,R2(i),R1(i),R2(i+1),Rent,Rent);
    Rtot2(i)=serie2(Ra,R3(i),Rb,R3(i+1));
    Rtot3(i)=serie2(Rc,R4(i),Rb,R4(i+1));
    Rtot4(i)=serie2(Rd,R5(i),Rc,R5(i+1));
    Rtot5(i)=serie2(Re,R6(i),Rd,R6(i+1));
    Rtot6(i)=serie2(Re,R7(i),R7(i+1),R8(i));
end

%Definición de la matriz de resistencias
R=zeros(6*(Dientes-1));
NI=zeros(6*(Dientes-1),1);

%Resistencias totales
for i=1:Dientes-1
    R(6*(i-1)+1,6*(i-1)+1)=Rtot1(i);
    R(6*(i-1)+2,6*(i-1)+2)=Rtot2(i);
    R(6*(i-1)+3,6*(i-1)+3)=Rtot3(i);
    R(6*(i-1)+4,6*(i-1)+4)=Rtot4(i);
    R(6*(i-1)+5,6*(i-1)+5)=Rtot5(i);
    R(6*(i-1)+6,6*(i-1)+6)=Rtot6(i);
end

%Resistencias mutuas

```

```

for i=1:Dientes-2
    %Reluctancias Entre Dientes [Izquierda-Derecha]
    R(6*(i-1)+1,6*(i-1)+7)=-R2(i+1)-Rent;    %[1-7]
    R(6*(i-1)+7,6*(i-1)+1)=-R2(i+1)-Rent;    %[7-1]
    R(6*(i-1)+2,6*(i-1)+8)=-R3(i+1);        %[2-8]
    R(6*(i-1)+8,6*(i-1)+2)=-R3(i+1);        %[8-2]
    R(6*(i-1)+3,6*(i-1)+9)=-R4(i+1);        %[3-9]
    R(6*(i-1)+9,6*(i-1)+3)=-R4(i+1);        %[9-3]
    R(6*(i-1)+4,6*(i-1)+10)=-R5(i+1);       %[4-10]
    R(6*(i-1)+10,6*(i-1)+4)=-R5(i+1);       %[10-4]
    R(6*(i-1)+5,6*(i-1)+11)=-R6(i+1);       %[5-11]
    R(6*(i-1)+11,6*(i-1)+5)=-R6(i+1);       %[11-5]
    R(6*(i-1)+6,6*(i-1)+12)=-R7(i+1);       %[6-12]
    R(6*(i-1)+12,6*(i-1)+6)=-R7(i+1);       %[12-6]

    %Reluctancias En el mismo Diente [Abajo-Arriba]
    R(6*(i-1)+1,6*(i-1)+2)=-Ra;            %[1-2]
    R(6*(i-1)+2,6*(i-1)+1)=-Ra;            %[2-1]
    R(6*(i-1)+2,6*(i-1)+3)=-Rb;            %[2-3]
    R(6*(i-1)+3,6*(i-1)+2)=-Rb;            %[3-2]
    R(6*(i-1)+3,6*(i-1)+4)=-Rc;            %[3-4]
    R(6*(i-1)+4,6*(i-1)+3)=-Rc;            %[4-3]
    R(6*(i-1)+4,6*(i-1)+5)=-Rd;            %[4-5]
    R(6*(i-1)+5,6*(i-1)+4)=-Rd;            %[5-4]
    R(6*(i-1)+5,6*(i-1)+6)=-Re;            %[5-6]
    R(6*(i-1)+6,6*(i-1)+5)=-Re;            %[6-5]
end

%
*****
*****RESOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES*****
*****

for i=1:(Dientes-1)
    NI(6*(i-1)+3)=I(i);
end
Flujos=R\NI;

*****
*OBTENCIÓN DE LA MATRIZ DE FLUJOS A PARTIR DE LA SOLUCIÓN DEL SISTEMA*
*****

Flujo=zeros(6,Dientes-1);
for j=1:6
    for i=1:Dientes-1
        Flujo(j,i)=Flujos(j+6*(i-1));
    end
end
end

```

## Resolución del Circuito Magnético Transversal capa superior

```

function
[Flujos,R1,R2,R3,R4,R5,R6,R7,R8,R9,R10,R11,R12,R13,R14,Rent,Ra,Rb,Rc,Rd,Re]=
FlujosExcitacionArribaTransversal4(mu0,mufeLat,Intensidad,Dime

```

```
nsionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,AltoCuerpoE,AltoDiente,Alto_Devanado,Separacion,lentrehierro,AltoRail,Culata,Alto_Aislante)
```

```
Cabeza_Diente=AltoDiente-AltoCuerpoE-2*Alto_Devanado-Separacion-Alto_Aislante; % Es la parte en la cabeza de diente que queda sin arrollar
```

```
*****
*****DEFINICIÓN DE LONGITUDES DE CADA ELEMENTO*****
*****
```

```
L0=DimensionYDiente1;
L01=lentrehierro; %[Entrehierro]
L02=1.5*DimensionYDiente1+DimensionYDiente2;
L1=Alto_Aislante+AltoCuerpoE+Culata; %[Culata]-[Conductor Abajo]
L2=Alto_Devanado; %[Conductor Abajo]
L3=Separacion; %[Conductor Abajo]-[Conductor Arriba]
L4=Alto_Devanado; %[Conductor Arriba]
L5=Cabeza_Diente; %[Conductor Arriba]-[Cabeza Diente]
L6=AltoRail/2; %[Alto Rail]
```

```
*****
*****DEFINICIÓN DE SUPERFICIES DE CADA ELEMENTO*****
*****
```

```
% El 0.5* es debido a que se está considerando la mitad de la "E".
Excepto en S1.
```

```
% Sección de paso de la Culata
S1=0.5*(Culata+AltoCuerpoE)*DimensionXDiente*1e-6;
% Sección de paso del Diente
S2=0.5*DimensionXDiente*DimensionYDiente2*1e-6;
% Superficie de fugas [Culata]-[Conductor Abajo]
S3=0.5*L1*DimensionXDiente*1e-6;
% Superficie de fugas [Conductor Abajo]
S4=0.5*L2*DimensionXDiente*1e-6;
% Superficie de fugas [Separacion entre Conductores]
S5=0.5*L3*DimensionXDiente*1e-6;
% Superficie de fugas [Conductor Arriba]
S6=0.5*L4*DimensionXDiente*1e-6;
% Superficie de fugas [Cabeza Diente]
S7=0.5*L5*DimensionXDiente*1e-6;
% Sección de paso del Rail
S8=AltoRail*DimensionXDiente*1e-6;
```

```
%*****
*****DEFINICIÓN DE RELUCTANCIAS DE CADA ELEMENTO*****
*****
```

```
%Reluctancias de Dispersión [Flujo Horizontal]
Re=(1/mu0)*(L0)*1e-3/S3; %Fuga [Aislante]
Rd=3*(1/mu0)*(L0)*1e-3/S4; %Fuga [Conductor Abajo]
Rc=(1/mu0)*(L0)*1e-3/S5; %Fuga [Separacion entre Conductores]
Rb=(1/mu0)*(L0)*1e-3/S6; %Fuga [Conductor Arriba]
Ra=(1/mu0)*(L0)*1e-3/S7; %Fuga [Cabeza Diente]
```

```
%Reluctancias de las chapas [Flujo Horizontal]
R14=(1/mufeLat(8))*(L02)*1e-3/S1; %Culata
R1=(1/mufeLat(1))*(L02)*1e-3/S8; %Línea Media Rail
```

```

%Reluctancias de las chapas [Flujo Vertical en Columna Central (de
ida)]
%[Culata]-[Parte Abajo de la Bobina de Abajo]
R12=(1/mufeVer(7))*(L1)*1e-3/S2;
%[Parte Abajo de la Bobina de Abajo]-[Parte Arriba de la Bobina de
Abajo]
R10=(1/mufeVer(6))*(L2)*1e-3/S2;
%[Parte Arriba de la Bobina de Abajo]-[Parte Abajo de la Bobina de
Arriba]
R8=(1/mufeVer(5))*(L3)*1e-3/S2;
%[Parte Abajo de la Bobina de Arriba]-[Parte Arriba de la Bobina de
Arriba]
R6=(1/mufeVer(4))*(L4)*1e-3/S2;
%[Parte Arriba de la Bobina de Arriba]-[Cabeza de Diente]
R4=(1/mufeVer(3))*(L5)*1e-3/S2;
%[Base Rail]-[Línea Media Rail]
R2=(1/mufeVer(2))*(L6)*1e-3/S2;
%Reluctancias de las chapas [Flujo Vertical en Columna Lateral (de
vuelta)]
%[Parte Abajo de la Bobina de Abajo]-[Culata]
R13=(1/mufeLat(7))*(L1)*1e-3/S2;
%[Parte Arriba de la Bobina de Abajo]-[Parte Abajo de la Bobina de
Abajo]
R11=(1/mufeLat(6))*(L2)*1e-3/S2;
%[Parte Abajo de la Bobina de Arriba]-[Parte Arriba de la Bobina de
Abajo]
R9=(1/mufeLat(5))*(L3)*1e-3/S2;
%[Parte Arriba de la Bobina de Arriba]-[Parte Abajo de la Bobina de
Arriba]
R7=(1/mufeLat(4))*(L4)*1e-3/S2;
%[Cabeza de Diente]-[Parte Arriba de la Bobina de Arriba]
R5=(1/mufeLat(3))*(L5)*1e-3/S2;
%[Línea Media Rail]-[Base Rail]
R3=(1/mufeLat(2))*(L6)*1e-3/S2;

%Reluctancias del entrehierro
Rent=(1/mu0)*(L01)*1e-3/S2;      %Entrehierro

*****
*****DEFINICIÓN DEL ESQUEMA DE RELUCTANCIAS*****
*****

%Resolución del esquema de resistencias.
Rtot1=serie2(R1,R2,Ra,R3,Rent,Rent);
Rtot2=serie2(Ra,R4,Rb,R5);
Rtot3=serie2(Rc,R6,Rb,R7);
Rtot4=serie2(Rc,R8,Rd,R9);
Rtot5=serie2(Re,R10,Rd,R11);
Rtot6=serie2(Re,R12,R14,R13);

Rmutual=-Ra;
Rmutua2=-Rb;
Rmutua3=-Rc;
Rmutua4=-Rd;
Rmutua5=-Re;

%Definición de la matriz de resistencias
R=zeros(6);
R(1,1)=Rtot1;

```

```

R(2,2)=Rtot2;
R(3,3)=Rtot3;
R(4,4)=Rtot4;
R(5,5)=Rtot5;
R(6,6)=Rtot6;

R(1,2)=Rmutua1;
R(2,1)=Rmutua1;
R(2,3)=Rmutua2;
R(3,2)=Rmutua2;
R(3,4)=Rmutua3;
R(4,3)=Rmutua3;
R(4,5)=Rmutua4;
R(5,4)=Rmutua4;
R(5,6)=Rmutua5;
R(6,5)=Rmutua5;

%Definición del vector de f.m.m.
I=zeros(6,1);
I(3)=Intensidad;

%Resolución del sistema de ecuaciones
Flujos=R\I;

```

## Resolución del Circuito Magnético Transversal capa inferior

```

function
[Flujos,R1,R2,R3,R4,R5,R6,R7,R8,R9,R10,R11,R12,R13,R14,Rent,Ra,Rb,Rc,Rd,Re]=
FlujosExcitacionAbajoTransversal4(mufeVer,mu0,mufeLat,Intensidad,DimensionXDiente,DimensionYDiente1,DimensionYDiente2,AltoCuerpoE,AltoDiente,Alto_Devanado,Separacion,lentrehierro,AltoRail,Culata,Alto_Aislante)

Cabeza_Diente=AltoDiente-AltoCuerpoE-2*Alto_Devanado-Separacion-Alto_Aislante; % Es la parte en la cabeza de diente que queda sin arrollar

*****
*****DEFINICIÓN DE LONGITUDES DE CADA ELEMENTO*****
*****

L0=DimensionYDiente1;
L01=lentrehierro; %[Entrehierro]
L02=1.5*DimensionYDiente1+DimensionYDiente2;
L1=Alto_Aislante+AltoCuerpoE+Culata; %[Culata]-[Conductor Abajo]
L2=Alto_Devanado; %[Conductor Abajo]
L3=Separacion; %[Conductor Abajo]-[Conductor Arriba]
L4=Alto_Devanado; %[Conductor Arriba]
L5=Cabeza_Diente; %[Conductor Arriba]-[Cabeza Diente]
L6=AltoRail/2; %[Alto Rail]

*****
*****DEFINICIÓN DE SUPERFICIES DE CADA ELEMENTO*****
*****

```

% El 0.5\* es debido a que se está considerando la mitad de la "E".  
Excepto en S1.

S1=0.5\*(Culata+AltoCuerpoE)\*DimensionXDiente\*1e-6;

% Sección de paso de la Culata

S2=0.5\*DimensionXDiente\*DimensionYDiente2\*1e-6;

% Sección de paso del Diente

S3=0.5\*L1\*DimensionXDiente\*1e-6;

% Superficie de fugas [Culata]-[Conductor Abajo]

S4=0.5\*L2\*DimensionXDiente\*1e-6;

% Superficie de fugas [Conductor Abajo]

S5=0.5\*L3\*DimensionXDiente\*1e-6;

% Superficie de fugas [Separacion entre Conductores]

S6=0.5\*L4\*DimensionXDiente\*1e-6;

% Superficie de fugas [Conductor Arriba]

S7=0.5\*L5\*DimensionXDiente\*1e-6;

% Superficie de fugas [Cabeza Diente]

S8=AltoRail\*DimensionXDiente\*1e-6;

% Sección de paso del Rail

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*DEFINICIÓN DE RELUCTANCIAS DE CADA ELEMENTO\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

%Reluctancias de Dispersión [Flujo Horizontal]

Re=(1/mu0)\*(L0)\*1e-3/S3; %Fuga [Aislante]

Rd=(1/mu0)\*(L0)\*1e-3/S4; %Fuga [Conductor Abajo]

Rc=(1/mu0)\*(L0)\*1e-3/S5; %Fuga [Separacion entre Conductores]

Rb=3\*(1/mu0)\*(L0)\*1e-3/S6; %Fuga [Conductor Arriba]

Ra=(1/mu0)\*(L0)\*1e-3/S7; %Fuga [Cabeza Diente]

%Reluctancias de las chapas [Flujo Horizontal]

R14=(1/mufeLat(8))\*(L02)\*1e-3/S1; %Culata

R1=(1/mufeLat(1))\*(L02)\*1e-3/S8; %Línea Media Rail

%Reluctancias de las chapas [Flujo Vertical en Columna Central (de ida)]

%[Culata]-[Parte Abajo de la Bobina de Abajo]

R12=(1/mufeVer(7))\*(L1)\*1e-3/S2;

%[Parte Abajo de la Bobina de Abajo]-[Parte Arriba de la Bobina de Abajo]

R10=(1/mufeVer(6))\*(L2)\*1e-3/S2;

%[Parte Arriba de la Bobina de Abajo]-[Parte Abajo de la Bobina de Arriba]

R8=(1/mufeVer(5))\*(L3)\*1e-3/S2;

%[Parte Abajo de la Bobina de Arriba]-[Parte Arriba de la Bobina de Arriba]

R6=(1/mufeVer(4))\*(L4)\*1e-3/S2;

%[Parte Arriba de la Bobina de Arriba]-[Cabeza de Diente]

R4=(1/mufeVer(3))\*(L5)\*1e-3/S2;

%[Base Rail]-[Línea Media Rail]

R2=(1/mufeVer(2))\*(L6)\*1e-3/S2;

%Reluctancias de las chapas [Flujo Vertical en Columna Lateral (de vuelta)]

%[Parte Abajo de la Bobina de Abajo]-[Culata]

R13=(1/mufeLat(7))\*(L1)\*1e-3/S2;

%[Parte Arriba de la Bobina de Abajo]-[Parte Abajo de la Bobina de Abajo]

R11=(1/mufeLat(6))\*(L2)\*1e-3/S2;



```

%[Parte Abajo de la Bobina de Arriba]-[Parte Arriba de la Bobina de
Abajo]
R9=(1/mufeLat(5))*(L3)*1e-3/S2;
%[Parte Arriba de la Bobina de Arriba]-[Parte Abajo de la Bobina de
Arriba]
R7=(1/mufeLat(4))*(L4)*1e-3/S2;
%[Cabeza de Diente]-[Parte Arriba de la Bobina de Arriba]
R5=(1/mufeLat(3))*(L5)*1e-3/S2;
%[Línea Media Rail]-[Base Rail]
R3=(1/mufeLat(2))*(L6)*1e-3/S2;

%Reluctancias del entrehierro
Rent=(1/mu0)*(L01)*1e-3/S2;      %Entrehierro

*****
*****DEFINICIÓN DEL ESQUEMA DE RELUCTANCIAS*****
*****

%Resolución del esquema de resistencias.
Rtot1=serie2(R1,R2,Ra,R3,Rent,Rent);
Rtot2=serie2(Ra,R4,Rb,R5);
Rtot3=serie2(Rc,R6,Rb,R7);
Rtot4=serie2(Rc,R8,Rd,R9);
Rtot5=serie2(Re,R10,Rd,R11);
Rtot6=serie2(Re,R12,R14,R13);

Rmutual=-Ra;
Rmutua2=-Rb;
Rmutua3=-Rc;
Rmutua4=-Rd;
Rmutua5=-Re;

%Definición de la matriz de resistencias
R=zeros(6);
R(1,1)=Rtot1;
R(2,2)=Rtot2;
R(3,3)=Rtot3;
R(4,4)=Rtot4;
R(5,5)=Rtot5;
R(6,6)=Rtot6;

R(1,2)=Rmutual;
R(2,1)=Rmutual;
R(2,3)=Rmutua2;
R(3,2)=Rmutua2;
R(3,4)=Rmutua3;
R(4,3)=Rmutua3;
R(4,5)=Rmutua4;
R(5,4)=Rmutua4;
R(5,6)=Rmutua5;
R(6,5)=Rmutua5;

%Definición del vector de f.m.m.
I=zeros(6,1);
I(5)=Intensidad;

%Resolución del sistema de ecuaciones
Flujos=R\I;

```

## Obtención de la resistencia en serie a partir de los elementos del circuito equivalente.

```
function [Serie]=serie2(Rl,varargin)
s=nargin-1;
G=zeros(s,1);
for i=1:s
    G(i)=varargin{i};
end
Serie=Rl+sum(G);
end
```

## Dibujo de los Flujos de malla Longitudinales

Nota: existen programas análogos para la representación de las reluctancias de los elementos. Sin embargo, no se han incluido por redundancia.

```
function [Flujo]= DibujoMallaLongitudinal(FlujoA,Dientes,I)

Flujo=zeros(13,2*Dientes-1);

%*****
RECORDATORIO DEL CRITERIO DE SIGNOS UTILIZADO EN EL DESARROLLO DEL
PROBLEMA*****
%Vertical Positivo: Arriba
%Vertical Negativo: Abajo
%Horizontal Positivo: Derecha
%Horizontal Negativo: Izquierda

%Los Flujos de Malla son positivos en el sentido antihorario.

%*****
MÉTODO DE CALCULAR LOS FLUJOS EN CADA ELEMENTO EN FUNCIÓN DEL CRITERIO
DE SIGNOS *****

%Al unir dos celdas, los flujos se tienen que sumar, pero el hecho de
que estén girando en sentido antihorario implica que lo que arriba es
negativo abajo sea positivo. Considerando el criterio de signos
expuesto anteriormente.

%De esta forma, la addición para determinar el flujo en cada elemento
queda establecida de la siguiente forma:

%Arriba=Negativo [Flecha apunta a la izquierda]
%Abajo=Positivo [Flecha apunta a la derecha]
%Izquierda=Negativo [Flecha apunta a la abajo]
%Derecha=Positivo [Flecha apunta a la arriba]

%FlujoA=FlujoA*1000;
I=I/1460*2;
%*****
*****FLUJOS EN LOS ELEMENTOS *****

%Flujo Vertical [Izquierda MENOS Derecha]
for j=1:6
```

```

        for i=2:Dientes-1
            Flujo(2*j,2*i-1)=-FlujoA(j,i)+FlujoA(j,i-1);
        end
    end

%Flujo Horizontal [Arriba MENOS Abajo]
for j=2:6
    for i=1:Dientes-1
        Flujo(2*j-1,2*i)=FlujoA(j-1,i)-FlujoA(j,i);
    end
end

%Flujo Horizontal Extremos
for i=1:Dientes-1 %Final Horizontal
    Flujo(13,2*i)=FlujoA(6,i);
end
for i=1:Dientes-1 %Principio Horizontal
    Flujo(1,2*i)=-FlujoA(1,i);
end
for j=1:6 %Principio Vertical
    Flujo(2*j,1)=-FlujoA(j,1);
end

for j=1:6 %Final Vertical
    Flujo(2*j,61)=FlujoA(j,30);
end

%*****
%*****COLOCACIÓN DE LOS CONDUCTORES EN SU SITIO*****
%*****
for j=1:2
    for i=1:Dientes-1
        Flujo(6,2*i)=I(i,1);
        Flujo(10,2*i)=I(i,2);
    end
end
end

```

## Dibujo de los Flujos de malla Transversales

Nota: existen programas análogos para la representación de las reluctancias de los elementos transversales. Sin embargo, no se han incluido por redundancia.

```

function [Flujo]= DibujoMallaTransversal(FlujoA,I)

Flujo=zeros(13,3);

%*****
%*****RECORDATORIO DEL CRITERIO DE SIGNOS UTILIZADO EN EL DESARROLLO
DEL PROBLEMA*****
%*****

%Vertical Positivo: Arriba
%Vertical Negativo: Abajo
%Horizontal Positivo: Derecha
%Horizontal Negativo: Izquierda

%Los Flujos de Malla son positivos en el sentido antihorario.

```

```

%*****
% MÉTODO DE CALCULAR LOS FLUJOS EN CADA ELEMENTO EN FUNCIÓN DEL
CRITERIO DE SIGNOS*****
%*****

%Al estar considerando el flujo transversal, en principio se considera
que no está en comun

%Arriba=Negativo [Flecha apunta a la izquierda]
%Abajo=Positivo [Flecha apunta a la derecha]
%Izquierda=Negativo [Flecha apunta a la abajo]
%Derecha=Positivo [Flecha apunta a la arriba]

%FlujoA=FlujoA*1000;
I=I/1460*2;

%*****
*****FLUJOS EN LOS ELEMENTOS*****
%*****

%Flujo Vertical [Nada más tengo principio y final]

for j=1:6 %Principio Vertical
    Flujo(2*j,1)=-FlujoA(j,1);
end

for j=1:6 %Final Vertical
    Flujo(2*j,3)=FlujoA(j,1);
end

%Flujo Horizontal [Arriba MENOS Abajo]
for j=2:6
    Flujo(2*j-1,2)=FlujoA(j-1,1)-FlujoA(j,1);
end

%Flujo Horizontal Extremos
%Final Horizontal
Flujo(13,2)=FlujoA(6,1);
Flujo(1,2)=-FlujoA(1,1);

%*****
*****COLOCACIÓN DE LOS CONDUCTORES EN SU SITIO*****
%*****
Flujo(6,2)=I(1,1);
Flujo(10,2)=I(1,2);

```

## Cálculo de la Saturación en los distintos elementos

```

% El objetivo de esta función es calcular los flujos e inducciones
% magnéticas que existen en la máquina.
function [muR]= CalculoSaturacion(mu0,B,x,y,z)

% Cálculo de los puntos para asegurar continuidad en la curva de
saturación
F=(sqrt((x*y)/mu0)-y)/z;
b=x*F/(y+z*F);

```

```

[d1,d2]=size(B);
H=zeros(d1,d2);

muR=zeros(d1,d2);

for j=1:d2
    for i=1:d1
        if B(i,j)>=b %Si la permeabilidad relativa del material es
            superior a mu0, entonces se comporta como un material ferromagnético
            H(i,j)=(B(i,j)-b)/mu0+F;
        else % en caso contrario cada reluctancia se comportará como
aire.
            H(i,j)=y*(B(i,j)/(x-z*B(i,j)));
        end
        muR(i,j)=(B(i,j)/H(i,j))/mu0; %cálculo de la reluctancia
relativa que daría el circuito.
    end
end

*****
*****COMPROBACIÓN PARA EVITAR ERRORES*****
*****

comp=isnan(muR);
for j=1:d2
    for i=1:d1
        if comp(i,j)==1
            muR(i,j)=1;
        end
    end
end
end

```